

**DOMANDE E RISPOSTE
SUI SISTEMI ARITMETICI A PRECISIONE FINITA
E
CONDIZIONAMENTO**

1) FORNIRE UN ESEMPIO DI PROBLEMA BEN CONDIZIONATO E MAL CONDIZIONATO:

Un problema ben condizionato potrebbe essere la risoluzione di un sistema triangolare superiore, invece uno mal condizionato le metrici di Hilbert e Vandermonde.

2) E' POSSIBILE RENDERE BEN CONDIZIONATO UN PROBLEMA MAL CONDIZIONATO E PERCHE'?

No perchè il condizionamento dipende dalla natura del problema stesso, indipendentemente dall'algoritmo usato.

3) COSA SI INTENDE DIRE CHE IL SISTEMA ARITMETICO E' CARATTERIZZATO DALLA MASSIMA ACCURATEZZA DINAMICA?

Un sistema aritmetico f.p. ha massima accuratezza dinamica se presi x, y appartenente a $F \rightarrow x \# y = fl(x \# y)$ e quindi le rappresentazioni coincidono perfettamente. Quindi esso garantisce che il risultato di qualsiasi operazione floating point differisca dal risultato dell'operazione in R corrispondente (il risultato esatto), di una quantità che è il solo errore di rappresentazione di r , e viene perciò detto sistema a massima accuratezza dinamica.

Il risultato r' dell'operazione f.p. che è un numero macchina, è esattamente la rappresentazione f.p.n. (floating point normalizzato) a precisione finita del risultato r della corrispondente operazione in R (reali). Un tale sistema aritmetico garantisce dunque che il risultato di qualsiasi operazione f.p. differisca dal risultato dell'operazione in R corrispondente (il risultato esatto), di una quantità che è il solo errore di rappresentazione di r , e viene perciò detto sistema a massima rappresentazione dinamica.

4) FORNIRE UN ESEMPIO DI ALGORITMO INSTABILE ED UNA TECNICA CON CUI POTERLO RENDERE STABILE:

Un esempio di algoritmo instabile è l'algoritmo di Gauss che con la tecnica del pivoting diventa praticamente stabile.

5) ILLUSTRARE BREVEMENTE IL SIGNIFICATO DI CIASCUNA GRANDEZZA, IN UN SISTEMA ARITMETICO A PRECISIONE FINITA:

ϵ ossia l'epsilon macchina, in un sistema aritmetico f.p. è il più piccolo numero appartenente ad F tale che:

$$1 (+) \epsilon = fl(1 + \epsilon) > 1$$

μ La massima accuratezza relativa in un sistema f.p. è il massimo errore che si commette nella rappresentazione di un numero x :

$$u = \max \frac{|fl(x) - x|}{|x|} = \frac{1}{2} \beta^{(1-t)} \text{ nel caso dell'arrotondamento}$$

$$u = \max \frac{|fl(x) - x|}{|x|} = \beta^{(1-t)} \text{ nel caso del troncamento}$$

$$|x|$$

6) SI CONFRONTINO I RISULTATI. SI SPIEGHI QUAL E' LA PROPRIETA' DELLA SOMMA CHE NON VALE PIU' LAVORANDO IN UN SISTEMA ARITMETICO A PRECISIONE FINITA:

$(x (+) y) (+) z \neq x (+) (y (+) z)$ in f.p.

La proprietà associativa per la somma non vale per l'errore di Roundoff sull'operazione aritmetica.

7) SI OSSERVI IN PARTICOLARE QUALE FENOMENO INCIDE SULLA PERDITA DELLE CIFRE SIGNIFICATIVE:

Sulle cifre significative incide il fenomeno della cancellazione che è la manifestazione del mal condizionamento che si manifesta con la sottrazione di due numeri vicini.

$$\text{Dim: } C(f, x, y) = \frac{|x| + |y|}{|x - y|} \rightarrow 0 \quad \text{se } |x - y| \rightarrow 0$$

8) SPIEGARE LA DIFFERENZA TRA PROBLEMA BEN CONDIZIONATO E MAL CONDIZIONATO:

Un problema si dice ben condizionato se l'errore relativo (assoluto) nella soluzione ha al più lo stesso ordine di grandezza dell'errore relativo (assoluto) nei dati. Mentre un problema in cui l'errore relativo nella soluzione ha ordine di grandezza maggiore rispetto all'errore relativo nei dati si dice mal condizionato.

9) SPIEGARE LA DIFFERENZA TRA ALGORITMO STABILE E INSTABILE:

Un algoritmo si dice instabile, se gli errori di roundoff introdotti nei dati si propagano amplificandosi in maniera tale che i risultati siano inaccettabili.

CHE COS'E' L'INDICE DI CONDIZIONAMENTO?

Detto δ l'errore nei dati e ϵ l'errore corrispondente nella soluzione, e posto

$$\epsilon = \mu \cdot \delta$$

μ è detto indice di condizionamento del problema, ed inoltre risulta che:

se $\mu \leq 1$ il problema è ben condizionato.

se $\mu > 1$ il problema è mal condizionato.

10) CHE COS'E' L'ERRORE DI ROUND OFF?

Cosiderato un sistema aritmetico f.p a precisione finita F, sia x un numero reale appartenente all'insieme di rappresentabilità F e sia fl(x) la sua rappresentazione in F si dice errore assoluto di Roundoff il numero:

$$|fl(x) - x|$$

e si dice errore relativo di Roundoff il numero:

$$\frac{|fl(x) - x|}{|x|}$$

Inoltre l'errore di Roundoff si genera sia quando il numero reale viene rappresentato in F, sia

nell'esecuzione di ogni operazione floating point.