

IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE DE UM VEÍCULO SEGWAY PARA FINS EDUCACIONAIS

JOSÉ V. MELO*

**PUCRS - Faculdade de Engenharia
Av. Ipiranga, 6681, 90619-900, Porto Alegre, RS, Brasil*

Email: jose.vinicius@acad.pucrs.br

Abstract— This paper discusses the development and control of a segway vehicle as an important learning platform in the control area to system identification, linearizations, control methods, filtering and signal processing. The complementary filters technique was used to fuse sensors and acquire the inclination angle. Experimental results are presented in order to validate the model proposed and the control strategy applied.

Keywords— Applied Control, Inverted Pendulum, Robotics, System Identification.

Resumo— Este artigo aborda o desenvolvimento e controle de um veículo segway como importante plataforma de aprendizado na área de controle para identificação de sistemas, linearizações, métodos de controle, filtragem e processamento de sinais. A técnica de filtros complementares foi utilizada para a fusão de sensores e aquisição do ângulo de inclinação. Resultados experimentais são apresentados para validar o modelo proposto e a estratégia de controle aplicada.

Palavras-chave— Controle Aplicado, Pêndulo Invertido, Robótica, Identificação de Sistemas.

1 Introdução

Sistemas de transporte rápidos e leves têm se tornado cada vez mais necessários para contornar problemas de mobilidade urbana. Podemos encontrar veículos de transporte nas mais diversas configurações. O sistema robotizado de pêndulo invertido se tornou largamente conhecido através do Segway nas últimas décadas, inspirando diversas pesquisas por sistemas de controle eficazes e robustos (Grasser et al., 2002).

O segway tem se tornado atrativo na área de controle por possuir diversos obstáculos a serem contornados, como, por exemplo, ter características não-lineares. Diversas técnicas de controle tem sido utilizadas, desde o tradicional PID (Lee and Jung, 2008), controles baseados em lógica Fuzzy (Magana and Holzapfel, 1998) até técnicas mais avançadas utilizando redes neurais (Jung and Kim, 2008).

Para manter o equilíbrio o sistema deve mensurar o ângulo de inclinação com grande precisão. Acelerômetros e giroscópios podem efetuar a medição do ângulo independentemente, porém ambos trazem erros agregados. Enquanto o acelerômetro tem seu funcionamento impactado em altas frequências, o giroscópio sofre de desvios causados pelo processo de integração. Diversas técnicas tem sido utilizadas para contornar tais problemas, como, por exemplo, filtros de Kalman (Yun and Bachmann, 2006) que fornecem ótimos resultados, porém com maior complexidade de implementação. Outra alternativa é o uso de filtros complementares (Salton et al., 2016) que eliminam os erros de ambos os sensores de forma bastante eficiente. Ainda pode-se fazer o uso de ambas as técnicas para a obtenção de melhores resul-

tados (Lee and Jung, 2009). Este artigo considera apenas o uso de filtros complementares, pois requerem baixo esforço computacional e proveem uma resposta com significativa precisão.

O principal objetivo deste artigo é descrever os métodos utilizados para o desenvolvimento e controle de um segway como ferramenta para a aplicação de técnicas relacionadas à área de controle. Tais plataformas são essenciais para unir teoria e prática, tornando o ensino mais prazeroso e de melhor qualidade. Métodos clássicos são apresentados possibilitando um fácil entendimento através de técnicas eficientes e que podem ser utilizadas em diferentes níveis da formação acadêmica.

O artigo é dividido da seguinte maneira: a Seção 2 descreve os principais componentes que compõem o sistema, bem como suas principais características. A Seção 3 apresenta as principais equações que regem a dinâmica do sistema e as técnicas utilizadas para a identificação de seu modelo. Na Seção 4 são descritos todos os passos para a implementação final e posterior validação através dos resultados obtidos. Por fim, a Seção 5 traz as principais considerações acerca da importância de tal plataforma de aprendizado.

