

پروژه پایانی درس ساختمان های داده

استاد: دکتر امیری

موضوع پروژه: پیاده سازی درخت red or black

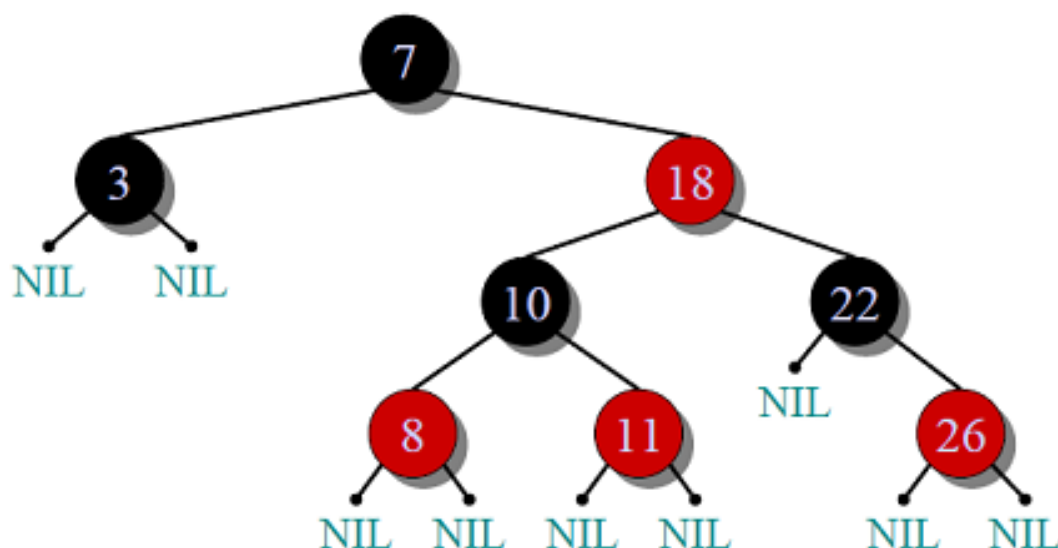
موضوع این پروژه در ارتباط با طراحی و پیاده سازی درخت red or black است. درخت red or black نوعی درخت جستجوی دودویی (bst) است که مانند بقیه درخت های جستجوی دودویی ویژگی self balancing یا تعادل خودکار را دارد. در این درخت 4 قانون اصلی وجود دارد.

1. هر گره یک رنگ دارد. (سیاه یا قرمز)

2. root یا ریشه درخت همیشه مشکی است.

3. دو گره قرمز هیچ گاه نمی توانند در همسایگی یکدیگر قرار گیرند. (یک گره قرمز نمی تواند به عنوان پدر یا فرزند گره قرمز دیگری را بپذیرد)

4. هر مسیر از ریشه تا null دارای تعداد یکسانی از گره های مشکی است.



انواع عملیات بر روی درخت red or black :

Insert , delete , max , min , search , successor , predecessor

:Insertion

عملیات های insertion علاوه بر خود عملیات باعث تغییراتی در درخت می شوند که از دو متد برای حفظ تعادل یا balance بودن درخت استفاده می کنیم.

1. recoloring.

2. Rotating.

ابتدا از recoloring استفاده می کنیم و اگر در ادامه جواب نگرفتیم از rotation استفاده می کنیم. در ادامه الگوریتم کلی را بررسی می کنیم. الگوریتم دو case متفاوت دارد که بسته به رنگ گره پدر اتفاق می

افتد. اگر رنگ عمو (uncle) (به گره ای گفته می شود که هم سطح گره پدر است) قرمز بود recoloring را انجام می دهیم و اگر رنگ پدر مشکمی بود rotation یا recoloring را انجام می دهیم.

رنگ یک گره null همیشه مشکمی در نظر می گیریم.

فرض کنید x گره ای باشد که می خواهیم به درخت اضافه کنیم.

1. ابتدا عملیات استاندارد اضافه کردن به درخت دودویی (standard BST insertion) را انجام می دهیم و رنگ گره تازه اضافه شده را قرمز می کنیم.

