



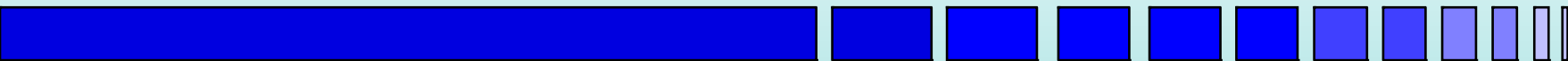
# Algoritmos Genéticos

**Sistemas Inteligentes**

# Conteúdo



- Introdução
- O Algoritmo Genético Binário
- Noções de Otimização
- O Algoritmo Genético com Parâmetros Contínuos
- Aspectos Práticos e Avançados
- Aplicações



# Introdução

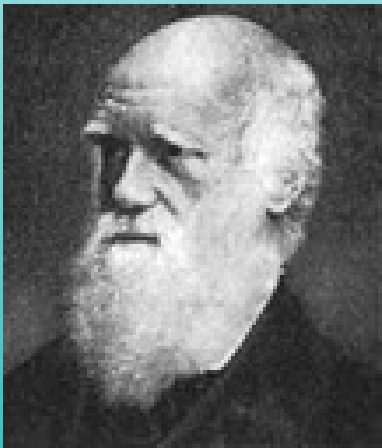
# Algoritmos Genéticos



- São técnicas de busca e otimização.
- É a metáfora da teoria da evolução das espécies iniciada pelo Fisiologista e Naturalista inglês Charles Darwin.
- Desenvolvido por John Holland (1975) e seus alunos.
- Popularizado por David Goldberg (1989).

# Teoria da Evolução

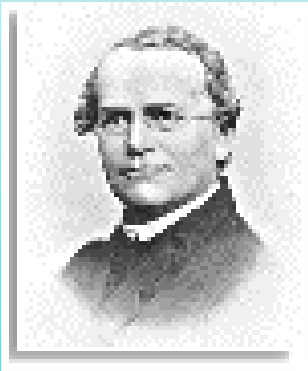
- 1859 - Charles Darwin publica o livro *“A Origem das Espécies”*:



Charles  
Darwin

***“As espécies evoluem pelo principio da seleção natural e sobrevivência do mais apto.”***

# Teoria da Evolução




Gregor  
Mendel



- 1865- Gregor Mendel apresenta experimentos do cruzamento genético de ervilhas.
  - ◆ Pai da genética.
- A Teoria da Evolução começou a partir da conceituação integrada da seleção natural com a Genética.

# Otimização

- 
- É a busca da melhor solução para um dado problema.
    - ◆ Consiste em tentar várias soluções e usar a informação obtida para conseguir soluções cada vez melhores.
  - Exemplo de otimização:
    - ◆ Telespectador através de ajuste na antena da televisão otimiza a imagem buscando várias soluções até alcançar uma boa imagem.

# Otimização



- As técnicas de otimização, geralmente, apresentam:
  - **Espaço de busca:** onde estão todas as possíveis soluções do problema;
  - ◆ **Função objetivo:** utilizada para avaliar as soluções produzidas, associando a cada uma delas uma nota.




# Características dos Algoritmos Genéticos




- É um algoritmo estocástico (não é determinístico).
- Trabalha com uma população de soluções simultaneamente.
- Utiliza apenas informações de custo e recompensa. Não requer nenhuma outra informação auxiliar (como por exemplo o gradiente).

# Características dos Algoritmos Genéticos (II)

- 
- São fáceis de serem implementados em computadores.
  - Adaptam-se bem a computadores paralelos.
  - São facilmente hibridizados com outras técnicas.
  - Funcionam com parâmetros contínuos ou discretos.

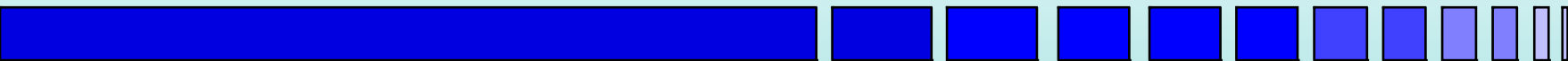
# Algoritmos Genéticos (Conceitos Básicos)

- 
- AG manipula uma população de indivíduos.
  - Indivíduos são possíveis soluções do problema.
  - Os indivíduos são combinados (crossover) uns com os outros, produzindo filhos que podem sofrer ou não mutação.
  - As populações evoluem através de sucessivas gerações até encontrar a solução ótima.