2 Descrição do Sistema

2.1 Sistema Eletrônico

A estrutura básica da eletrônica do sistema pode ser vista na Figura 1. O controle digital é aplicado através de um microcontrolador de 32 bits com núcleo ARM Cortex-M0 (STM32F072RB, STMicroelectronics). A estimativa do ângulo é obtida a partir da composição dos dados provenientes dos sensores acelerômetro e giroscópio in-

tegrados em um único encapsulamento de baixo custo (LSM6DS3H, STMicroelectronics). Também temos o deslocamento angular das rodas que é mensurado através de um *encoder* por efeito *hall* (Persson, 1978) integrado em cada motor DC (*Metal Gearmotor 37Dx68L*, Pololu), que são controlados através de um *driver* de alta capacidade (VNH2SP30-E, STMicroelectronics).

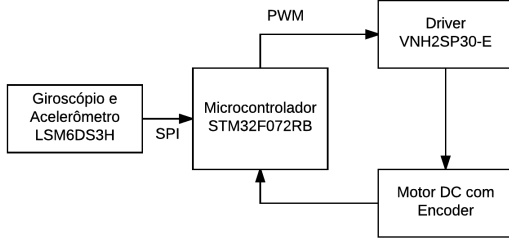


Figura 1: Diagrama do sistema.

2.2 Sistema Mecânico

O protótipo desenvolvido pode ser visto renderizado na Figura 2. A estrutura foi projetada com madeira MDF (*Medium Density Fireboard*) de fácil acesso e baixo custo. A altura do *frame* e a posição da bateria foram projetadas para elevar o centro de massa do pêndulo a fim de facilitar a estabilização quando submetido ao controle. Por fim, utilizou-se uma bateria tipo lipo de alta capacidade (2200mAh 3S 20C, Turnigy) que garante alta autonomia para o protótipo.

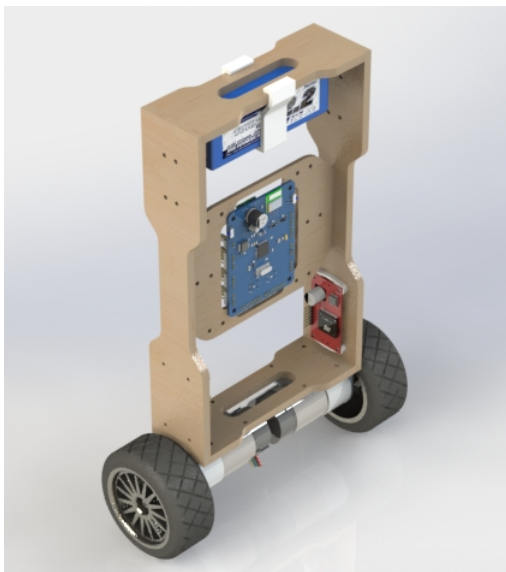


Figura 2: Renderização do Hardware.

3 Modelo Matemático

3.1 Linearizações

O segway, por definição, é um sistema instável, portanto, para a obtenção de um modelo matemático que descreva o mesmo, utilizaremos um pêndulo de giro livre para inferir seus parâmetros. Utilizando mecânica lagrangiana obtêm-se o modelo matemático para o pêndulo de giro livre (Slotine et al., 1991), descrito pela seguinte equação,

$$ml\ddot{\phi} + b\dot{\phi} + mg \sin(\phi) = \tau \quad (1)$$

sendo ϕ o ângulo de inclinação, τ o torque aplicado ao sistema e as constantes m , l , b e g representam, respectivamente, sua massa, comprimento, coeficiente de atrito dinâmico e a aceleração da gravidade.

