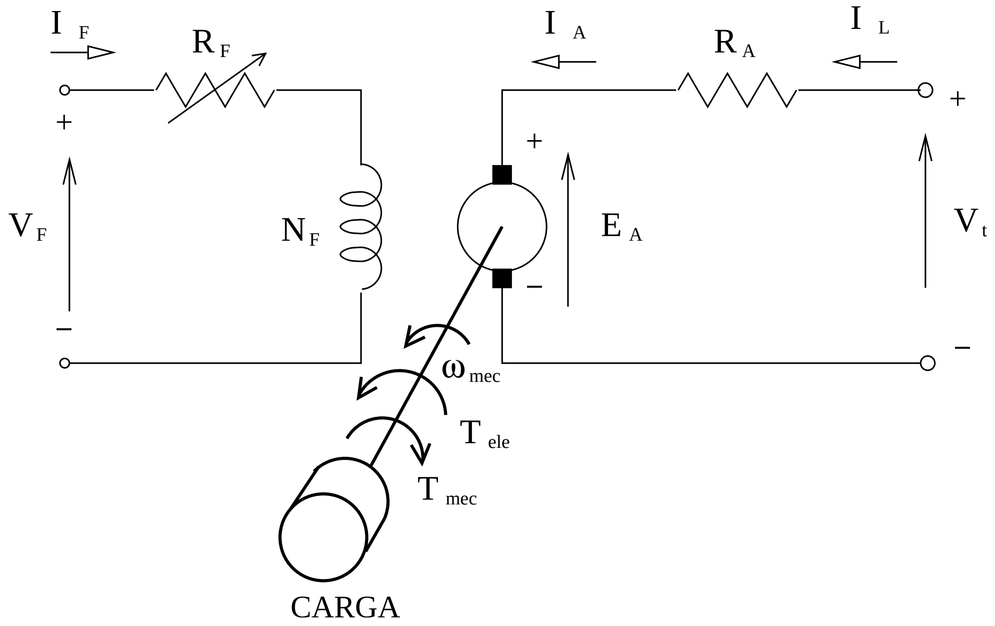
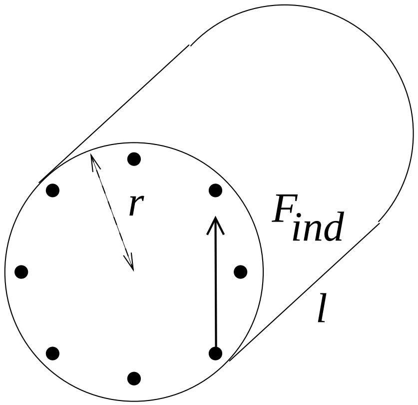
Motores de Corrente Contínua:

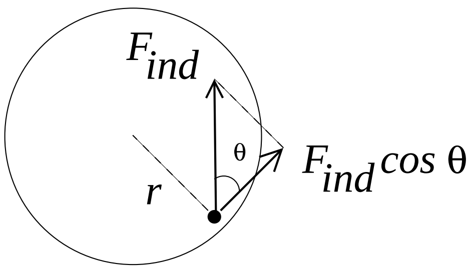


Máquina CC operando como MOTOR:

1. Inicialmente a máquina se encontra em repouso ($\omega_m = 0$);
2. Alimenta-se o circuito de campo da máquina ($\phi \neq 0$);
3. Alimenta-se o circuito de armadura a partir de uma fonte de tensão independente:

$$I_a = \frac{V_t}{R_a}$$





4. Cada condutor da armadura é percorrido por $i = \left(\frac{I_a}{a}\right) \Rightarrow \boxed{F_{ind} = iBl}$;
5. O torque induzido em cada condutor é calculado por:

$$\tau = F_{ind} r \sin\theta$$

6. O torque induzido nos condutores faz a armadura entrar em movimento ($\omega_m > 0$).

$$\tau_{ind} = k_t \phi I_a$$

onde $k_t = \frac{Zp}{2\pi a}$

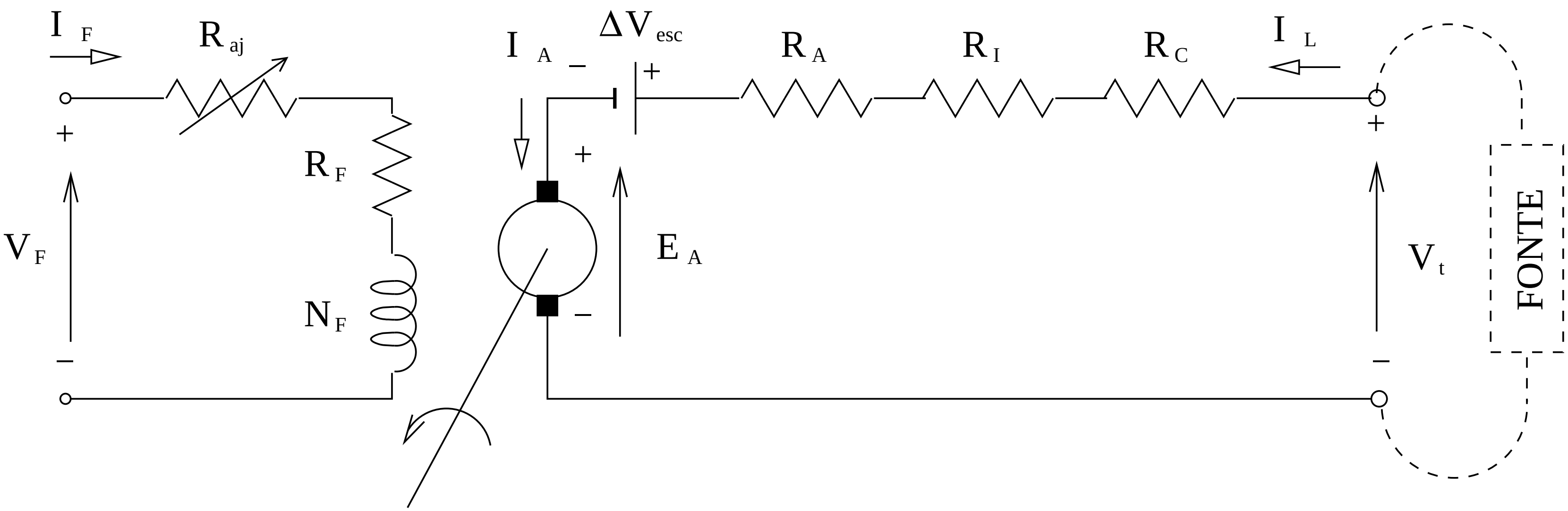
7. A força contra-eletromotriz induzida na armadura ($E_a = k_e \phi \omega_m$) limita a corrente da máquina:

$$I_a = \frac{V_t - E_a}{R_a}$$

Tipos de motores CC:

1. Motor CC com excitação independente
2. Motor CC *Shunt* (em Derivação)
3. Motor CC Série
4. Motor CC Composto
   - Aditivo ou cumulativo (curto ou longo)
   - Subtrativo ou diferencial (curto ou longo)
5. Motor CC de Ímãs permanentes
6. Motor CC sem escovas (*Brushless DC Motor*)

Motor CC com excitação independente:



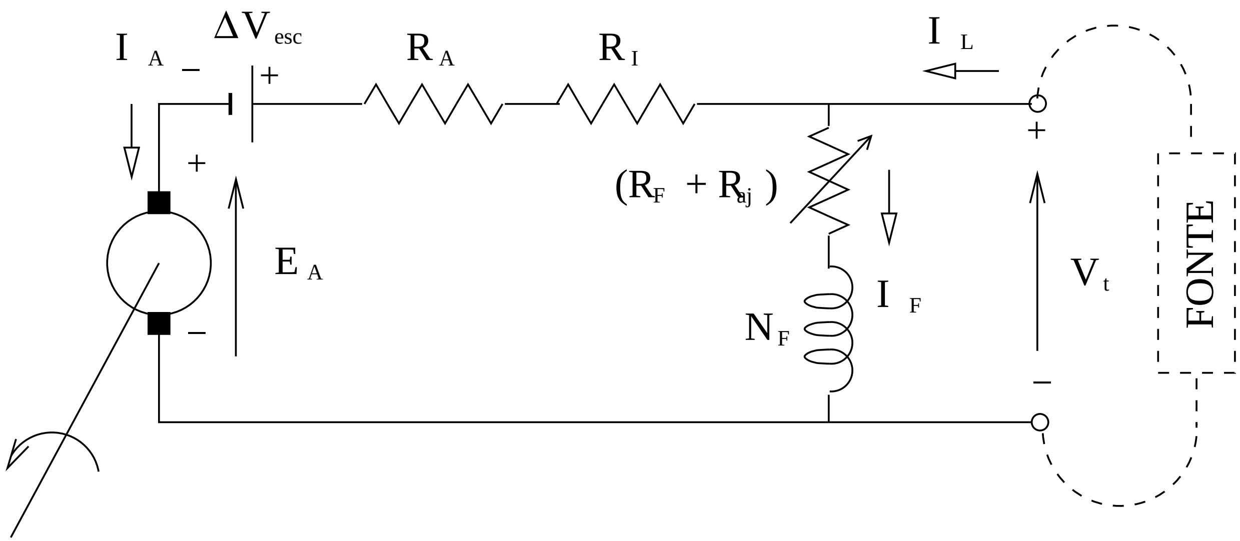
<u>Circuito de campo:</u>

$$\begin{cases} V_f = (R_{aj} + R_f)\, I_f \\ \mathscr{F}mm = N_f I_f \end{cases}$$

<u>Circuito de armadura:</u>

$$\begin{cases} I_a = I_L \\ V_t = E_a + (R_a + R_i + R_c)\, I_a + \Delta V_{esc} \\ E_a = k_e \phi \omega_m \\ \tau_{ele} = k_t \phi I_a \end{cases}$$

Motor CC Shunt:



Circuito de campo:

$$\begin{cases} V_t = V_f = \left(R_{aj} + R_f\right) I_f \\ \\ \mathscr{F}mm = N_f I_f \end{cases}$$

Circuito de armadura:

$$\begin{cases} I_a = I_L - I_f \\ V_t = E_a + (R_a + R_i)\, I_a + \Delta V_{esc} \\ E_a = k_e \phi \omega_m \\ \tau_{ele} = k_t \phi I_a \end{cases}$$

Característica terminal do Motor Shunt:

- Desprezando as perdas no motor CC tem-se que:

$$\tau_{ele} = \left(\tau_{carga} + \tau_{perdas}\right) \approx \tau_{carga}$$

- Desprezando as quedas de tensão nas escovas e no enrolamento de interpólo tem-se:

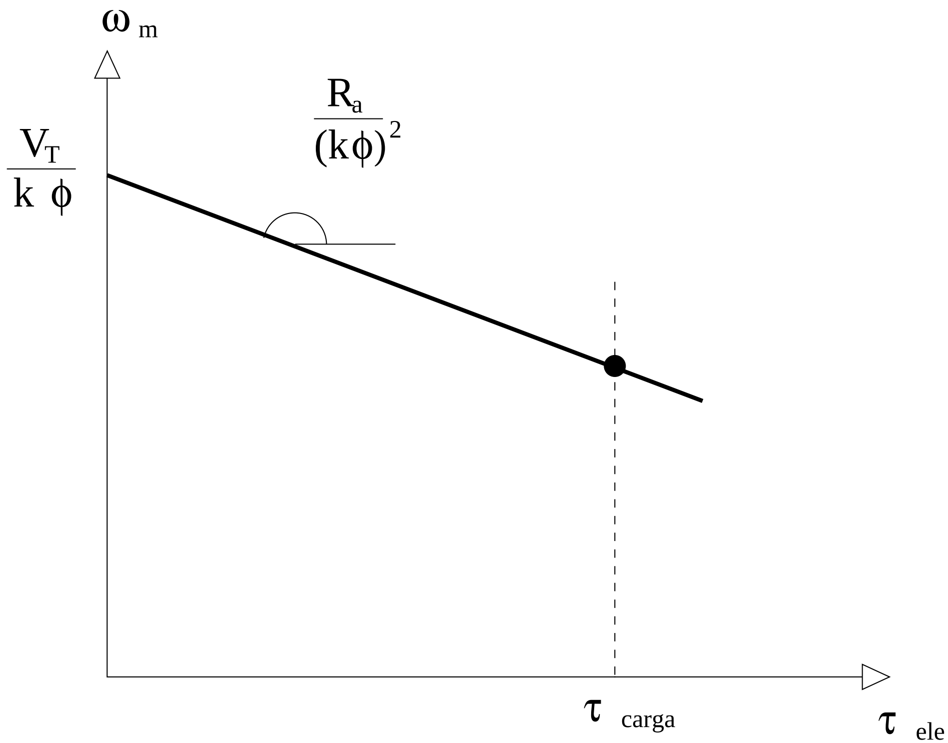
$$V_t = E_a + R_a I_a \qquad (1)$$

$$E_a = k_e \phi \omega_m \qquad (2)$$

$$\tau_{ele} = k_t \phi I_a \quad \rightarrow \quad I_a = \frac{\tau_{ele}}{k_t} \qquad (3)$$

- Substituindo (3) e (2) em (1) tem-se:

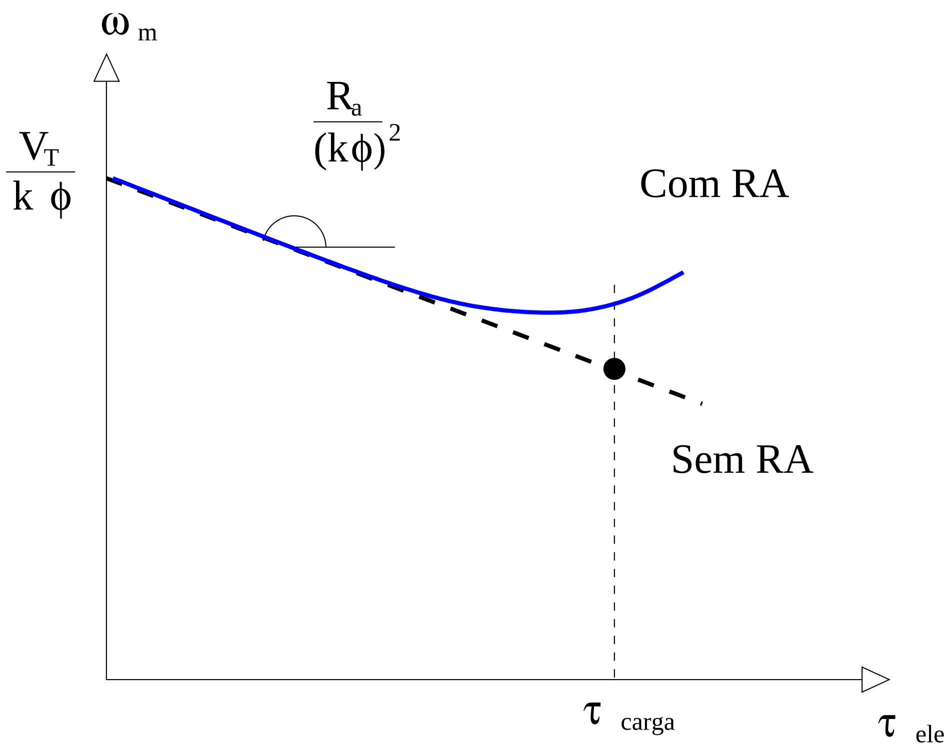
$$\omega_m = \frac{V_t}{k\phi} - \frac{R_a}{(k\phi)^2}\tau_{ele}$$



$$\rho_\omega\,(\%) = \frac{\left(\omega_{vazio} - \omega_{plena\ carga}\right)}{\omega_{plena\ carga}} 100$$

onde ω é constante.

- A REAÇÃO DA ARMADURA enfraquece o fluxo polar;
- O enfraquecimento de ϕ diminui a amplitude da tensão induzida E_a forçando o aumento da corrente I_a, do torque τ_{ele} e conseqüentemente da velocidade do motor



Controle de velocidade de Motores Shunt

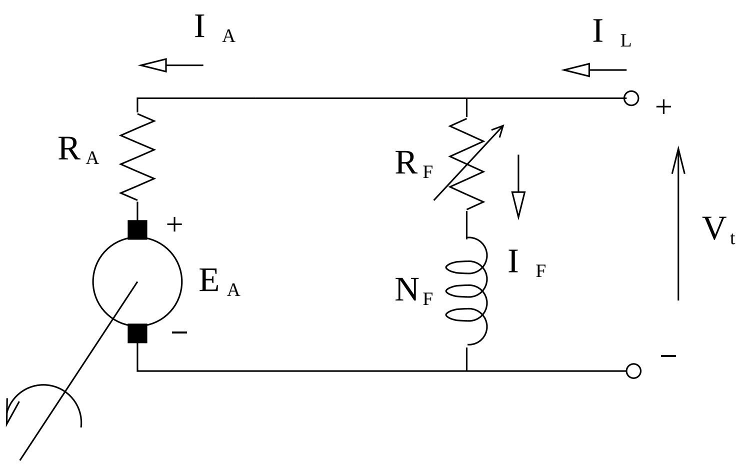
- Da observação de

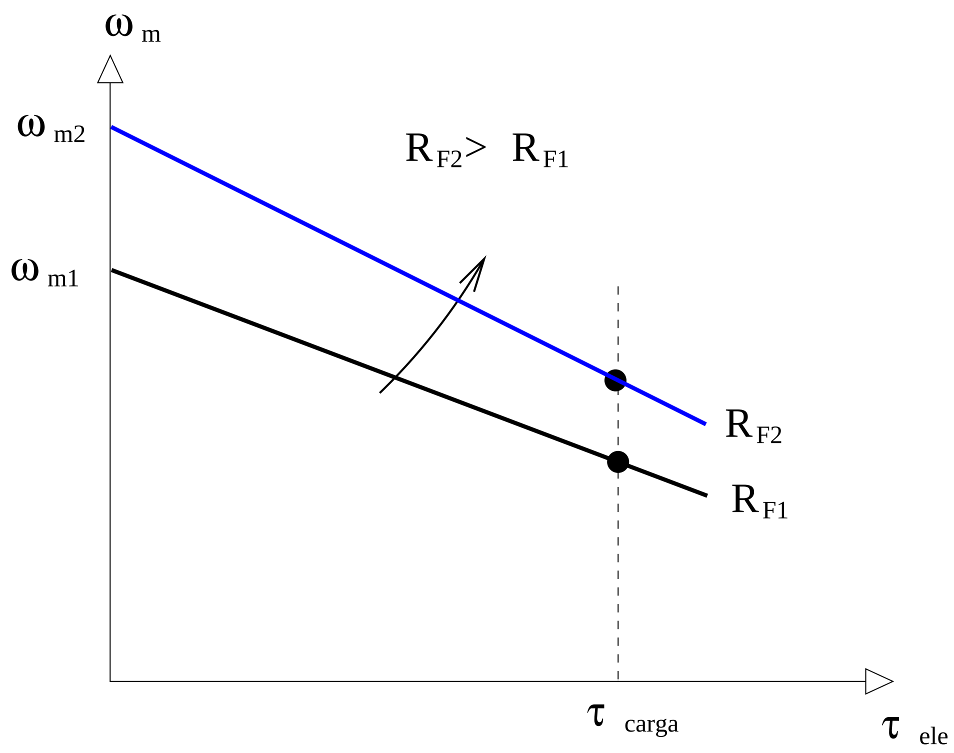
$$\omega_m = \frac{V_t}{k\phi} - \frac{R_a}{(k\phi)^2}\tau_{ele}$$

pode-se derivar três estratégias de controle para o motor CC.