# Aplicações



- Em problemas difíceis de otimização, quando não existe nenhuma outra técnica específica para resolver o problema.
- Otimização de funções numéricas em geral
- Otimização combinatória
  - ◆ Problema do caixeiro viajante
  - ◆ Problema de empacotamento
  - ◆ Alocação de recursos (*job shop schedulling*)
- Aprendizado de Máquina
- Projetos



# O Algoritmo Genético Binário

# Algoritmo Genético Tradicional



1. Gerar a população inicial.
2. Avaliar cada indivíduo da população.
3. Enquanto critério de parada não for satisfeito faça
  - 3.1 Selecionar os indivíduos mais aptos.
  - 3.2 Criar novos indivíduos aplicando os operadores crossover e mutação.
  - 3.3 Armazenar os novos indivíduos em uma nova população.
  - 3.4 Avaliar cada cromossomo da nova população.

# Problema 1

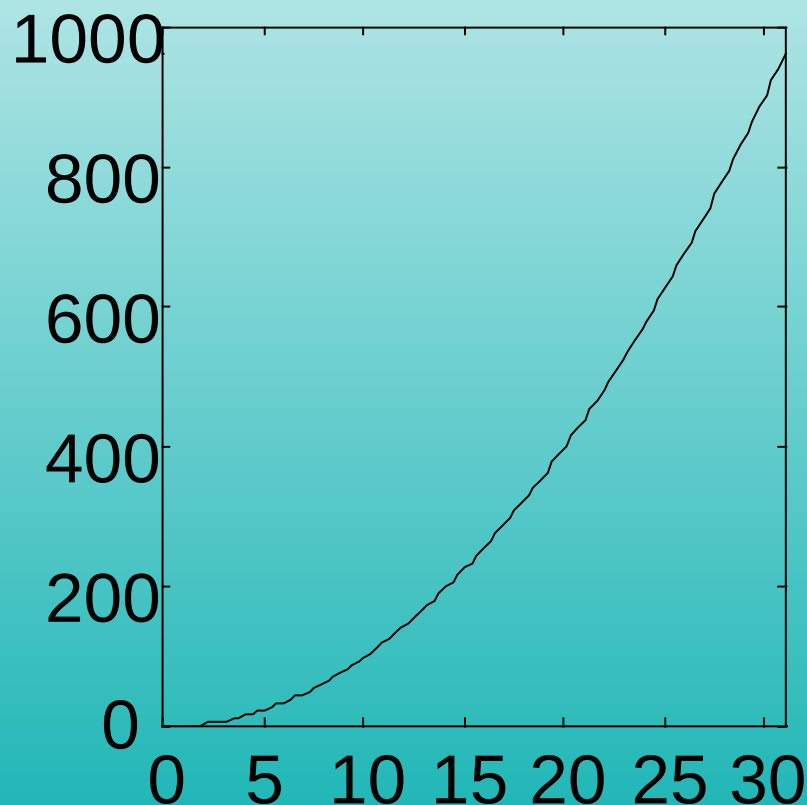
**Problema:** Use um AG  
para encontrar o ponto  
máximo da função:

$$f(x) = x^2$$

com  $x$  sujeito as seguintes  
restrições:

$$0 \leq x \leq 31$$

$x$  é inteiro



# Indivíduo



## ■ Cromossomo

- ◆ Estrutura de dados que representa uma possível solução para o problema.
- ◆ Os parâmetros do problema de otimização são representados por cadeias de valores.
- ◆ Exemplos:
  - Vetores de reais, (2.345, 4.3454, 5.1, 3.4)
  - Cadeias de bits, (111011011)
  - Vetores de inteiros, (1,4,2,5,2,8)
  - ou outra estrutura de dados.