Uma vez que temos um sistema não-linear, faz-se necessário a utilização de aproximações matemáticas para linearizar o mesmo. Utilizando a Série de Taylor para a função seno, que é dada por,

$$\sin(\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \phi^{2n+1} \quad (2)$$

podemos linearizar o sistema em torno dos pontos de equilíbrio onde as variações de ϕ são nulas, ou seja, $\ddot{\phi} = 0$ e $\dot{\phi} = 0$. Considerando o ponto onde o sistema é estável para fins de teste em malha aberta, ou seja, $\bar{\phi} = 0$, temos:

$$\sin(\bar{\phi})|_{\bar{\phi}=0} \approx \phi \quad (3)$$

Rearranjando os termos em (1) e utilizando a aproximação obtida em (3), temos:

$$\ddot{\phi} + \frac{b}{m}\dot{\phi} + \frac{g}{l}\phi = \frac{1}{ml}\tau \quad (4)$$

Utilizando (4) e aplicando a Transformada de Laplace em ambos os lados da equação, obtemos a função de transferência, dada por,

$$\frac{\Phi(s)}{T(s)} = \frac{b_1}{s^2 + a_1s + a_2} \quad (5)$$

onde $a_1 = b/m$, $a_2 = g/l$ e $b_1 = 1/ml$. A função de transferência acima relaciona o ângulo de inclinação ϕ com o torque τ do sistema. O torque é aplicado no sistema através de um motor DC que é acionado por um *driver*, tipicamente modelado por um sistema de primeira ordem, dado por,

$$\frac{T(s)}{U(s)} = \frac{k_\tau}{s + p_\tau} \quad (6)$$

onde u é o sinal de controle enviado para o *driver*, k_τ é uma constante de construção e p_τ é o polo do atuador.

Utilizando (5) e (6) obtemos o modelo do pêndulo linearizado em seu ponto de equilíbrio estável, dado por:

$$G_e(s) = \frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{b_1}{s^2 + a_1s + a_2} \frac{k_\tau}{s + p_\tau} \quad (7)$$

A partir do modelo (7) fica visível que o sistema discreto pode ser descrito por um sistema de terceira ordem, dado por,

$$G_e(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\theta_4 z^2}{z^3 - \theta_1 z^2 - \theta_2 z - \theta_3} \quad (8)$$

onde y é o ângulo de inclinação ϕ e as constantes $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ e θ_4 serão identificadas na próxima seção.

3.2 Método dos Mínimos Quadrados

De acordo com o modelo (8) obtemos a equação recursiva que rege a dinâmica do sistema discreto, dada por,

$$y_{(k+3)} = \theta_1 y_{(k+2)} + \theta_2 y_{(k+1)} + \theta_3 y_{(k)} + \theta_4 u_{(k+2)} \quad (9)$$

que poder ser reescrita na forma vetorial:

$$y_{(k+3)} = \begin{bmatrix} y_{(k+2)} & y_{(k+1)} & y_{(k)} & u_{(k+2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix} \quad (10)$$

A partir de N dados da entrada $u_0 \dots u_{N-1}$ e saída $y_0 \dots y_{N-1}$ é possível identificar os coeficientes $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ e θ_4 que descrevem a dinâmica do sistema digital. Para isso, podemos obter diversas equações como (10) que podem ser rearranjadas na forma matricial, dada por,

$$\mathbf{y} = \psi \theta \quad (11)$$

onde \mathbf{y} é o vetor formado por valores da entrada $y_i, i = 3, 4, 5, \dots, N-1$ e θ é o vetor formado pelos ganhos $\theta_j, j = 1 \dots 4$. Ainda temos que ψ é chamada matriz de *regressores*, dada por:

$$\psi = \begin{bmatrix} y_{(2)} & y_{(1)} & y_{(0)} & u_{(2)} \\ y_{(3)} & y_{(2)} & y_{(1)} & u_{(3)} \\ y_{(4)} & y_{(3)} & y_{(2)} & u_{(4)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{(N-2)} & y_{(N-3)} & y_{(N-4)} & u_{(N-2)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Isolando θ na equação (11), temos,

$$\theta = (\psi^T \psi)^{-1} \psi^T \mathbf{y} \quad (13)$$

onde ψ^T é a transposta da matriz de *regressores*.