2. اگر x در ریشه قرار گرفت رنگ x را سیاه می کنیم.

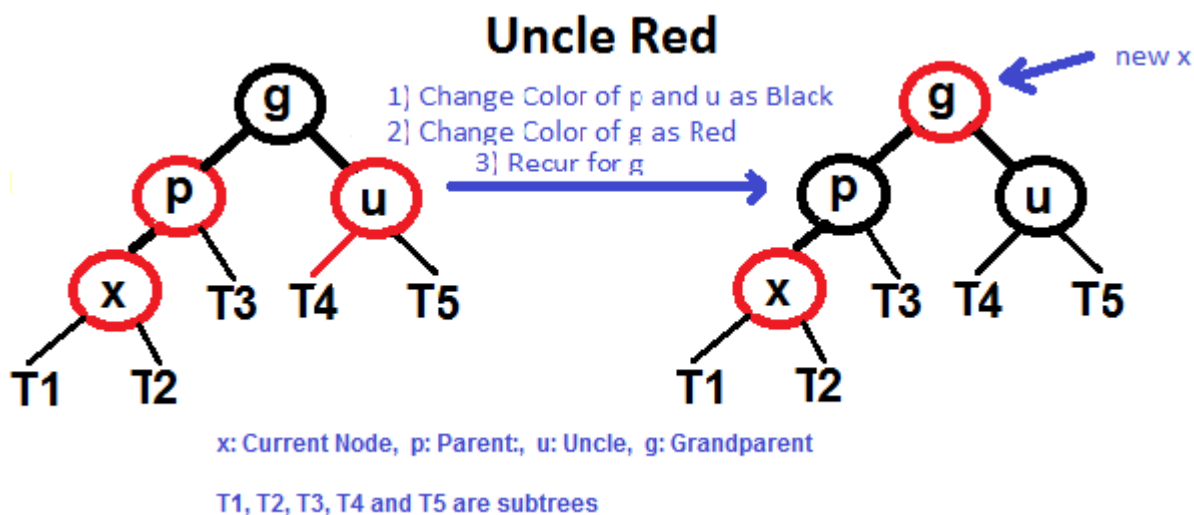
3. اگر x در ریشه قرار نگرفت و رنگ پدرش سیاه نبود عملیات های زیر را انجام می دهیم:

(a) اگر عمومی x قرمز بود

1. رنگ پدر و رنگ عمو را به مشکمی تغییر می دهیم

2. رنگ پدر بزرگ گره (پدر پدر گره) را قرمز می کنیم

3. عمیالت های 2 و 3 را برای پدر بزرگ گره به عنوان x ای جدید انجام می دهیم.



(b) اگر عمومی x مشکمی باشد:

در این مورد چهار حالت برای x اتفاق می افتد. (بسته به وضعیت گره پدر p و یا رنگ گره پدر بزرگ g)

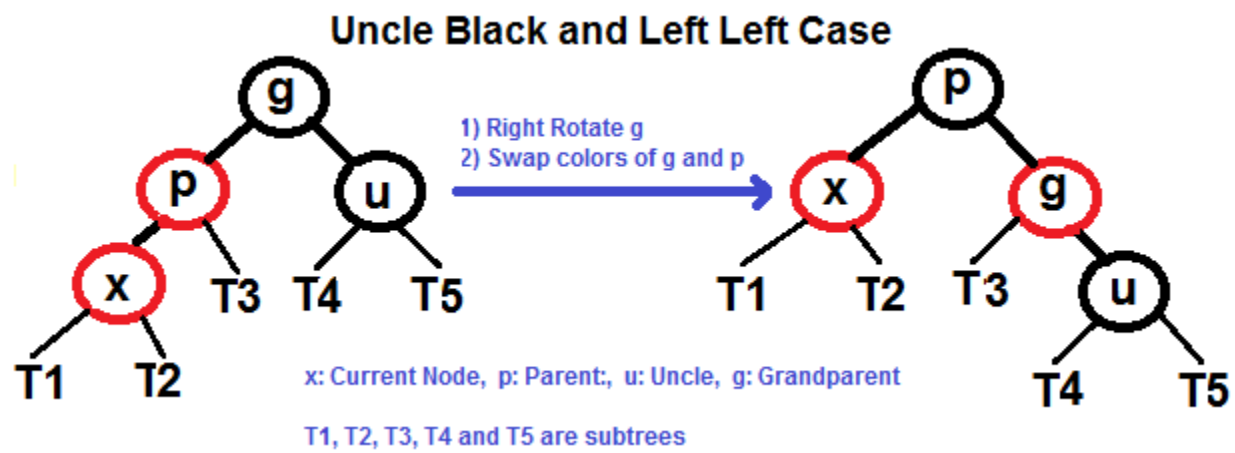
(i) اگر p فرزند چپ g و x فرزند چپ p باشد. (left left case)

