

۱- دستگاه معادلات زیر را حل کنید.

$$a) \begin{cases} 3x + 2y + z = 0 \\ x + 2y + 3z = 8 \\ 4x + 0y + 7z = 7 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 0.9y + 0.8z + 0.4k + 0.1v = 1 \\ 0.9x + y + 0.8z + 0.5k + 0.2v + 0.1c = 0.9 \\ 0.8x + 0.8y + z + 0.7k + 0.4v + 0.2c = 0.8 \\ 0.4x + 0.5y + 0.7z + k + 0.6v + 0.3c = 0.7 \\ 0.1x + 0.2y + 0.4z + 0.6k + v + 0.5c = 0.6 \\ 0.1y + 0.2z + 0.3k + 0.5v + c = 0.5 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x + 2y + z = 11 \\ 2x + 3y + z = 13 \\ x + y + 4z = 12 \end{cases}$$

۲- نشان دهید برای ماتریس‌های  $A, B, C$  و  $D$  با فرض اینکه معکوس آن‌ها وجود دارد، لم معکوس سازی ماتریس به صورت زیر برقرار است.

$$(A + BDC)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(D^{-1} + CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1}$$

۳- مقادیر  $a$  و  $b$  و  $c$  را برای هر ماتریس طوری بیابید که ماتریس‌ها متعامد گردد.

$$a) \begin{bmatrix} a+b & b-a \\ a-b & b+a \end{bmatrix}$$

$$b) \begin{bmatrix} \cdot & b & 1 \\ a & 2 & 1 \\ -1 & 1 & c \end{bmatrix}$$

۴- فرض کنید  $n \in N$  و  $A = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{n} & -\sin \frac{\pi}{n} \\ \sin \frac{\pi}{n} & \cos \frac{\pi}{n} \end{bmatrix}$ ، در این صورت مطلوب است محاسبه  $A^{n^2}$ .

سوال امتیازی:

- اگر ماتریس‌های  $A$  و  $B$  غیر منفرد باشند نشان دهید:

$$A(A+B)^{-1}B = B(A+B)^{-1}A = (A^{-1} + B^{-1})^{-1}$$