De posse dos coeficientes θ , ou seja, de posse do modelo discreto (8), podemos encontrar os coeficientes do modelo contínuo (7). Nas próximas seções, também será visto que o sistema pode ser linearizado em torno do seu ponto de equilíbrio instável, $\bar{\phi} = \pi$, a fim de encontrar o modelo do

pêndulo invertido que possui relação direta com o modelo (7). Portanto, será possível projetar uma lei de controle baseada no lugar geométrico das raízes (LGR) e garantir o controle do sistema.

4 Implementação

4.1 Filtros Complementares

Para implementar a estratégia de controle é necessário efetuar a medição do ângulo ϕ . Com o objetivo de reduzir o esforço computacional, bem como, manter uma estimativa precisa de ϕ , foi implementada a fusão dos dados provenientes dos sensores acelerômetro e giroscópio através de filtros complementares.

Através das medições do acelerômetro podemos estimar as acelerações que atuam nos 3 eixos do sistema. Em particular, quando submetido a velocidades constantes, a única força atuando no sensor é a da gravidade, portanto, através de relações trigonométricas é possível estimar a inclinação ϕ (Mazgut et al., 2014), de acordo com,

$$\hat{\phi}_a = \arctan \left(\frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \right) \quad (14)$$

onde $\hat{\phi}_a$ é a estimativa do ângulo dada pelo acelerômetro e a_x, a_y e a_z são as acelerações lineares em cada eixo do sensor. Contudo, quando submetido a variações de velocidade em decorrência do movimento de correção do ângulo ϕ para estabilizar o sistema, a estimativa proveniente do acelerômetro apresenta significativa taxa de erro.

Outra maneira de estimar ϕ é integrando os dados provenientes do giroscópio, uma vez que este fornece a velocidade angular, pois $\dot{\phi} = \int \phi dt$. Numericamente, isso é obtido através da seguinte relação discreta,

$$\hat{\phi}_g = \frac{Tz}{z-1} \dot{\phi} \quad (15)$$

onde $\hat{\phi}_g$ é a estimativa do ângulo dada pelo giroscópio e T é o período de amostragem. É interessante notar que erros numéricos, como, por exemplo, *offset* do sensor, fazem a integral em (15) divergir facilmente.

Os problemas descritos deixam claro que a estimativa do ângulo fornecida independentemente por cada um dos sensores possui erros agregados. Enquanto o acelerômetro possui significativa ineficiência em altas frequências devido ao ruído, a integração do giroscópio leva ao erro de *drift*, uma vez que o *offset* é integrado. Para contornar esse inconveniente, podemos fazer uso de filtros complementares, $A(z) + B(z) = 1$, dados por,

$$A(z) = \frac{z(1-p)}{(z-p)}, \quad B(z) = \frac{p(z-1)}{(z-p)} \quad (16)$$

onde $A(z)$ é um filtro passa-baixas utilizado para filtrar $\hat{\phi}_a$ e $B(z)$ é um filtro passa-altas para filtrar $\hat{\phi}_g$. Dessa forma, temos:

$$\hat{\Phi}(z) = A(z)\hat{\Phi}_a(z) + B(z)\hat{\Phi}_g(z) \quad (17)$$

Utilizando (17), podemos encontrar a relação discreta, que é dada por,

$$\hat{\phi}(k) = p \cdot \hat{\phi}(k-1) + (1-p) \cdot \hat{\phi}_a(k) + pT \cdot \dot{\phi}(k) \quad (18)$$

onde p é o parâmetro de ajuste.

