

No.:

4 * Tentukan F_{xx} dari : $F(x, y) = \ln(x^2 + 2xy + y^2)$

Jawab

Pertama-tama kita akan mencari turunan pertama dengan memperlakukan variabel y sebagai konstanta dan ~~memperlakukan~~ melakukan turunan hanya terhadap x

$$F_x = \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 + 2xy + y^2))$$

menggunakan sifat komutatif

$$= \frac{\partial}{\partial x} (\ln(x^2 + 2yx + y^2))$$

Kita akan gunakan aturan Berantai

$$\frac{\partial}{\partial x} (F(g)) = \frac{\partial}{\partial g} (F(g)) \times \frac{\partial}{\partial x} (g)$$

Dimana $g = x^2 + 2yx + y^2$

$$F_x = \frac{\partial}{\partial g} (\ln(g)) \times \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + 2yx + y^2)$$

turunan dari $\ln x$ adalah $= \frac{1}{x}$

$$= \frac{1}{g} \times (2x + 2y)$$

masukkan nilai g

$$= \frac{1}{x^2 + 2yx + y^2} \times (2x + 2y)$$

$$= \frac{2x + 2y}{x^2 + 2yx + y^2}$$

$$= \frac{2x + 2y}{x^2 + 2xy + y^2}$$

Setelah itu, kita akan mencari F_{xx} , kita perlu mengambil turunan pertama

~~Fx~~ F_x menjadi berikut :

$$F_{xx} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{2x + 2y}{x^2 + 2xy + y^2} \right)$$

No.:

Date:

Untuk menghitungnya kita gunakan Persamaan

$$U = 2x + 2y \rightarrow \text{turunan terhadap } x \text{ adalah } 2$$

$$V = x^2 + 2xy + y^2 \rightarrow \text{turunan terhadap } x \text{ adalah } 2x + 2y$$

$$F_{xx} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U}{V} \right) = \frac{V \frac{\partial U}{\partial x} - U \frac{\partial V}{\partial x}}{V^2}$$

kita masukkan variabelnya menjadi:

$$F_{xx} = \frac{(x^2 + 2xy + y^2)(2) - (2x + 2y)(2x + 2y)}{(x^2 + 2xy + y^2)^2}$$

ABDI SURYA PERMANA

No

Date

$$F(x, y) = \ln(x^2 + 2xy + y^2)$$

F_{yy} = turunan kedua terhadap Variabel y

$$F_y = \frac{\partial}{\partial y} \ln(x^2 + 2xy + y^2)$$

$$F_y = \frac{1}{x^2 + 2xy + y^2} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (x^2 + 2xy + y^2)$$

$$F_y = \frac{2y + 2}{x^2 + 2xy + y^2}$$

Hitung turunan kedua

$$F_{yy} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{2y + 2}{x^2 + 2xy + y^2} \right)$$

$$F_{yy} = \frac{2(x^2 - y^2 - 2xy - 2)}{(x^2 + 2xy + y^2)^2}$$