(ii) اگر p فرزند چپ g و x فرزند راست p باشد. (left right case)

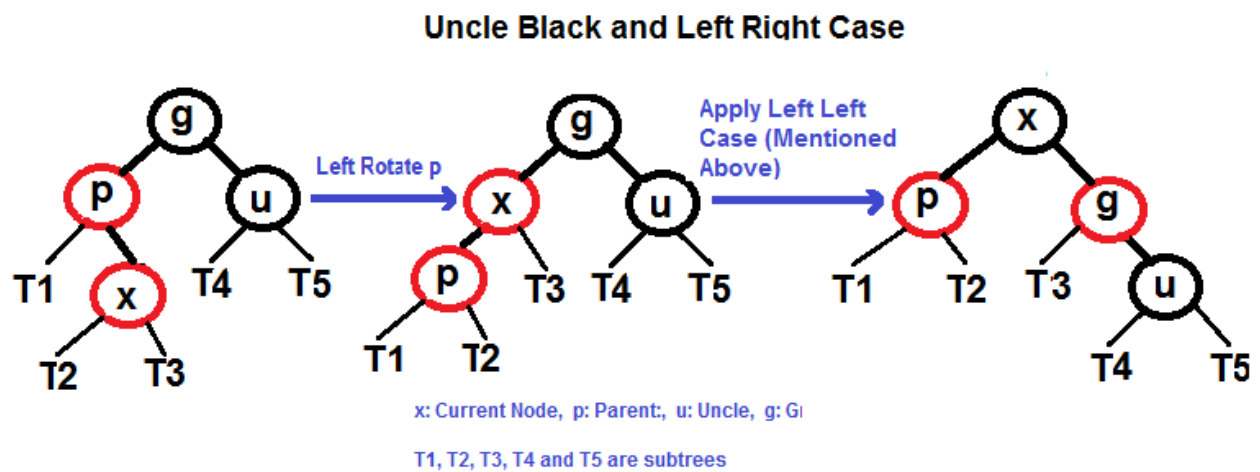
(iii) بر عکس مورد i (right right case)

(right left case) ii برعکس مورد (iv)