4.2 Identificação do Sistema

De posse do modelo discreto (8), foram coletados os dados que permitem a identificação do sistema e os resultados podem ser vistos na Figura 3 com período de amostragem de $T = (1/104) s$. Na parte superior do gráfico, vemos o ângulo de inclinação ϕ filtrado a partir de (18) e na parte inferior o sinal de entrada $u(k)$ utilizado para excitar em malha aberta o sistema linearizado em sua posição estável. A partir do método dos mínimos quadrados, identificou-se o seguinte modelo:

$$\hat{G}_e(z) = \frac{1.490 \times 10^{-4} z^2}{z^3 - 2.659z^2 + 2.328z - 0.6668} \quad (19)$$

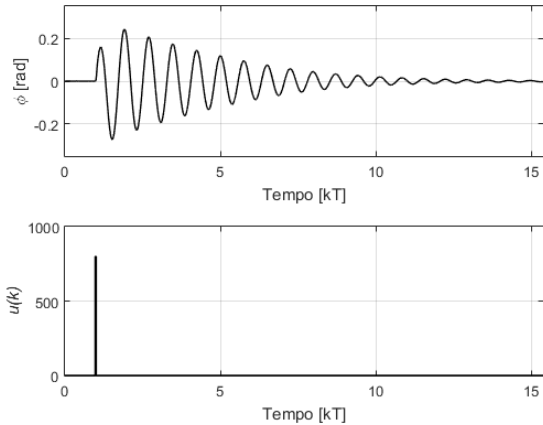


Figura 3: Dados coletados para a identificação do sistema.

Uma análise mais aprofundada do modelo (19) nos permite concluir que o polo referente ao atuador é de dinâmica rápida em relação aos outros polos e pode ser desconsiderado, pois,

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0.9943 + j0.0787 \\ \lambda_2 &= 0.9943 - j0.0787 \\ \lambda_3 &= 0.6703 \end{aligned} \quad (20)$$

onde λ_1 , λ_2 e λ_3 são os polos de (19). Dessa forma, o modelo discreto também pode ser reduzido, eliminando-se o polo rápido, resultando em uma nova relação para (19), que é dada pelo seguinte modelo reduzido:

$$\hat{G}_r(z) = \frac{4.521 \times 10^{-4}}{z^2 - 1.989z + 0.9948} \quad (21)$$

Então, podemos converter o modelo discreto (21) para seu equivalente contínuo através do método de Tustin, resultando em,

$$\hat{G}_r(s) = \frac{4.910}{s^2 + 0.5469s + 67.59} \quad (22)$$

que é a função de transferência estimada que relaciona a saída ϕ com a entrada u para o sistema linearizado em torno do seu ponto de equilíbrio estável.

A fim de comparar o modelo obtido em (22) com o sistema real, utilizou-se o mesmo sinal de excitação descrito anteriormente e o resultado pode ser visto na Figura 4.

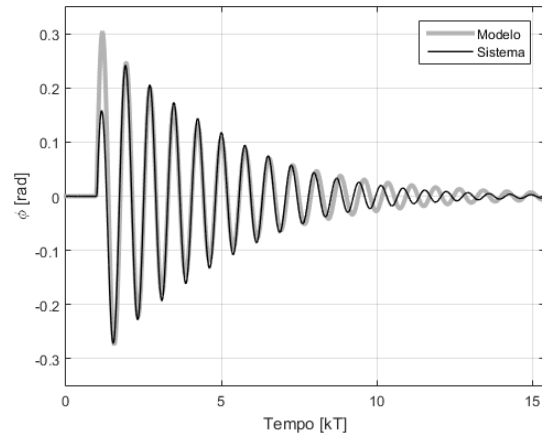


Figura 4: Comparação entre as respostas do sistema real e do modelado para uma mesma entrada $u(k)$.

Agora, podemos linearizar o sistema em torno do seu ponto de equilíbrio instável, ou seja, $\bar{\phi} = \pi$, logo, temos:

$$\sin(\bar{\phi})|_{\bar{\phi}=\pi} \approx -\phi \quad (23)$$

Então, através das relações (1) e (23), temos,

$$\frac{\Phi(s)}{T(s)} = \frac{b_1}{s^2 + a_1s - a_2} \quad (24)$$

que relaciona a saída ϕ e o torque τ e de acordo com (5) vemos que a relação com o sistema linearizado em seu ponto de equilíbrio estável é o sinal do coeficiente a_2 . Portanto, através de (22), conclui-se que,

$$\hat{G}_i(s) = \frac{4.910}{s^2 + 0.5469s - 67.59} \quad (25)$$

que é a função de transferência que relaciona a saída ϕ com a entrada u para o sistema linearizado em torno do seu ponto de equilíbrio instável.

