МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

Иследовательская работа №1

по дисциплине “Математический анализ и основы вычислений”

Вариант 79

Выполнил: студент гр. J3212

Мирасов К.В.

Проверил: Ершов А.Р.

г. Санкт - Петербург

2025 г.

Contents

1. Задача 1

Найти повторные пределы и двойной предел в точке $(0, 0)$ в области определения функции:

а) $f(x, y) = \frac{4x^4 - 5x^2y^2 + 2y^4}{x^4 + 2y^4}$

б) $f(x, y) = x^2 \sin\left(\frac{1}{y}\right)$

2. Задача 2

Найти частные производные данной функции $f(x, y)$ в данной точке (x_0, y_0). Выяснить, является ли функция дифференцируемой в этой точке. Если да, то найти её дифференциал в точке.

$f(x, y) = xy + \sin\left(\sqrt[3]{x^2 y^4}\right), \quad (x_0, y_0) = (0, 0)$

3. Задача 3

В данном дифференциальном уравнение (ДУ) перейти от функции $z(x, y)$ к функции $w(u, v)$. Решить полученное ДУ. Показать, что найденное решение (в исходных переменных) удовлетворяет исходному ДУ

$y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = (y - x)z, \quad u = x^2 + y^2, \quad v = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}, \quad w = \ln(z) - x - y$

4. Задача 4

Доказать, что уравнение $F(x, y) = 0$, $F = (F_1, F_2)$ задает неявно дифференцируемое отображение $y = f(x)$, $y = (y_1, y_2)$, $x = (x_1, x_2)$ в окрестности точки $M(x_1, x_2, y_1, y_2)$. Найти производную этого отображения в точке M (матрица Якоби) и одну (любую на выбор) из производных второго порядка $\frac{\partial^2 f_i}{\partial x_j \partial x_k}$ в точке M

$$\begin{cases} F_1(x,y)=x_1+x_2+y_1+2y_2-5 \\ F_2(x,y)=x_1^3+x_2^2+y_1^4+y_2^4-4 \end{cases}, \quad M(1,1,1,1)$$

5. Задача 5

С помощью метода Лагранжа исследовать функцию на условный экстремум при данном(-ых) уравнении(-ях) связи.

$f(x, y, z) = x + y - z, \quad y + z = 1, x^2 + y^2 = 1$

6. Задача 6

Изучить методы поиска локальных эсктремумов функции с помощью градиентных методов.

$f(x, y) = x^4 - 2x^2 + y^3 - 3y$

6.1. Аналитический этап

6.2. Практический этап