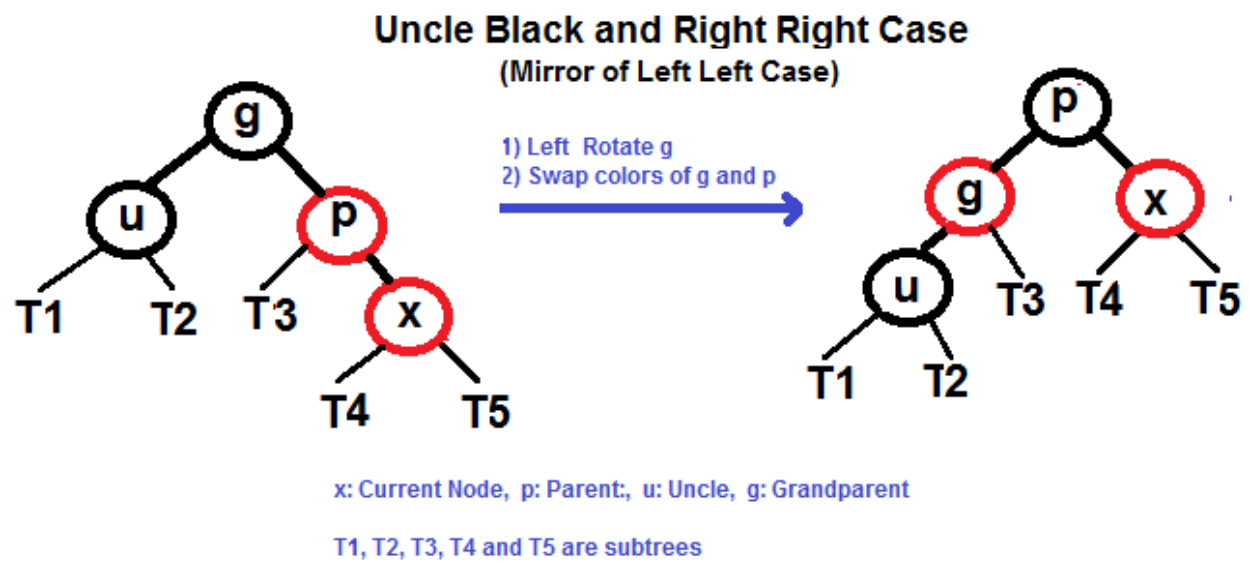
Left Left Case



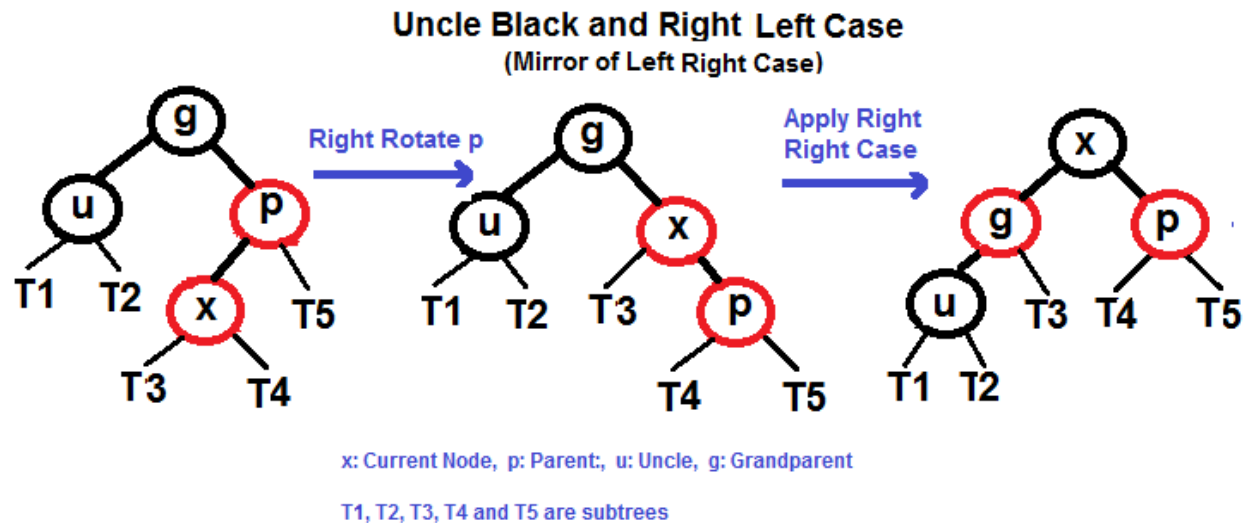
Left Right Case



Right Right Case

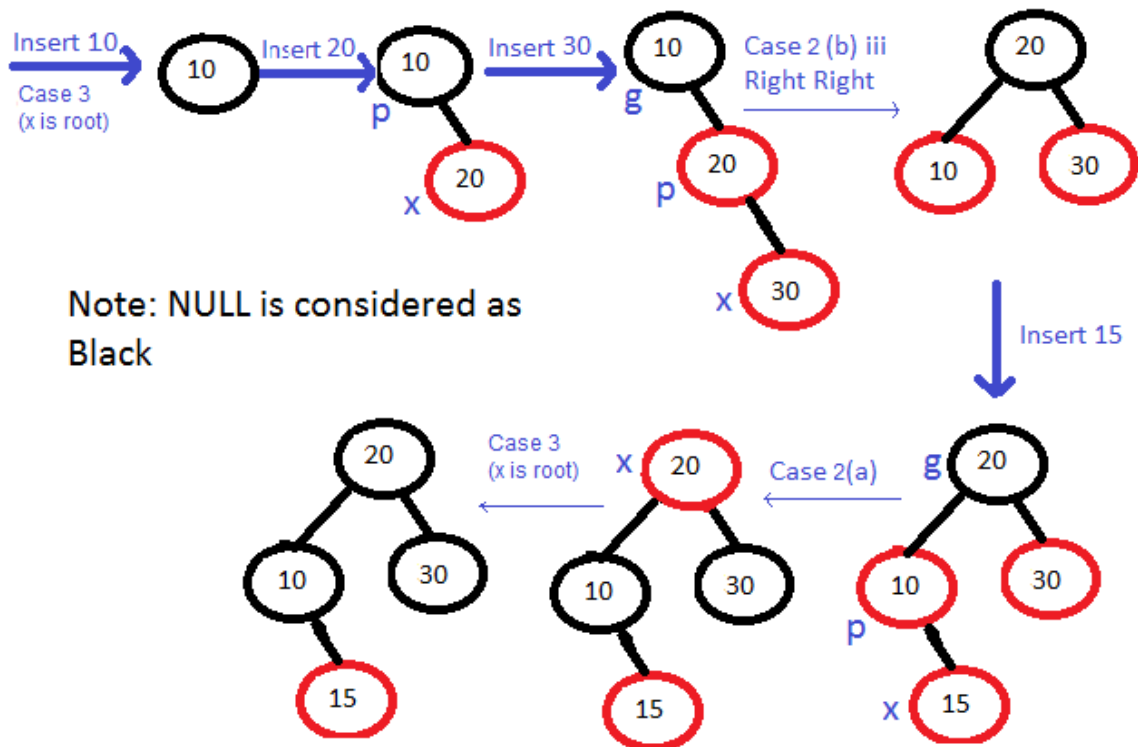


Right Left Case



نمونه ای از عملیات insertion:

Insert 10, 20, 30 and 15 in an empty tree



Deletion: مشابه عملیات insertion از recoloring و rotation برای حفظ ساختار درخت استفاده

می کنیم.

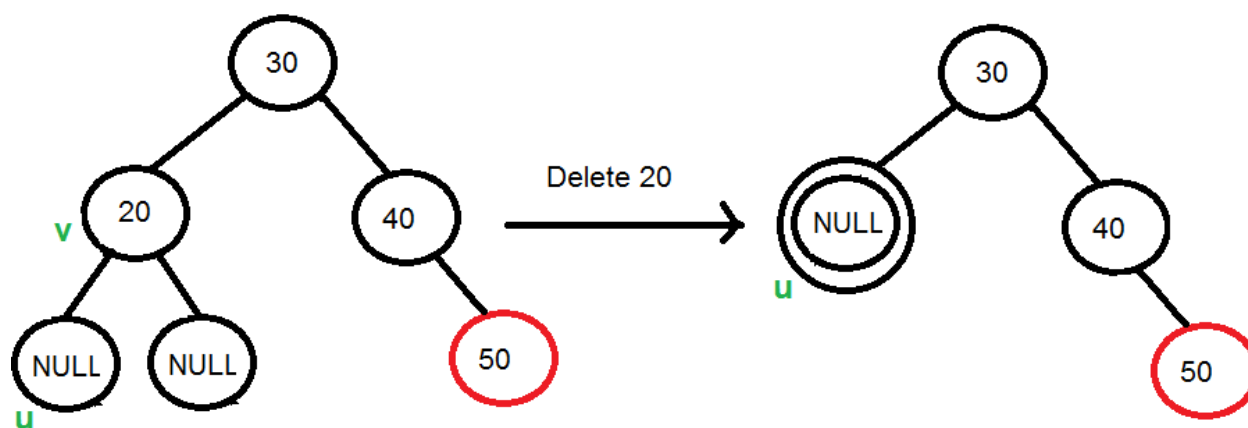
در ادامه الگوریتم deletion را بررسی می کنیم:

1) عملیات حذف استاندارد جستجوی دودویی (standard BST deletion) را انجام می دهیم. وقتی این عملیات را انجام می دهیم همیشه یک برگ یا یک گره که فقط یک فرزند دارد دیلیت می شود. بنابراین فقط لازم است حالاتی را بررسی کنیم که گره مورد نظر برگ است یا فقط یک فرزند دارد. v را به عنوان گره ای در نظر می گیریم که قصد حذف کردن آنرا داریم و u به عنوان فرزند آن گره که قرار است در جای آن قرار بگیرد.