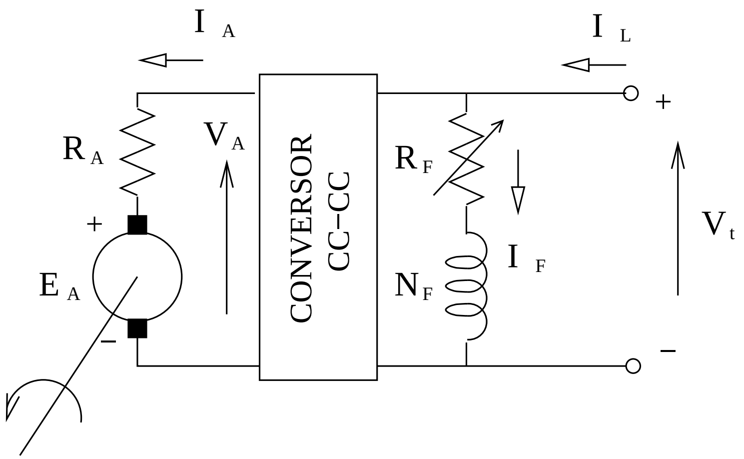
1. Variação do fluxo magnético (ϕ) produzido no campo através do ajuste da resistência (R_{aj});
2. Variação da tensão de alimentação da armadura (V_a);
3. Conexão de uma resistência adicional em série com o circuito da armadura (R_{ad});

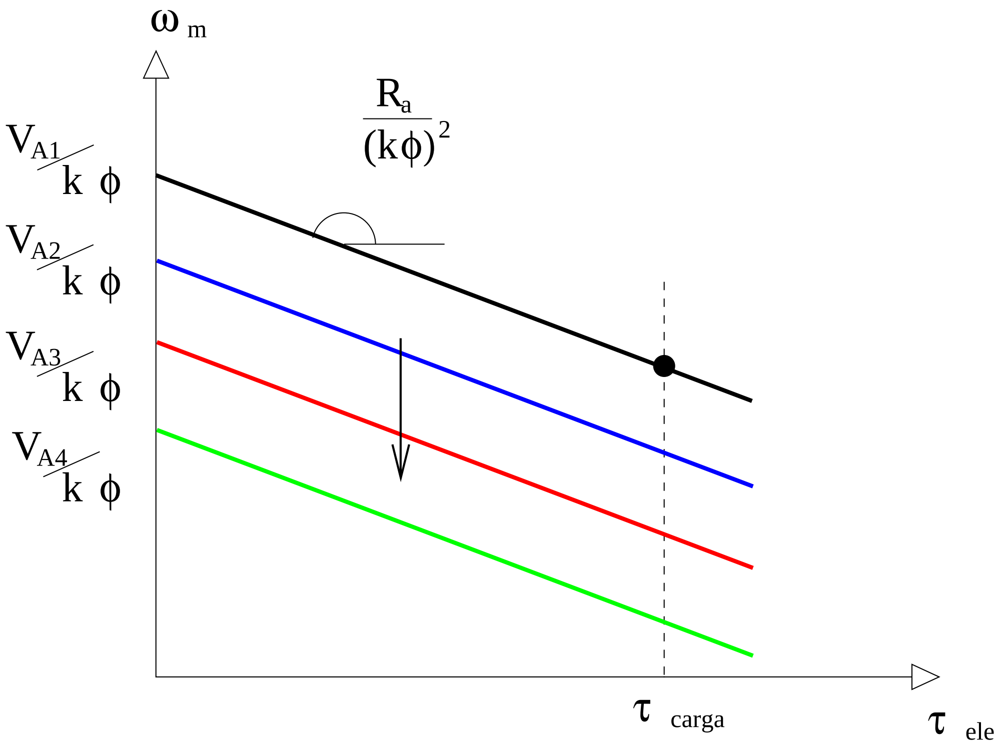
Variação do fluxo magnético (ϕ):



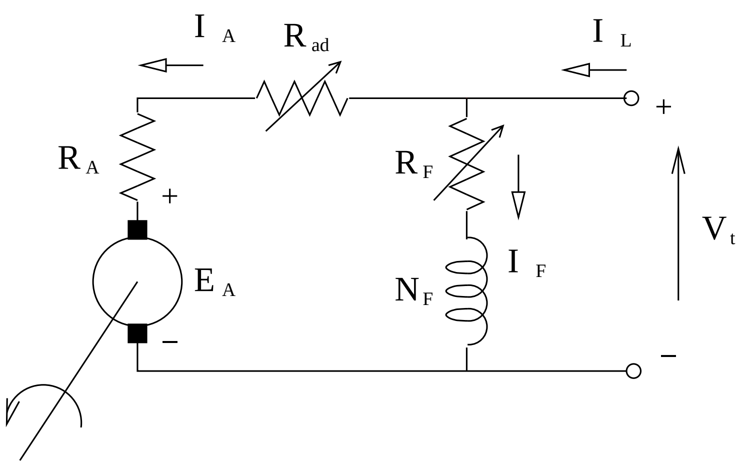


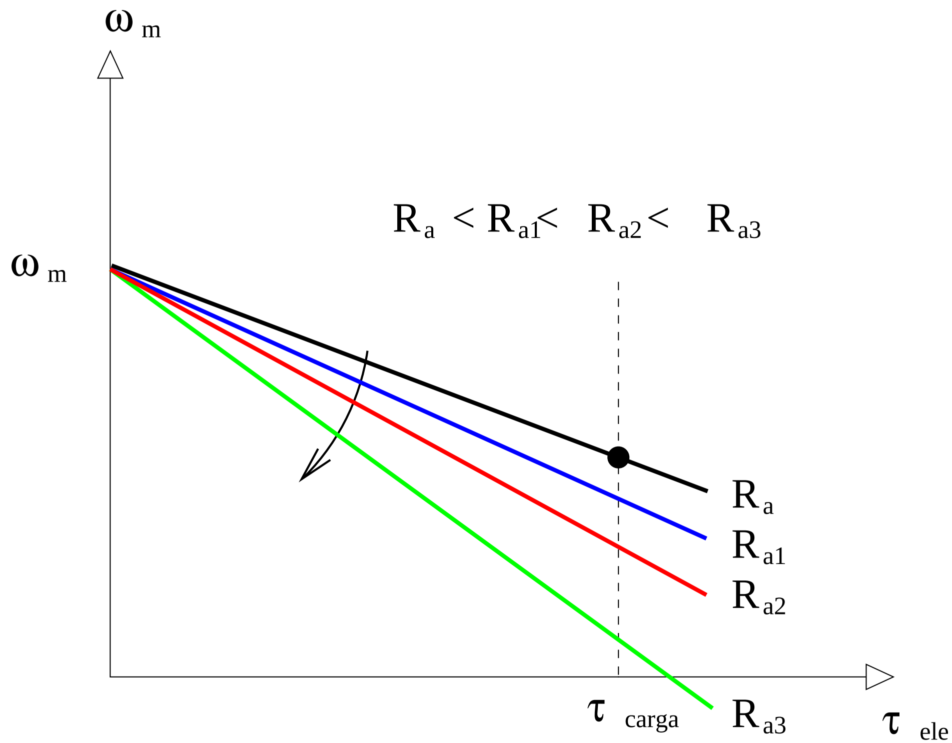
Variação da tensão de armadura (V_a):