4.3 Controle

A função de transferência (25) pode ser reescrita da seguinte maneira,

$$G_i(s) = \frac{k_i}{(s + p_1)(s + p_2)} \quad (26)$$

onde p_1 e p_2 são os polos do sistema e k_i é uma constante de ganho. Uma análise mais aprofundada mostra que a função possui um polo real em cada semiplano do plano complexo, dados por,

$$\begin{aligned} p_1 &= -8.4991 \\ p_2 &= +7.9522 \end{aligned} \quad (27)$$

configurando um sistema instável.

Para implementar a estratégia controle de maneira simples e eficiente, optou-se por um controlador do tipo Proporcional-Derivativo (PD), dado por,

$$C(s) = K_d \left(s + \frac{K_p}{K_d} \right) \quad (28)$$

onde K_p é o ganho proporcional e K_d é o ganho derivativo.

O diagrama do sistema em malha fechada pode ser visto na Figura 5. A relação entre K_p e K_d foi projetada para tornar o sistema estável através do LGR de tal forma que o zero de (28) fosse posicionado junto ao polo no semiplano esquerdo de (25) e o ganho fosse tal que levasse os polos do sistema em malha fechada para o semiplano esquerdo. Por inspeção gráfica do LGR e da resposta ao degrau, o ganho também foi ajustado para tornar o sistema rápido e sem saturar os atuadores, ou seja, alcançando rapidamente a referência sem que o sinal $u(t)$ atingisse os limites impostos pelo *hardware*. Os valores obtidos são dados por:

$$C(s) = 24 \left(s + \frac{204}{24} \right) \quad (29)$$

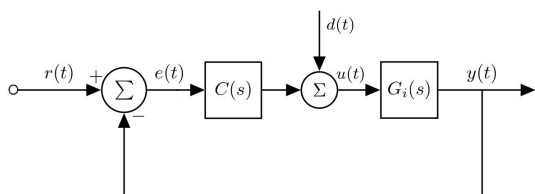


Figura 5: Diagrama do sistema em malha fechada.

4.4 Resultados Experimentais

Para a validação do modelo encontrado e da estratégia de controle proposta, o sistema em malha fechada da Figura 5 foi submetido a uma referência r do tipo senoidal e os resultados podem ser vistos na Figura 6.

Como vemos, o sistema parte do estado de equilíbrio, ou seja, $\phi = \pi$, para seguir a referência de acordo com o modelo, que pode ser analisado na mesma figura. Também vemos que o sistema possui pequenos desvios em torno da referência em decorrência de outras não linearidades que não foram identificadas pelo modelo, como por

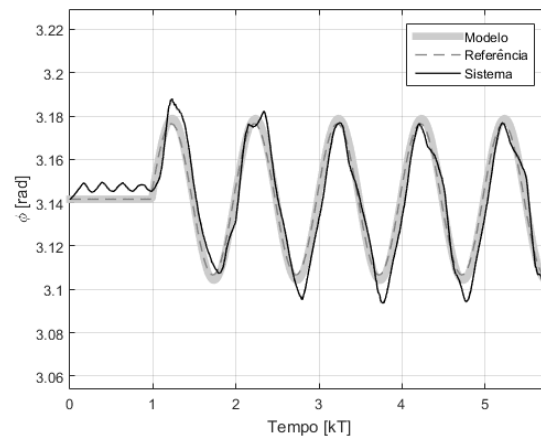


Figura 6: Resposta do sistema em malha fechada para uma referência senoidal com o segway em sua posição instável, $\phi = \pi$.

exemplo, a zona-morta do atuadores (Selmic and Lewis, 2000).