# Indivíduo (II)



## ■ Aptidão

- ◆ Nota associada ao indivíduo que avalia quão boa é a solução por ele representada.

## ■ Aptidão pode ser:

- ◆ Igual a função objetivo (raramente usado na prática).
- ◆ Resultado do **escalonamento** da função objetivo.
- ◆ Baseado no **ranking** do indivíduo da população.

# Cromossomo do Problema 1



- Cromossomos binários com 5 bits:
  - $0 = 00000$
  - $31 = 11111$
- Aptidão
  - ◆ Neste problema, a aptidão pode ser a própria função objetivo.
  - ◆ Exemplo:

$$\text{aptidão}(00011) = f(3) = 9$$

# Seleção



## ■ Seleção

- ◆ Imitação da seleção natural.
- ◆ Os melhores indivíduos (maior aptidão) são selecionados para gerar filhos através de crossover e mutação.
- ◆ Dirige o AG para as melhores regiões do espaço de busca.

## ■ Tipos mais comuns de seleção

- ◆ Proporcional a aptidão.
- ◆ Torneio.

# População Inicial do Problema 1



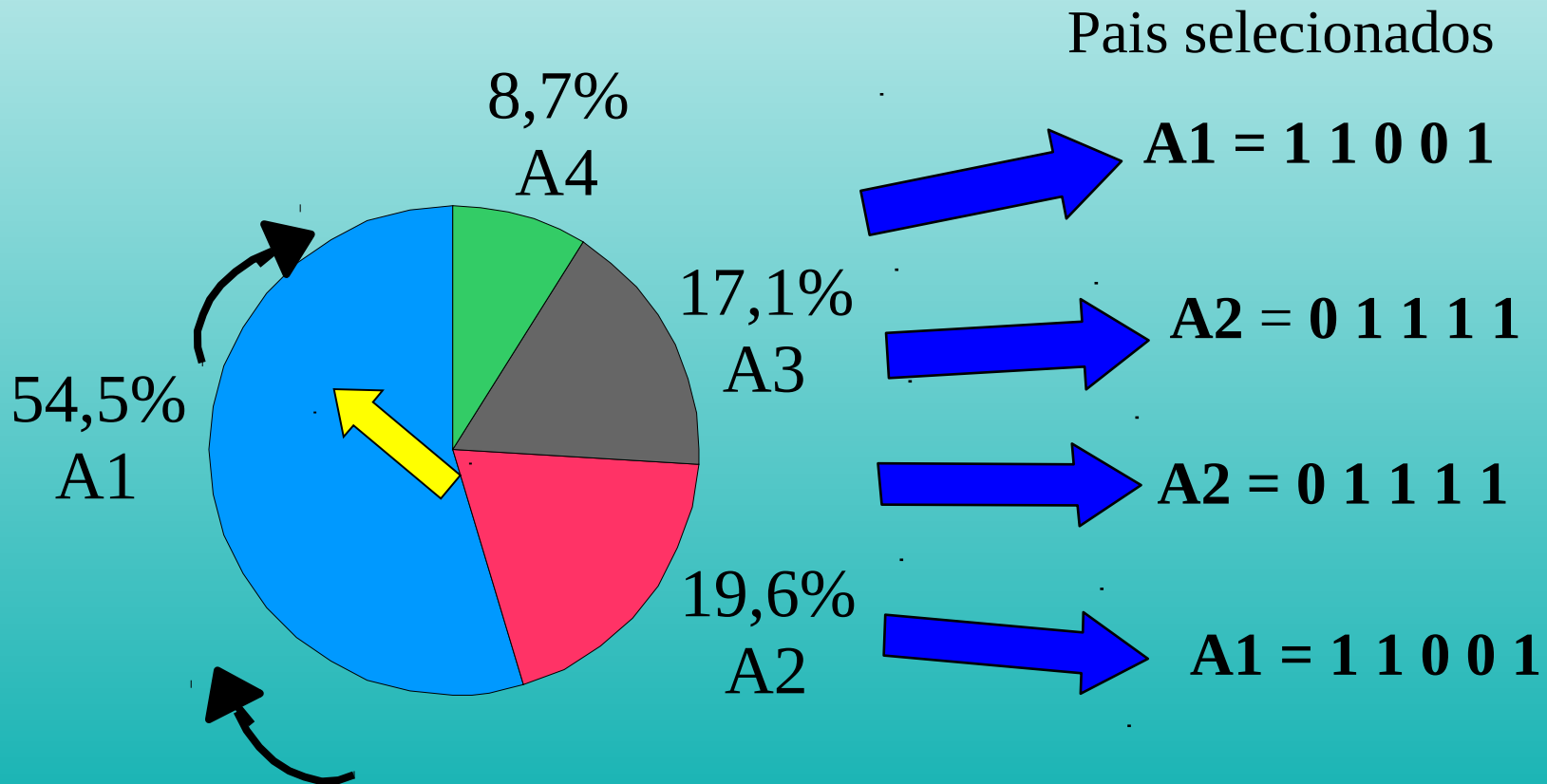
É aleatória (mas quando possível, o conhecimento da aplicação pode ser utilizado para definir população inicial)

