

مسائل

۱. سیکلوئید یک منحنی است که به وسیله تصویر یک نقطه بر روی یک چرخ متحرک بر روی یک سطح ایجاد می‌شود. مختصات (x, y) سیکلوئید ایجاد شده از یک چرخ با شعاع r با معادلات پارامتری زیر بیان می‌شود:

$$x = r(\phi - \sin \phi)$$

$$y = r(1 - \cos \phi)$$

که در آن ϕ عددی بر حسب رادیان است که چرخ در آن امتداد می‌چرخد. نمودار منحنی سیکلوئید را برای بازه $0 \leq \phi \leq 2\pi$ با استفاده از ۱۰۰۰ گام و $r = 3$ را ایجاد کنید. شبکه را فعال و محدوده محورها را جهت نمایش بهتر اصلاح کنید.

۲. تابع زیر را در نظر بگیرید:

$$y(x) = \sqrt{\frac{100(1 - 0.01x^2)^2 + 0.02x^2}{(1 - x^2)^2 + 0.1x^2}}$$

یک مجموعه نمودارهای 2×2 برای بازه $0 \leq x \leq 100$ با استفاده از `plot`، `semilogx`، `semilogy` و `loglog` ایجاد کنید. تقسیمات ریزی برای x انتخاب کنید تا نمودارتان بدون شکستگی باشد. برای همه نمودارها نام‌گذاری محورها و عنوان را قرار دهید. نمایش شبکه را فعال کنید. کدامیک از نمودارها بیشترین اطلاعات را انتقال می‌دهد؟

۳. تابع $y_1(x) = 3 + \exp(-x) \sin(6x)$ و $y_2(x) = 4 + \exp(-x) \cos(6x)$ را در بازه $0 \leq x \leq 5$ با استفاده از دستور `hold` در یک ترسیم واحد نشان دهید. برای نمودار نام‌گذاری محورها، عنوان و جدول قرار دهید.

۴. یک هزار عدد تصادفی با توزیع نرمال با استفاده از تابع `randn` ایجاد کنید. برای تابع `hist` در `help` برنامه جستجو کنید. تابع `hist` را برای رسم نمودار هیستوگرام داده‌های تصادفی تولید شده به کار ببرید. تابع `hist` با سرتیتر `[N,X] = hist(Y)` را برای پخش اتفاقی اعداد ایجاد شده در ۱۰ قسمت استفاده کنید. نمودار ستونی خروجی `hist` را با استفاده از تابع `bar` ایجاد کنید. باید خیلی مشابه نمودار ایجاد شده به وسیله تابع `hist` باشد. آیا فکر می‌کنید که تابع `randn` یک تقریب خوب برای اعداد تصادفی با توزیع نرمال است؟

۵. فرض کنید تعداد نمرات دانشجویان از A تا F در بردار `gradeDist = [42 85 67 20 5]` قرار گرفته باشد. با استفاده از تابع `pie` نمودار شعاعی برای `gradeDist` رسم کنید. عنوان و جدول را به نمودار اضافه کنید.

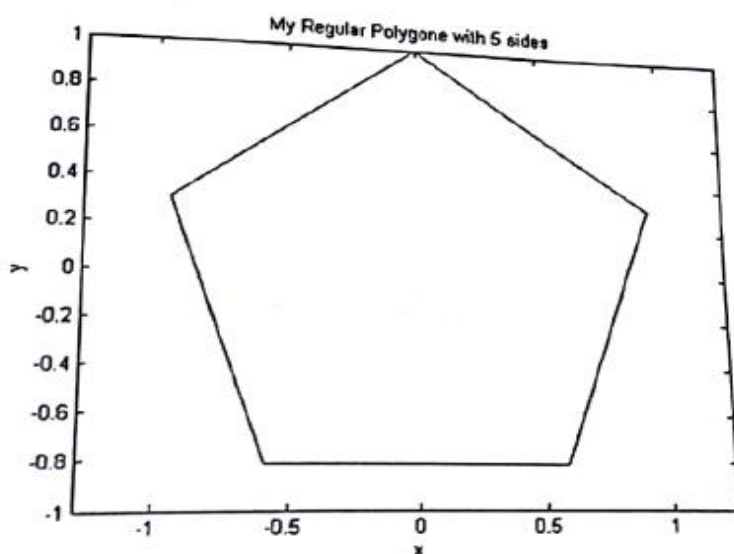
۶. فرض کنید $-4 \leq x \leq 4$ ، $-3 \leq y \leq 3$ و $z(x, y) = \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}$ باشد. بردار x و y را با ۱۰۰ نقطه با فاصله مساوی ایجاد کنید. شبکه X و Y را با استفاده از بردارهای x و y به کمک تابع `meshgrid` تولید