(2) حالت اول: u یا v قرمز باشند، رنگ فرزند جابجا شده را مشکی می کنیم. توجه کنید که u و v نمی توانند همزمان قرمز باشند چون همسایه هم هستند و طبق قوانین پایه red or black دو گره قرمز نمی توانند در همسایگی یکدیگر قرار بگیرند.

(3) اگر هم u و هم v سیاه باشند.

3.1 u را دوبار سیاه (double black) می کنیم. حالا باید u را که دوبار سیاه شده تبدیل کنیم به یک گره سیاه.



When 20 is deleted, it is replaced by a NULL, so the NULL becomes double black.

Note that deletion is not done yet, this double black must become single black

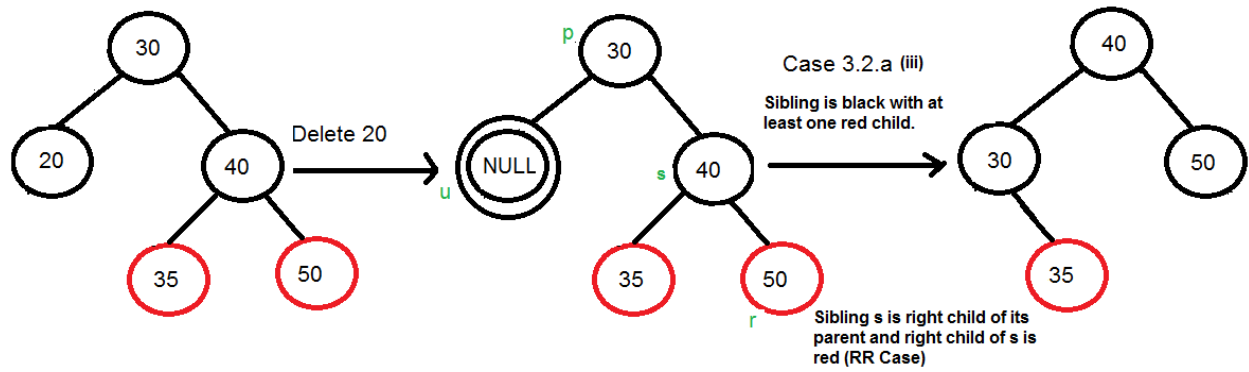
3.2 مراحل زیر برای گره u که اکنون دوبار سیاه شده و در ریشه قرار ندارد انجام می دهیم. فرزند آنرا به عنوان s در نظر می گیریم.

(a) اگر s سیاه باشد و حداقل یکی از فرزندان آن قرمز باشند. در این حالت عملیات rotation را انجام می دهیم. به این صورت که فرزند قرمز s را به عنوان r در نظر می گیریم و بسته به موقعیت s و r چهار حالت اتفاق می افتد.