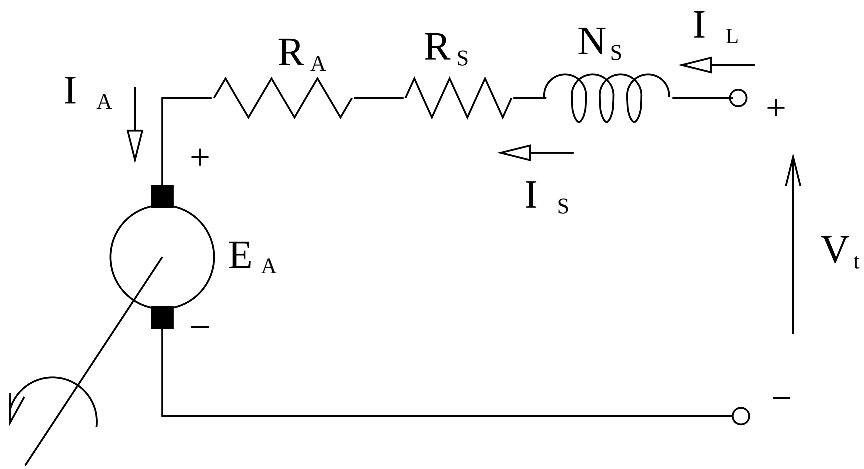


Variação da resistência de armadura (R_{ad})





Motor CC série:



Circuito de armadura:

$$\begin{cases} I_a = I_L = I_s \\ V_t = E_a + (R_a + R_s)\, I_a \\ E_a = k_e \phi_s \omega_m \\ \tau_{ele} = k_t \phi I_a \end{cases}$$

Circuito de campo:

$$\begin{cases} \phi_s \propto I_a \quad \rightarrow \quad \phi_s = k_1 I_a \\ \tau_{ele} = k_t \phi_s I_a = k_t\,(k_1 I_a)\, I_a \\ \tau_{ele} = k_t' I_a^2 \end{cases}$$

Característica terminal do Motor Série:

- Como $k_e = k_t = k$ no SI tem-se:

$$\tau_{ele} = k' I_a^2 \quad \rightarrow \quad I_a = \sqrt{\frac{\tau_{ele}}{k'}}$$

e,

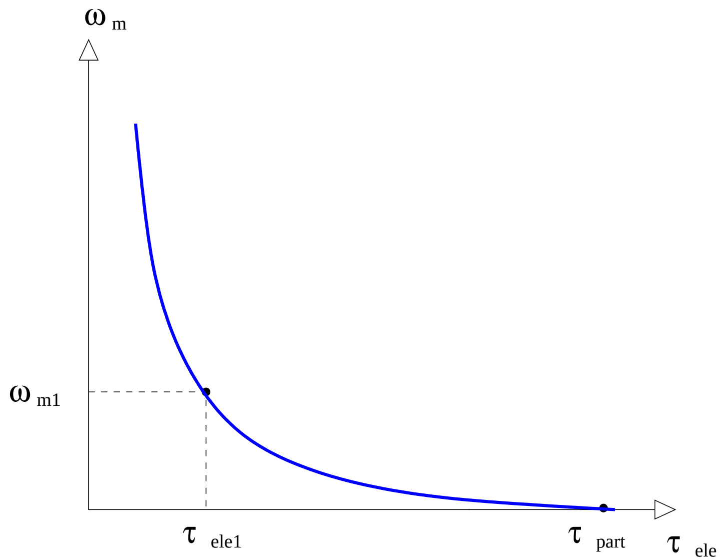
$$E_a = k\phi\omega_m$$

- Substituindo as expressões acima em $V_t = E_a + (R_a + R_s)\, I_a$ tem-se:

$$\begin{aligned} V_t &= k\phi\omega_m + (R_a + R_s)\sqrt{\tfrac{\tau_{ele}}{k'}} \\ &= k\,(k_1 I_a)\,\omega_m + (R_a + R_s)\sqrt{\tfrac{\tau_{ele}}{k'}} \end{aligned}$$

- Reescrevendo a equação anterior explicitando ω_m tem-se:

$$\omega_m = \frac{V_t}{k'\sqrt{\tau_{ele}}} - \frac{R_a + R_s}{k'}$$

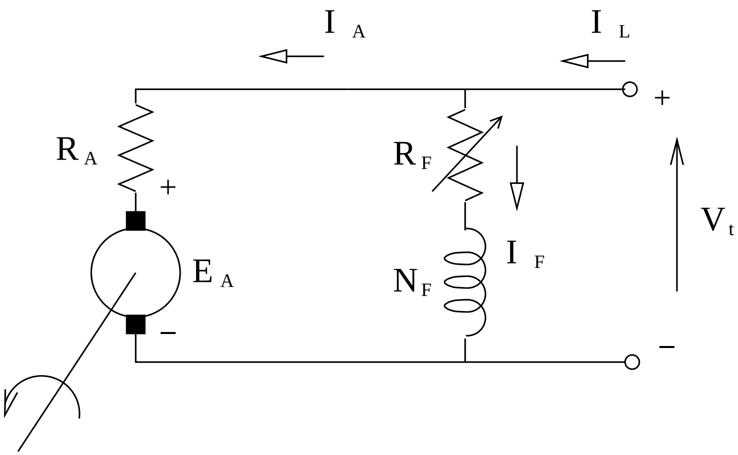


para $\omega_m = 0$,

$$\tau_{part} = k' \left(\frac{V_t}{R_a + R_s}\right)^2$$

Partida de motores cc

- A corrente dos motores CC durante a partida é limitada apenas pela resistência da armadura R_a.