O sistema também foi submetido a um distúrbio d , onde:

$$u = u_c + d \quad (30)$$

Os resultados podem ser vistos na Figura 7. Como vemos, após o distúrbio, o controle age para corrigir a posição do sistema em torno do sinal de referência.

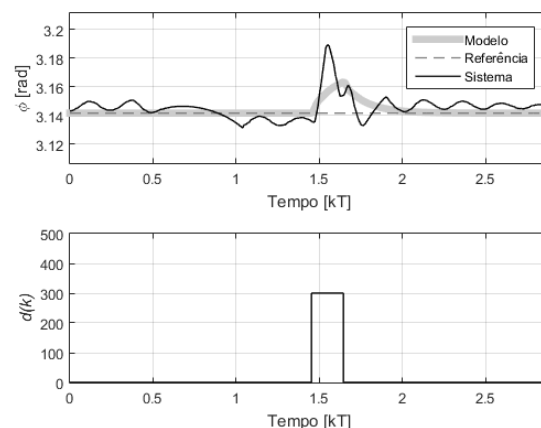


Figura 7: Resposta do sistema em malha fechada quando submetido a um distúrbio no sinal de controle.

5 Conclusão

Este artigo descreveu os métodos utilizados para o desenvolvimento e controle de um veículo segway, bem como técnicas eficientes para a obtenção do ângulo de inclinação utilizando filtros complementares. O modelo do sistema foi encontrado através de técnicas clássicas da área de controle e validado através de diferentes métodos de testes. Como foi

visto, o sistema permite a aplicação de diversas estratégias de controle, projetos utilizando LGR, filtros simples à avançados, etc. Portanto, torna-se uma importante plataforma de aprendizado que também pode ser explorada a nível de pós graduação utilizando, por exemplo, técnicas mais avançadas de identificação de sistemas.

Yun, X. and Bachmann, E. R. (2006). Design, implementation, and experimental results of a quaternion-based kalman filter for human body motion tracking, *IEEE transactions on Robotics* **22**(6): 1216–1227.

Referências

- Grasser, F., D'arrigo, A., Colombi, S. and Ruffer, A. C. (2002). Joe: a mobile, inverted pendulum, *IEEE Transactions on industrial electronics* **49**(1): 107–114.
- Jung, S. and Kim, S. S. (2008). Control experiment of a wheel-driven mobile inverted pendulum using neural network, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **16**(2): 297–303.
- Lee, H.-J. and Jung, S. (2008). Control of a mobile inverted pendulum robot system, *Control, Automation and Systems, 2008. ICCAS 2008. International Conference on*, IEEE, pp. 217–222.
- Lee, H.-J. and Jung, S. (2009). Gyro sensor drift compensation by kalman filter to control a mobile inverted pendulum robot system, *Industrial Technology, 2009. ICIT 2009. IEEE International Conference on*, IEEE, pp. 1–6.
- Magana, M. E. and Holzapfel, F. (1998). Fuzzy-logic control of an inverted pendulum with vision feedback, *IEEE transactions on education* **41**(2): 165–170.
- Mazgut, R., Spanik, P., Koscelnik, J. and Sindler, P. (2014). The measurement of balance by the accelerometer and gyroscope, *ELEKTRO, 2014*, IEEE, pp. 192–196.
- Persson, E. K. (1978). Hall effect shaft angle position encoder. US Patent 4,086,519.
- Salton, A. T., Eckhard, D., Flores, J. V., Fernandes, G. and Azevedo, G. (2016). Disturbance observer and nonlinear damping control for fast tracking quadrotor vehicles, *Control Applications (CCA), 2016 IEEE Conference on*, IEEE, pp. 705–710.
- Selmic, R. R. and Lewis, F. L. (2000). Dead-zone compensation in motion control systems using neural networks, *IEEE Transactions on Automatic Control* **45**(4): 602–613.
- Slotine, J.-J. E., Li, W. et al. (1991). *Applied nonlinear control*, Vol. 199, prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ.