

### 1. Аналитический этап:

1. Докажите, что  $f$  измерима по Лебегу на  $E$ .
2. Постройте последовательность простых функций  $f_n(x)$  такую, чтобы  $f_n \leq f$ ,  $f_n \rightarrow f$  почти всюду на  $E$ .
3. Запишите определение интеграла Лебега функции  $f$  по  $E$ , используя построенную последовательность  $f_n$ . Вычислите аналитически, ссылаясь на соответствующие теоремы.
4. Докажите (опираясь на соответствующие теоремы), что данная функция  $F$  задает меру Лебега–Стилтьеса  $\mu_F$ .
5. Вычислите интеграл Лебега–Стилтьеса  $\int_E f dF$  аналитически.

### 2. Численный этап:

1. Изобразите графики  $f_n$  при нескольких значениях  $n$  или анимированный график (при увеличении  $n$ ).
2. Вычислите интеграл Лебега от  $f_n$  по  $E$  для нескольких (больших) значений  $n$ . Сравните результат с аналитическим.
3. Вычислите интеграл Лебега–Стилтьеса для функции  $f_n$  при нескольких (больших) значениях  $n$ . Сравните результат с аналитическим.

Комментарий к численному счету: требования к записи числа можно проверять программно только для первых ста знаков.