کنید. ماتریس Z را از X و Y محاسبه کنید. یک مجموعه نمودار 2×2 ایجاد کنید که سطر اول ترسیم سطح Z با توابع `surf` و `mesh` باشد. سطر دوم نمودارها ترسیم سطح Z با توابع `contour` و `contourf` باشد. نام‌گذاری محورها و عنوان نمودار را در شکل‌ها اضافه کنید.

۷.۳ تابعی با سریتتر `myPolygon(n)` بنویسید که یک n ضلعی به شعاع ۱ ایجاد می‌کند. به یاد داشته باشید که شعاع یک چندضلعی فاصله مرکز آن از گوشه‌های آن است. از `axis equal` استفاده کنید تا چندضلعی طبیعی به نظر برسد. نام‌گذاری محورها و عنوان را قرار دهید. شما می‌توانید از `sprint` و `title` برای نام‌گذاری نمودار مطابق با تعداد اضلاع کمک بگیرید. تابع `axis` را جهت تعریف محدوده x و y از -1 تا 1 به کار ببرید. راهنمایی: این مسأله در دستگاه قطبی بسیار آسان‌تر خواهد بود. به یاد داشته باشید که محیط یک دایره کامل به شعاع یک برابر 2π رادیان است. توجه: اولین و آخرین نقطه در چند ضلعی باید نقاط وابسته به دستگاه قطبی به ترتیب در زوایای 0° و 2π باشند. (شکل ۱۳-۱۱)

`>> myPolygon(5)`

حالات آزمون:

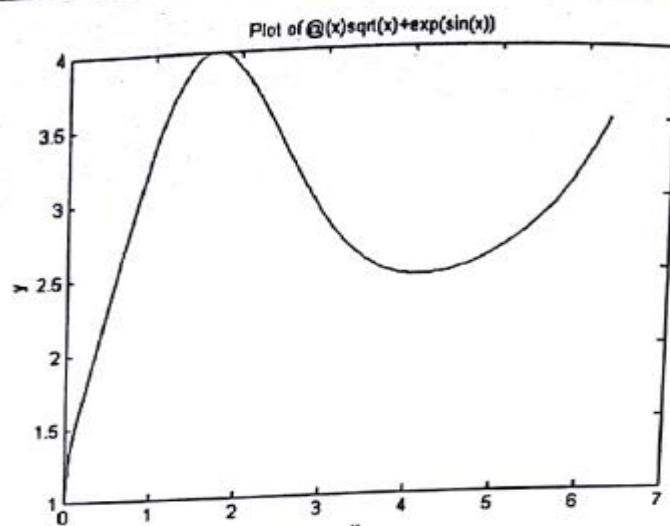


شکل ۱۳-۱۱ حالت آزمون مسئله ۷ (رسم چندضلعی با ۵ وجه)

۸.۳ تابعی با سریتتر `myFunPlotter(f,x)` بنویسید که f یک اجراکننده تابع و x یک بردار است. تابع باید نمودار f را که برای مقادیر x محاسبه شده است را رسم کند. تابع `func2str` و `sprint` را جهت قراردادن تابع f در عنوان استفاده کنید. به یاد داشته باشید که نام‌گذاری محورها را انجام دهید (شکل ۱۴-۱۱ را ببینید).