$$E_a = k\phi\omega = 0$$

$$\Downarrow$$

$$I_a = \frac{V_t - E_a}{R_a}$$

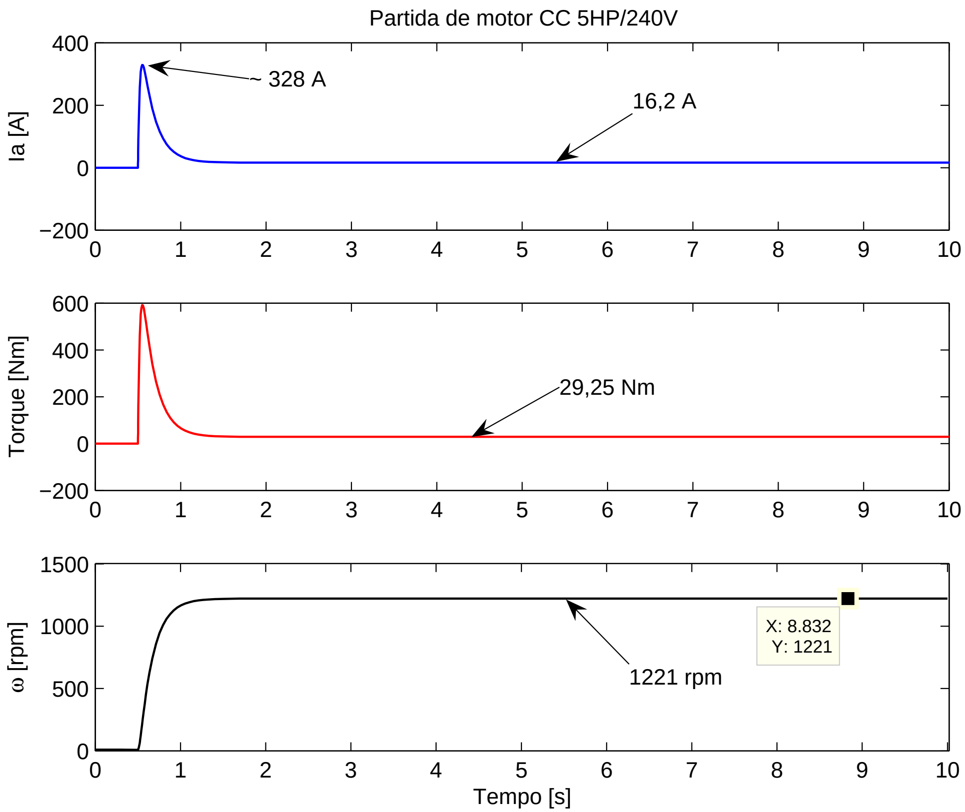
$$\Downarrow$$

Na partida $\omega = 0$, logo

$$\boxed{I_a = \frac{V_t}{R_a}}$$

- A corrente de partida dos motores CC pode chegar até a 30 x $I_{a_{nominal}}$

- A medida que o motor acelera a tensão E_a cresce forçando a corrente I_a diminuir.



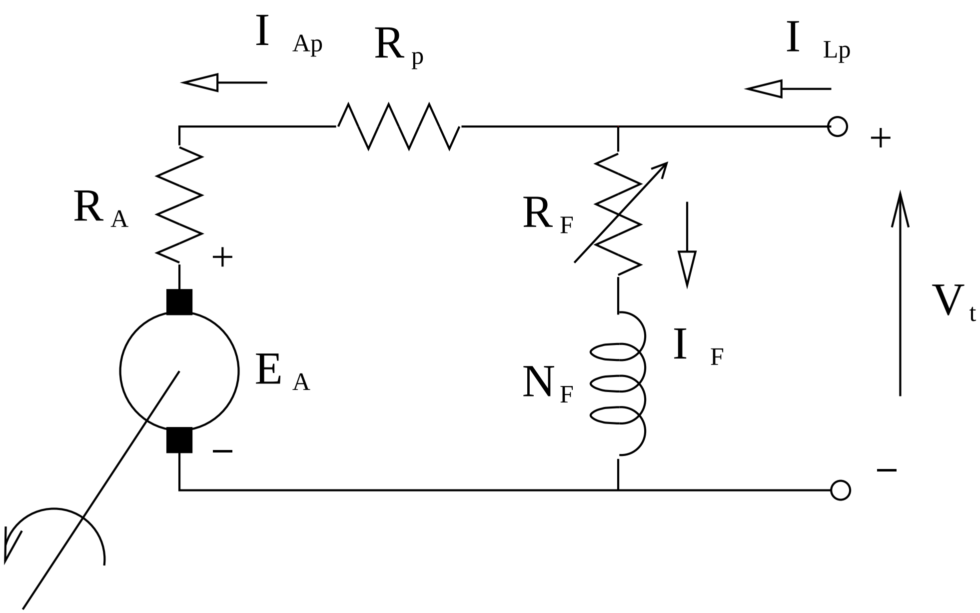
Exemplo:
Motor CC independente

$$\begin{cases} 5HP/240V \\ I_{a_{nominal}} = 16,2A \\ R_a = 0,73\Omega \\ R_f = 240\Omega \end{cases}$$

Para este motor

$$I_a = \frac{V_t}{R_a} = \frac{240V}{0,73} \approx 330A$$

- Para limitar a corrente de partida podemos projetar um resistor R_p para ser inserido em série com a armadura.



Como exemplo suponha que deseja-se uma corrente de partida ser menor que 210 % da nominal

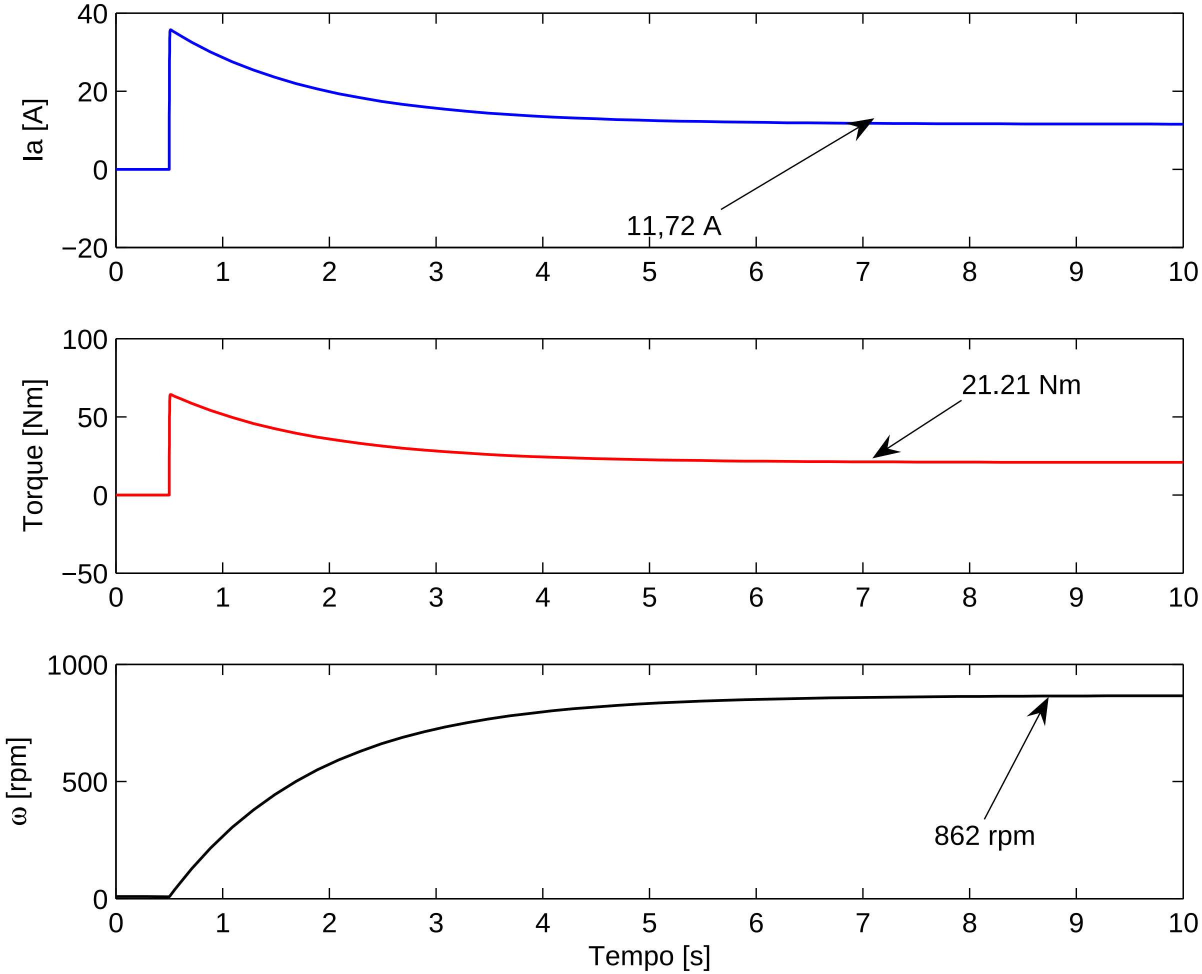
$$I_{a_p} \leq 210\% I_{a_{nominal}} = 34A$$