Pop. inicial	{	cromossomos	$x$	$f(x)$	Prob. de seleção
		$A_1 = 1\ 1\ 0\ 0\ 1$	25	625	54,5%
		$A_2 = 0\ 1\ 1\ 1\ 1$	15	225	19,6%
		$A_3 = 0\ 1\ 1\ 1\ 0$	14	196	17,1%
		$A_4 = 0\ 1\ 0\ 1\ 0$	10	100	8,7%

Probabilidade de seleção  
proporcional a aptidão

$$p_i = \frac{f(x_i)}{\sum_{k=1}^N f(x_k)}$$

# Seleção proporcional a aptidão (Roleta)



# Seleção por Torneio



- Escolhe-se  $n$  (tipicamente 2) indivíduos aleatoriamente da população e o melhor é selecionado.

# Crossover e Mutação

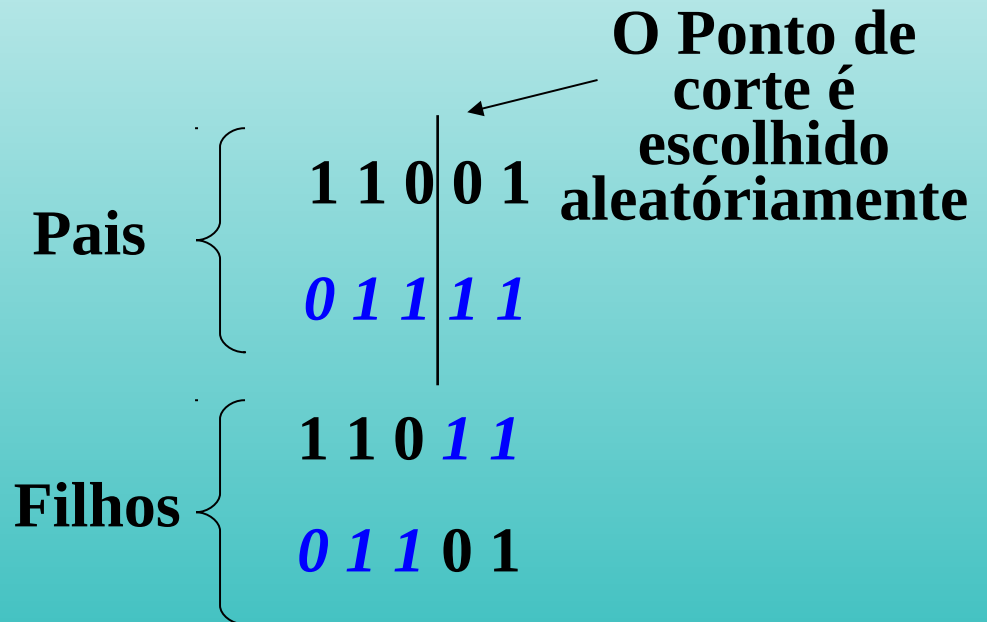


- Combinam pais selecionados para produção de filhos.
- Principais mecanismos de busca do AG.
- Permite explorar áreas desconhecidas do espaço de busca.