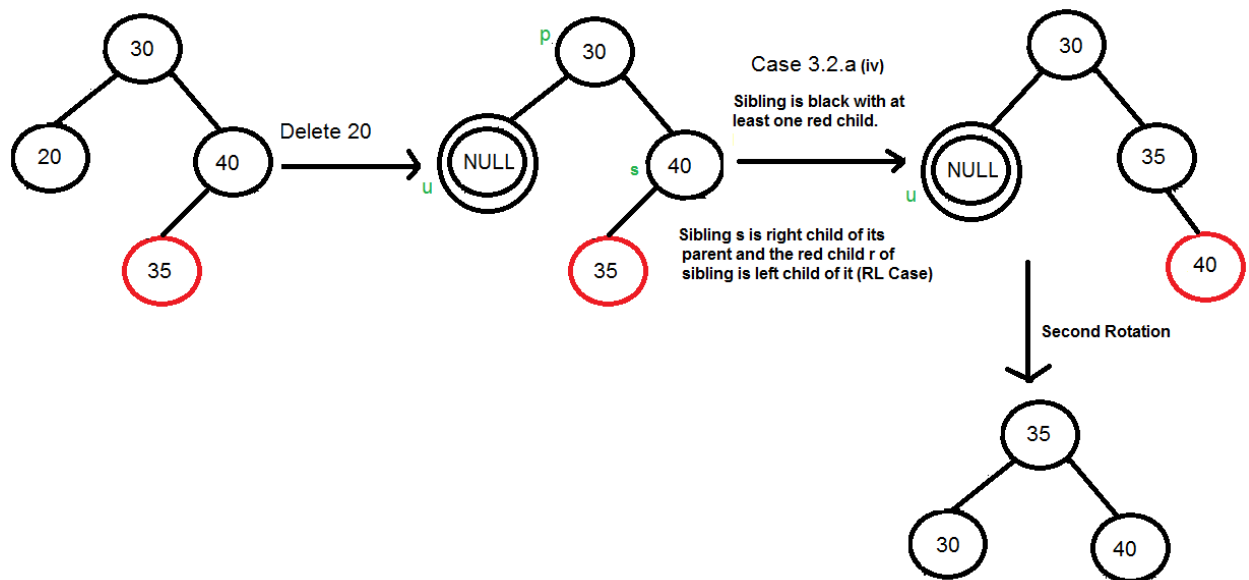
(i) s فرزند چپ پدرش باشد و r فرزند چپ s و یا این که دو فرزند s قرمز باشند. (left left case)

(ii) s فرزند چپ پدرش باشد و r فرزند راست باشد. (left right case)

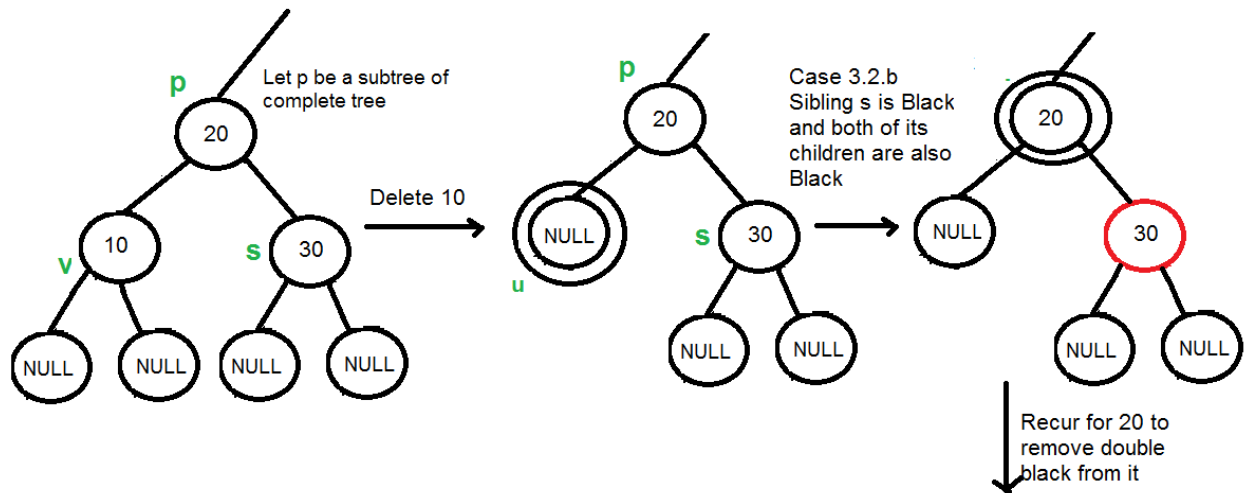
(iii) s فرزند راست پدرش باشد و r فرزند راست s و یا این که دو فرزند s قرمز باشند. (right right case)



(iv) s فرزند راست پدرش باشد و یا r فرزند چپ s باشد. (left right case)



(b) اگر s سیاه بود recoloring را انجام می دهیم و همینکار را برای پدر نیز انجام می دهیم اگر پدر مشکلی بود.