$$I_{a_p} = \frac{V_t}{R_a + R_p} \leq 34A$$

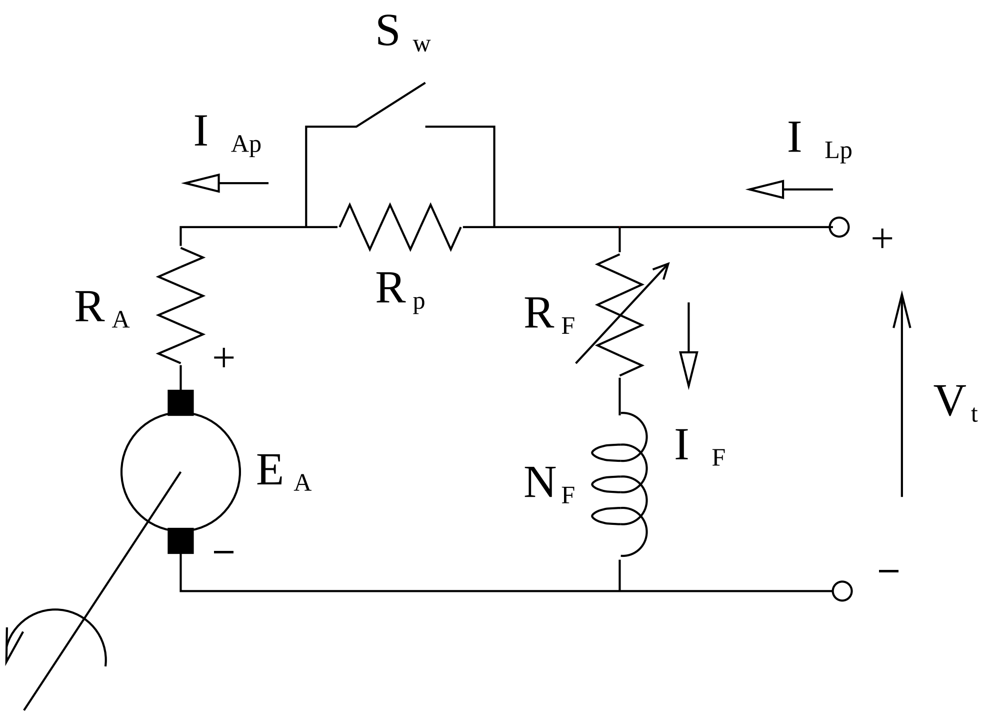
$$R_p \geq \frac{240V}{34A} - 0,73\Omega = 6,33\Omega$$

Desvantagens:

- Perdas elevadas;
- Corrente e velocidade não atingem o valor nominal

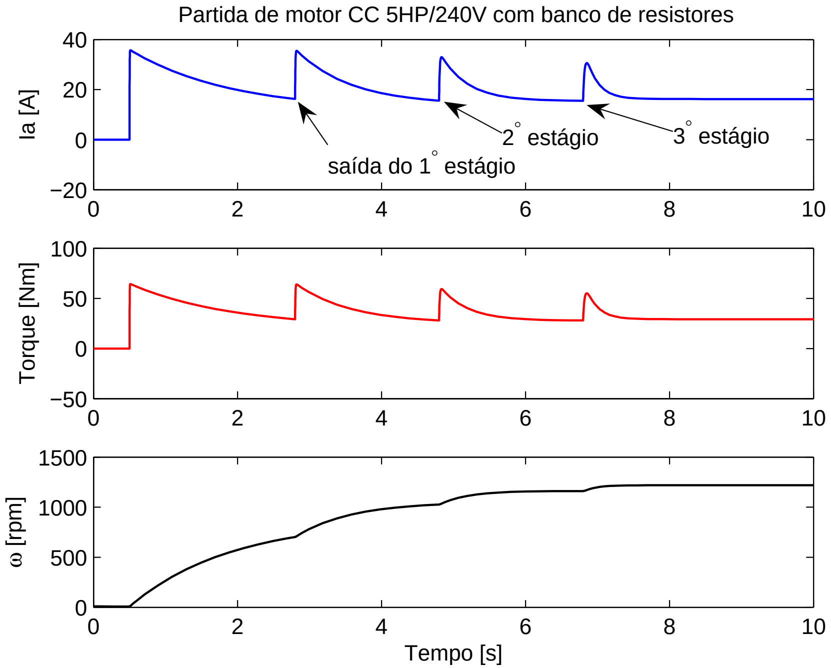

40
20
0
−20
Ia [A]
11,72 A
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
100
50
0
−50
Torque [Nm]
21.21 Nm
1000
500
0
ω [rpm]
862 rpm
Tempo [s]

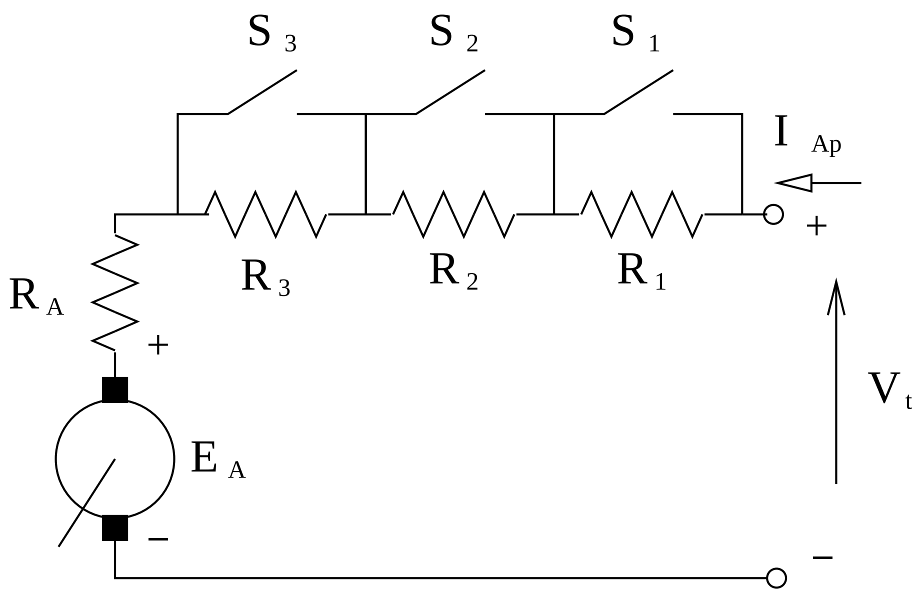
- Para resolver o problema anterior pode-se colocar uma chave em paralelo com o resistor R_p.
- Essa chave S_w é fechada depois de um tempo e fornece um caminho para a corrente da armadura.