# Crossover de 1 ponto



O crossover é aplicado com uma dada probabilidade denominada *taxa de crossover* (60% a 90%)



Se o crossover é aplicado os pais trocam suas caldas gerando dois filhos, caso contrário os dois filhos serão cópias exatas dos pais.



# Mutação



**Mutação inverte os valores dos bits.**

**A mutação é aplicada com dada probabilidade, denominada *taxa de mutação* (~1%), em cada um dos bits do cromossomo.**

**Antes da  
mutação**    0 1 1 0 1

**Depois**    0 0 1 0 1

Aqui, apenas o 2o.bit  
passou no teste de  
probabilidade

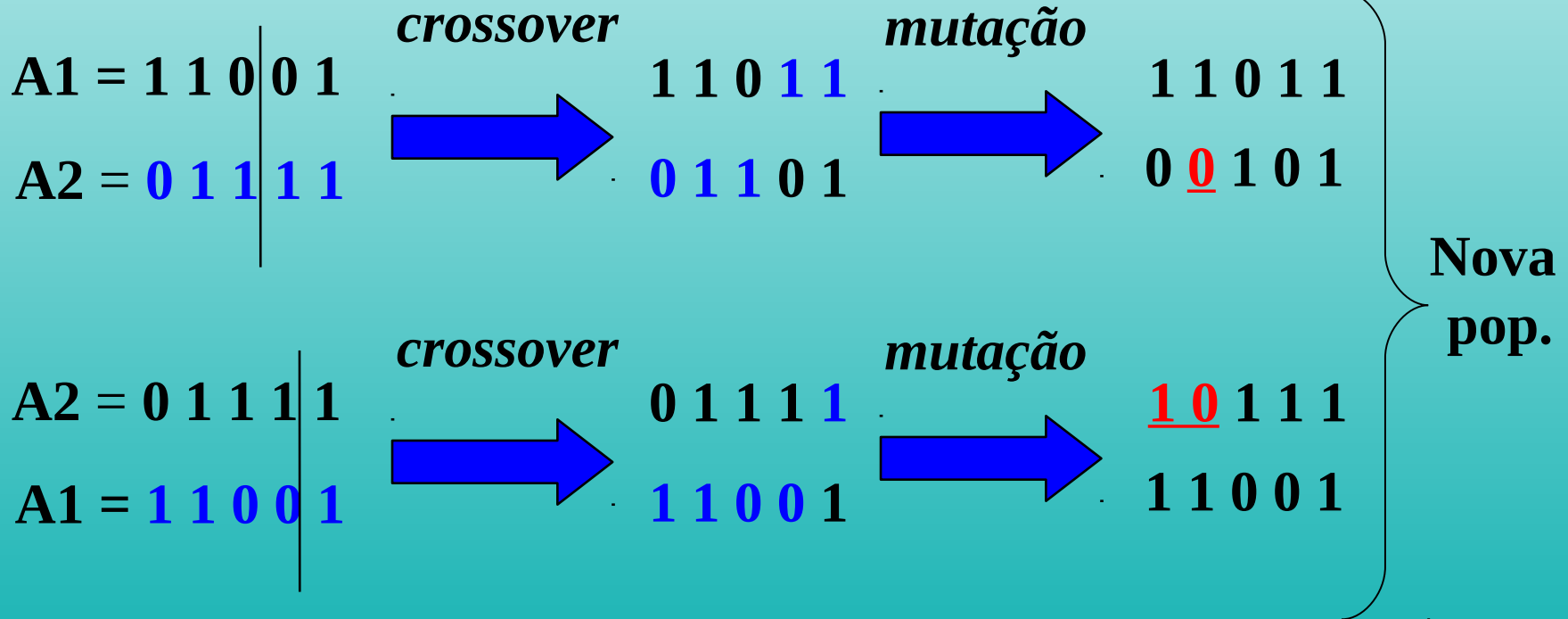
**A taxa de mutação não deve ser nem alta nem baixa, mas o suficiente para assegurar a diversidade de cromossomos na população.**