الات آزمون:

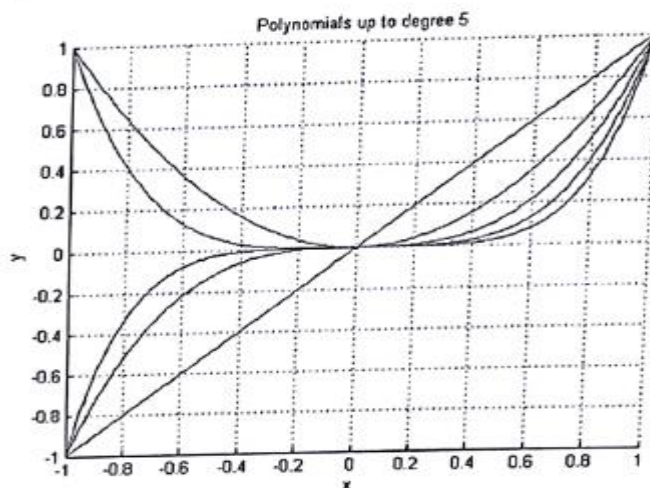
`>> myFunPlotter(@(x) sqrt(x) + exp(sin(x)), linspace(0,2*pi,100))`



شکل ۱۴-۱۱ حالت آزمون برای تابع (f, x) myFunPlotter بر روی تابع $\sqrt{x} + \exp(\sin(x))$.

۹. تابعی با سرتیتر $myPolyPlotter(n, x) = []$ بنویسید که چند جمله ای $p_k(x) = x^k$ را برای $k = 1, \dots, n$ رسم می کند. مطمئن شوید که نمودار تان عنوان و نام گذاری محور دارد. (شکل ۱۵-۱۱) حالات آزمون:

```
>> myPolyPlotter(5, -1:.01:1)
```



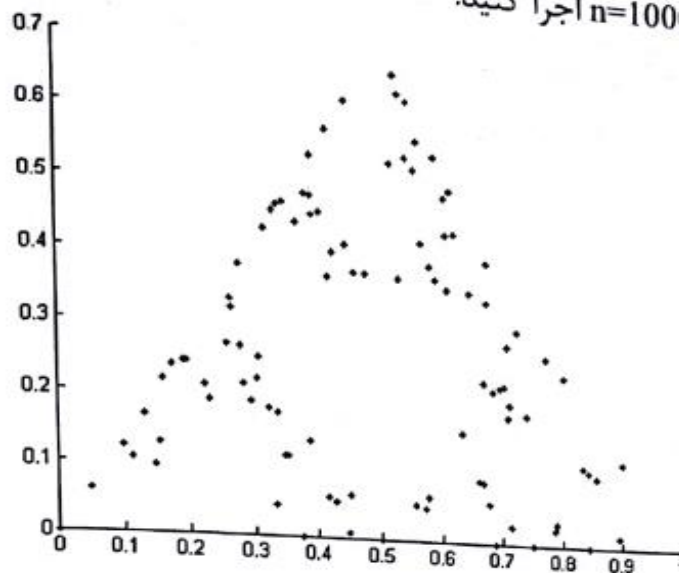
شکل ۱۵-۱۱ حالت آزمون برای تابع $myPolyPlotter(n, x)$ برای رسم ۵ چند جمله ای.

۱۰. فرض کنید که شما سه نقطه گوشه مثلث متساوی الاضلاع را دارید، $P_1 = (0, 0)$ ، $P_2 = (0.5, \sqrt{2}/2)$ و $P_3 = (1, 0)$. حال شما می خواهید مجموعه ای دیگر از نقاط $p_i = (x_i, y_i)$ را به گونه ای ایجاد کنید که $p_1 = (0, 0)$ و p_{i+1} وسط مابین p_0 و p_i با احتمال ۳۳٪، وسط مابین p_2 و p_i با احتمال ۳۳٪ و وسط مابین p_1 و p_3 با احتمال ۳۳٪ باشد. تابعی با سرتیتر $mySierpinski(n) = []$ بنویسید که نقاط p_i را برای $i = 1, \dots, n$ تولید می کند. تابع باید نمودار نقاط را به رنگ آبی نمایش دهد (یعنی 'b' بعنوان مقدار ورودی سوم در دستور plot استفاده شود). (شکل ۱۶-۱۱ را ببینید).

>> mySierpinski(100)

حالات آزمون:

سعی کنید تابع را برای $n=10000$ اجرا کنید.