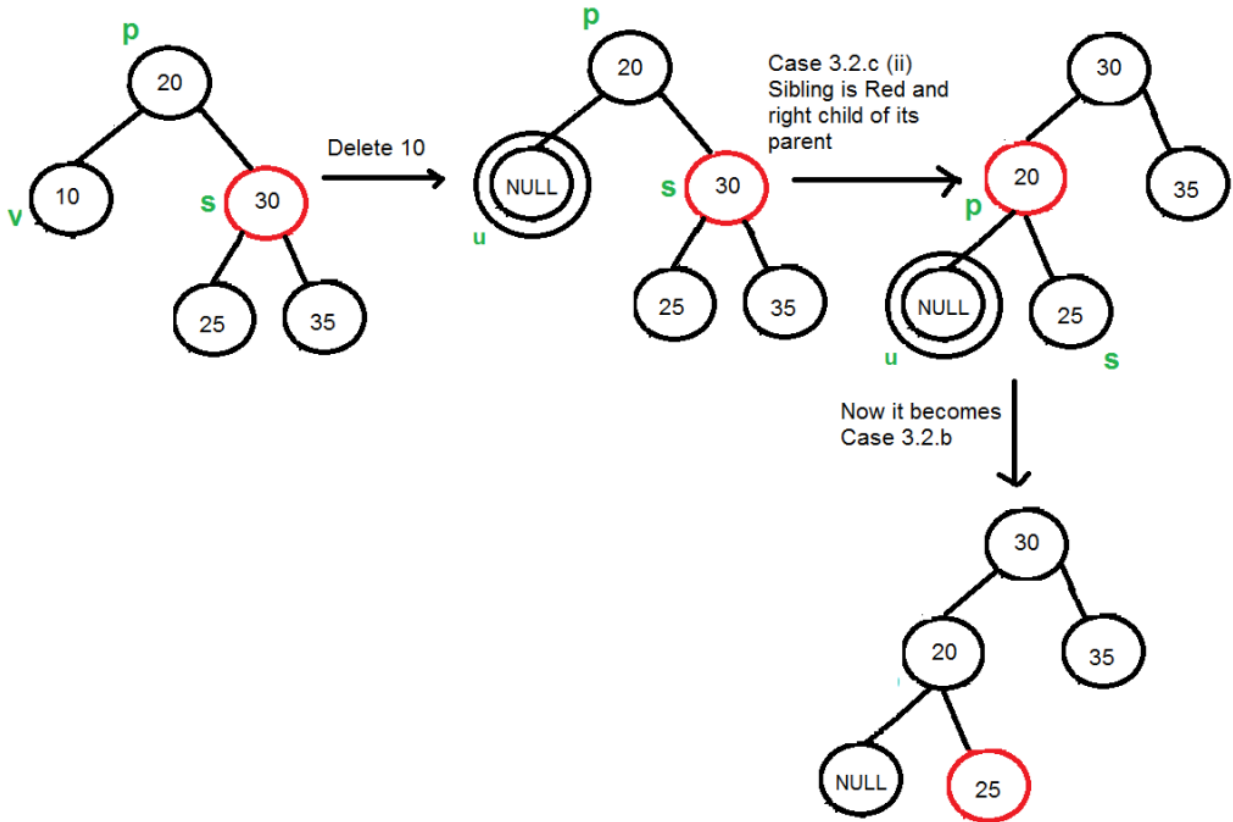


در این حالت اگر پدر قرمز بود احتیاجی به انجام دادن الگوریتم برای پدر احتیاجی نداریم. به سادگی پدر را مشکی می کنیم.

(c) اگر s قرمز بود rotation را انجام می دهیم تا فرزند قدیمی را بالا بیاوریم , سپس فرزند قدیمی و پدرش recolor می کنیم. دو حالت به وجود می آید.

(i) s فرزند چپ پدرش باشد, در این حالت p را right rotate می کنیم.

(ii) s فرزند راست پدرش باشد, در این حالت p را left rotate می کنیم.



3.3 اگر *u* ریشه باشد آنرا سیاه می کنیم (single black).