- Contudo depois que a chave S_w é fechada como a velocidade e a tensão E_a não são nominais a corrente de armadura sofre um outro pico (que geralmente é elevado também)

- Contudo o resistor R_p pode ser dividido em *n* estágios os quais são retirados a medida que o motor acelera.





Metodologia de cálculo dos resistores:

1. Projeta-se o resistor R_p para que a corrente de partida ou o torque não sejam superior a um valor máximo especificado pelo projeto

$$I_{a_p} \leq I_{a_{máx}} \qquad \text{ou,} \qquad \tau_p \leq \tau_{máx}$$

2. O resistor R_p é então divido em *n*-estágios

$$R_p = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_p$$

3. Considerando que a resistência $R_p = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n$ está totalmente inserida no circuito de armadura tem-se que a corrente de partida é menor que $I_{a_{máx}}$ e pode-se escrever a seguinte equação:

$$\begin{aligned} V_t &= E_a + R_a I_{a_{máx}} + (R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n)\, I_{a_{máx}} + \Delta V_{esc} \\ &= E_a + (R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n + R_a)\, I_{a_{máx}} + \Delta V_{esc} \end{aligned}$$

$$V_t = E_a + R_{tot} I_{a_{máx}} + \Delta V_{esc} \tag{4}$$

4. A medida que o motor acelera ω a tensão E_a cresce e a corrente I_a diminui. Quando o valor da corrente da armadura chega a um limite mínimo $I_{a_{mín}}$ pode-se reescrever (4) como:

$$V_t = E_a + R_{tot} I_{a_{mín}} \tag{5}$$

5. Neste instante fecha-se a chave S_1. O resistor R_1 é retirado do circuito e a corrente do motor volta a crescer. Contudo a mesma deve ser menor que $I_{a_{mín}}$. Desse modo, considerando $R_{tot,1} = R_2 + R_3 + \ldots + R_n + R_a$, tem-se:

$$V_t = E_a + R_{tot,1} I_{a_{máx}} \tag{6}$$

6. Igualando (5) e (6) tem-se:

$$E_a + R_{tot} I_{a_{mín}} = E_a + R_{tot,1} I_{a_{máx}} \tag{7}$$

$$R_{tot,1} = \left(\frac{I_{a_{mín}}}{I_{a_{máx}}} \right) R_{tot} \tag{8}$$

6. Aplicando essa metodologia sucessivamente tem-se que a resistência depois de retirado o *n*-ésimo estágio é dada por:

$$R_{tot,n} = R_a = \left(\frac{I_{a_{mín}}}{I_{a_{máx}}}\right)^n R_{tot} \tag{9}$$

Ou seja,

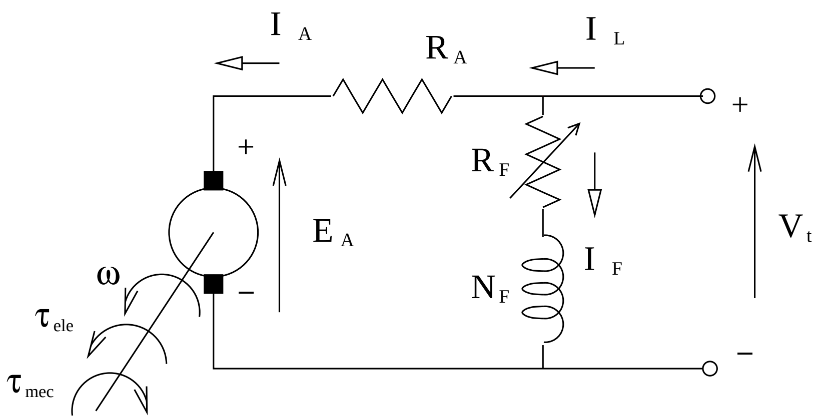
$$n = \frac{\left(\frac{R_a}{R_{tot}}\right)}{\left(\frac{I_{a_{mín}}}{I_{a_{máx}}}\right)}$$

7. As resistências de cada estágio podem ser facilmente calculadas resolvendo o sistema:

$$\left\{\begin{array}{rl} R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n + R_a = R_{tot} & = (R_p + R_a) \\ R_2 + R_3 + \ldots + R_n + R_a = R_{tot,1} & \\ R_3 + \ldots + R_n + R_a = R_{tot,2} & \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ R_a = R_{tot,n} & \end{array}\right. \tag{10}$$

Rendimento e perdas nos motores cc:

1. Perdas no COBRE:
   (a) na armadura $\Rightarrow R_a I_a^2$
   (b) no campo $\Rightarrow \left(R_{aj} + R_f\right) I_f^2$
2. Perdas no FERRO:
   (a) por histerese;
   (b) por correntes parasitas (corrente de Foucault)
3. Perdas no MECÂNICAS (atrito e ventilação):
4. Perdas nas ESCOVAS $\Rightarrow \Delta V_{esc} I_a$
5. Perdas SUPLEMENTARES $\Rightarrow$ 1% da potência nominal do motor.



- Potência elétrica (de entrada):

$$P_{ele} = V_t I_L$$

- Potência elétrica entregue ao rotor:

$$P_{int} = E_a I_a$$

- Potência mecânica (de saída):

$$P_{mec} = \tau_{mec}\omega = \tau_{ele}\omega$$

$$P_{mec} = E_a I_a - \text{Perdas no rotor}$$

- Rendimento:

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_{ele}} \times 100\% = \frac{\tau_{mec}\omega}{V_t I_L} \times 100\%$$

Ensaios

1. Ensaio a vazio: $\Rightarrow$ usado para determinar as perdas rotacionais do motor

$$\text{Perdas rotacionais} = E_{a_{vaz}} I_{a_{vaz}}$$

2. Ensaio de rotor bloqueado: $\Rightarrow$ usado para determinar a resistência da armadura

$$R_a = \frac{V_t - \Delta V_{esc}}{I_{a_{nom}}}$$