شکل ۱۶-۱۱ حالت آزمون برای تابع $\text{mySierpinski}(n)$

۱۱. فرض کنید که شما مجموعه‌ای از اعداد (x_i, y_i) را تولید می‌کنید که $x_1 = 0$ و $y_1 = 0$ است. نقاط (x_i, y_i) را برای $i = 2, \dots, n$ متناسب با روابط احتمالی زیر تولید کنید:

With 1% probability:

$$x_i = 0$$

$$y_i = 0.16y_{i-1}$$

With 7% probability:

$$x_i = 0.2x_{i-1} - 0.26y_{i-1}$$

$$y_i = 0.23x_{i-1} + 0.22y_{i-1} + 1.6$$

With 7% probability:

$$x_i = -0.15x_{i-1} + 0.28y_{i-1}$$

$$y_i = 0.26x_{i-1} + 0.24y_{i-1} + 0.44$$

With 85% probability:

$$x_i = 0.85x_{i-1} + 0.04y_{i-1}$$

$$y_i = -0.04x_{i-1} + 0.85y_{i-1} + 1.6$$

تابعی با سرتیتر $\text{myFern}(n)$ بنویسید که نقاط (x_i, y_i) را برای $i = 1, \dots, n$ ایجاد کرده و نقاط را با نقاط آبی ترسیم کند. (شکل ۱۷-۱۱ را ببینید).
حالات آزمون:

>> myFern(100)

My Fern with 100 Iterations



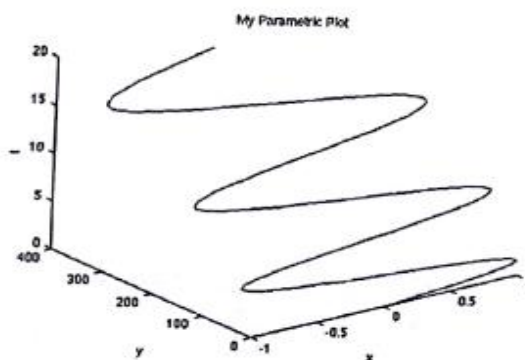
شکل ۱۷-۱۱ حالت آزمون برای تابع n myFern با ۱۰۰ تکرار.

تابع n را با $n=10000$ اجرا کنید. تصویر ایجاد شده فراکتال تصادفی نامیده می‌شود. بسیاری از اوقات این ارزان‌تر است (یعنی فضای کمتری لازم دارد) که برنامه تولید فراکتال را ذخیره کنیم تا تصویر آن را. این خصوصیت باعث شده است که فراکتال تصادفی در فشرده‌سازی تصاویر مفید باشد.

۱۲. تابعی با سریتیر $\text{myParametricPlotter}(x, y, t)$ بنویسید که در آن x و y اجراکننده توابع $x(t)$ و $y(t)$ باشند و t یک ماتریس یک بعدی است. تابع $\text{myParametricPlotter}$ باید منحنی $(x(t), y(t), t)$ را در حالت سه بعدی رسم کند. عنوان و نام‌گذاری محورها را انجام دهید (شکل ۱۸-۱۱ را ببینید).

حالات آزمون:

```
>> f = @(t) sin(t);
>> g = @(t) t.^2;
>> myParametricPlotter(f,g,linspace(0,6*pi,100))
```



شکل ۱۸-۱۱ حالت آزمون برای myParametricPlotter

۱۳. تابع `d` با سرتیتر `mySurfacePlotter(F, x, y, option)` ایجاد کنید که `F` اجراکننده تابع `F(x,y)` است. تابع `mySurfacePlotter` باید نمودار سطح `F(x,y)` را در حالت سه بعدی رسم کند. اگر مقدار `option` برابر `surf` بود با استفاده از `surf` و اگر `contour` بود با استفاده از `contour` انجام شود. فرض کنید `x` و `y` ماتریس‌های یک بعدی هستند. عنوان و نام گذاری محورها را انجام دهید (شکل ۱۹-۱۱ را ببینید).

حالات آزمون:

```
>> F = @(X,Y) cos(Y).*sin(exp(X));
>> mySurfacePlotter(F,-1:.1:1, -2:.1:2, 'surf')
>> mySurfacePlotter(F,-1:.1:1, -2:.1:2, 'contour')
```

۱۴. سطح `z = cos(y) * sin(exp(x))` را در بازه `x ∈ [-1, 1]` و `y ∈ [-2, 2]` رسم کنید.