# A primeira geração do Problema 1



Pais

Filhos



# A primeira geração do Problema 1 (II)



cromossomos	$x$	$f(x)$	prob. de seleção
1	1 1 0 1 1 27	729	29,1%
2	1 1 0 0 1 25	625	24,9%
3	1 1 0 0 1 25	625	24,9%
4	1 0 1 1 1 23	529	21,1%

# As demais gerações do Problema 1



**Segunda  
Geração**

	$x$	$f(x)$
1	1 1 0 1 1 27	729
2	1 1 0 0 0 24	576
3	1 0 1 1 1 23	529
4	1 0 1 0 1 21	441

**Terceira  
Geração**

	$x$	$f(x)$
1	1 1 0 1 1 27	729
2	1 0 1 1 1 23	529
3	0 1 1 1 1 15	225
4	0 0 1 1 1 7	49

# As demais gerações do Problema 1 (II)



**Quarta  
Geração**

	$x$							$f(x)$
1	1	1	1	1	1	1	31	961
2	1	1	0	1	1	1	27	729
3	1	0	1	1	1	1	23	529
4	1	0	1	1	1	1	23	529

**Quinta  
Geração**

	$x$							$f(x)$
1	1	1	1	1	1	1	31	961
2	1	1	1	1	1	1	31	961
3	1	1	1	1	1	1	31	961
4	1	0	1	1	1	1	23	529

# Outros Crossover's



## ■ Crossover de 2-pontos

$pai_1$	010	011000	101011
$pai_2$	001	001110	001101
$filho_1$	010	001110	101011
$filho_2$	001	011000	001101

**Considerado melhor que o crossover de 1 ponto.**

# Crossover de n-Pontos



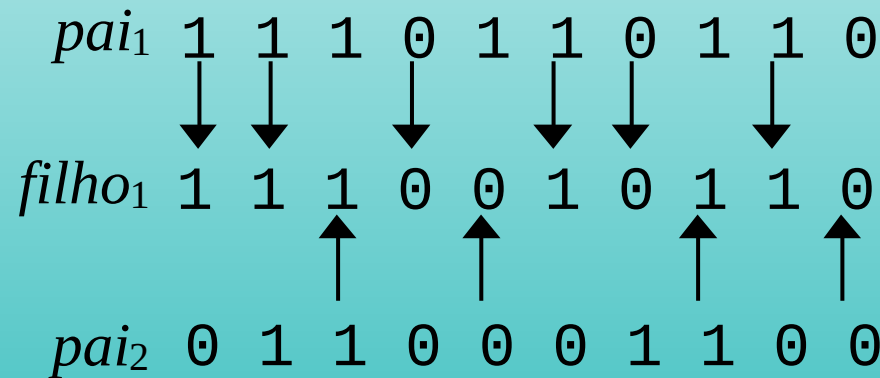
$pai_1$	101	010010	01010	01001
$pai_2$	001	001110	00110	11100
$filho_1$	101	001110	01010	11001
$fillho_2$	001	010010	00110	01100

Crossover de 4-pontos

# Crossover Uniforme



Máscara de  
bits aleatória 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0



O *filho1* tem 50% de chance de levar um bit do *pai1* e 50% de chance de levar um bit de *pai2*

O *filho2* leva o que sobra de *pai1* e *pai2*



## Problema 2



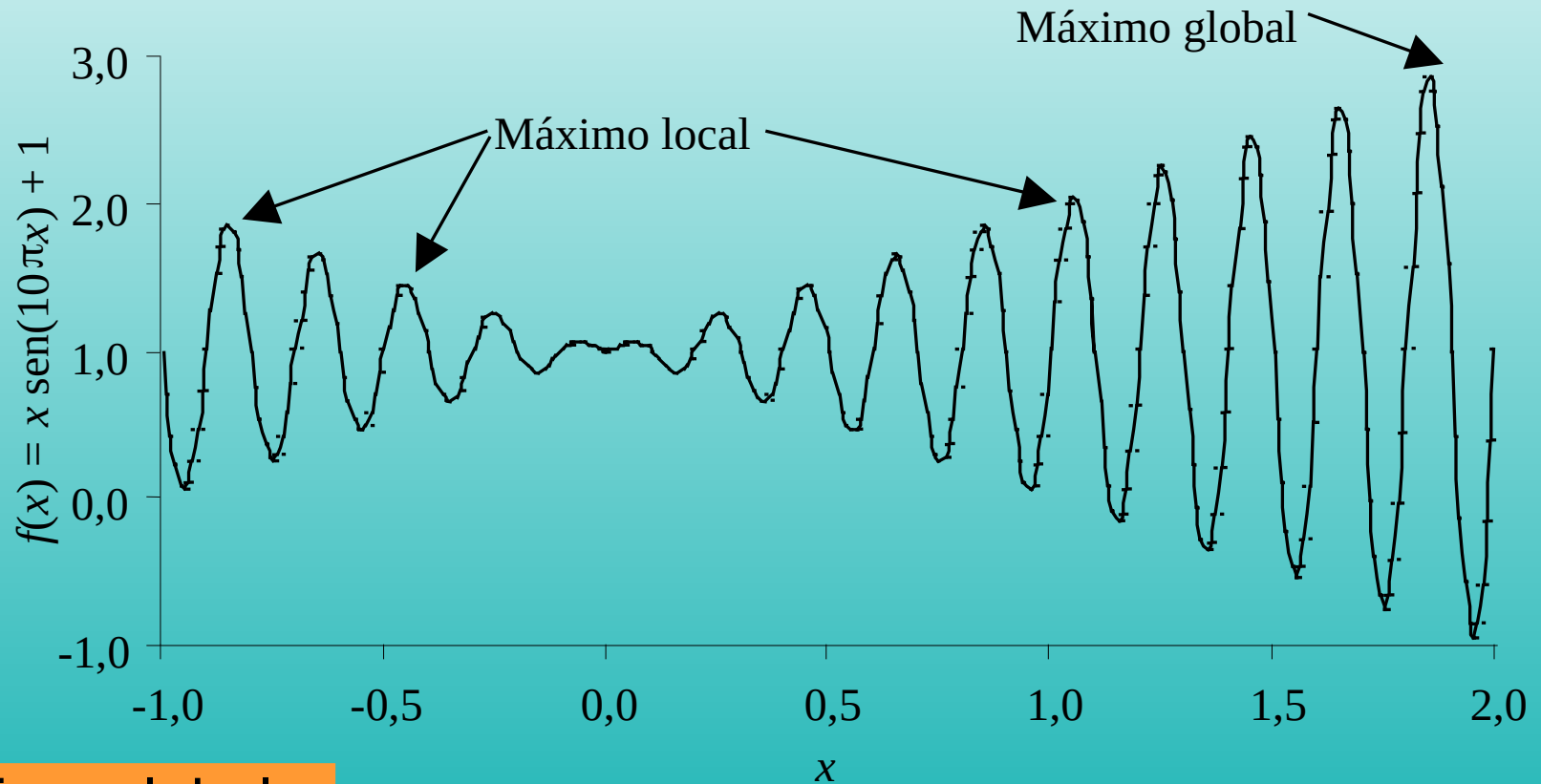
Achar o máximo da função utilizando  
Algoritmos Genéticos,

$$f(x) = x \operatorname{seno}(10\pi x) + 1,0$$

Restrita ao intervalo:

$$-1,0 \leq x \leq 2,0$$

# Problema 2 (II)



Máximo global:

$$x = 1,85055$$

$$f(x) = 2,85027$$

## Problema 2 (III)



- Função multimodal com vários pontos de máximo.
- É um problema de otimização global (encontrar o máximo global)
- Não pode ser resolvido pela grande maioria dos métodos de otimização convencional.
- Há muitos métodos de otimização local, mas para otimização global são poucos.

# O Cromossomo Problema 2



- Representar o único parâmetro deste problema (a variável  $x$ ) na forma de um cromossomo:
  - ◆ Quantos bits deverá ter o cromossomo?
  - ◆ Quanto Mais bits melhor precisão numérica.
  - ◆ Longos cromossomos são difíceis de manipular.
  - ◆ Para cada decimal é necessário 3,3 bits
  - ◆ Cromossomo com 22 bits

**1000101110110101000111**

# O Cromossomo Problema 2 (II)



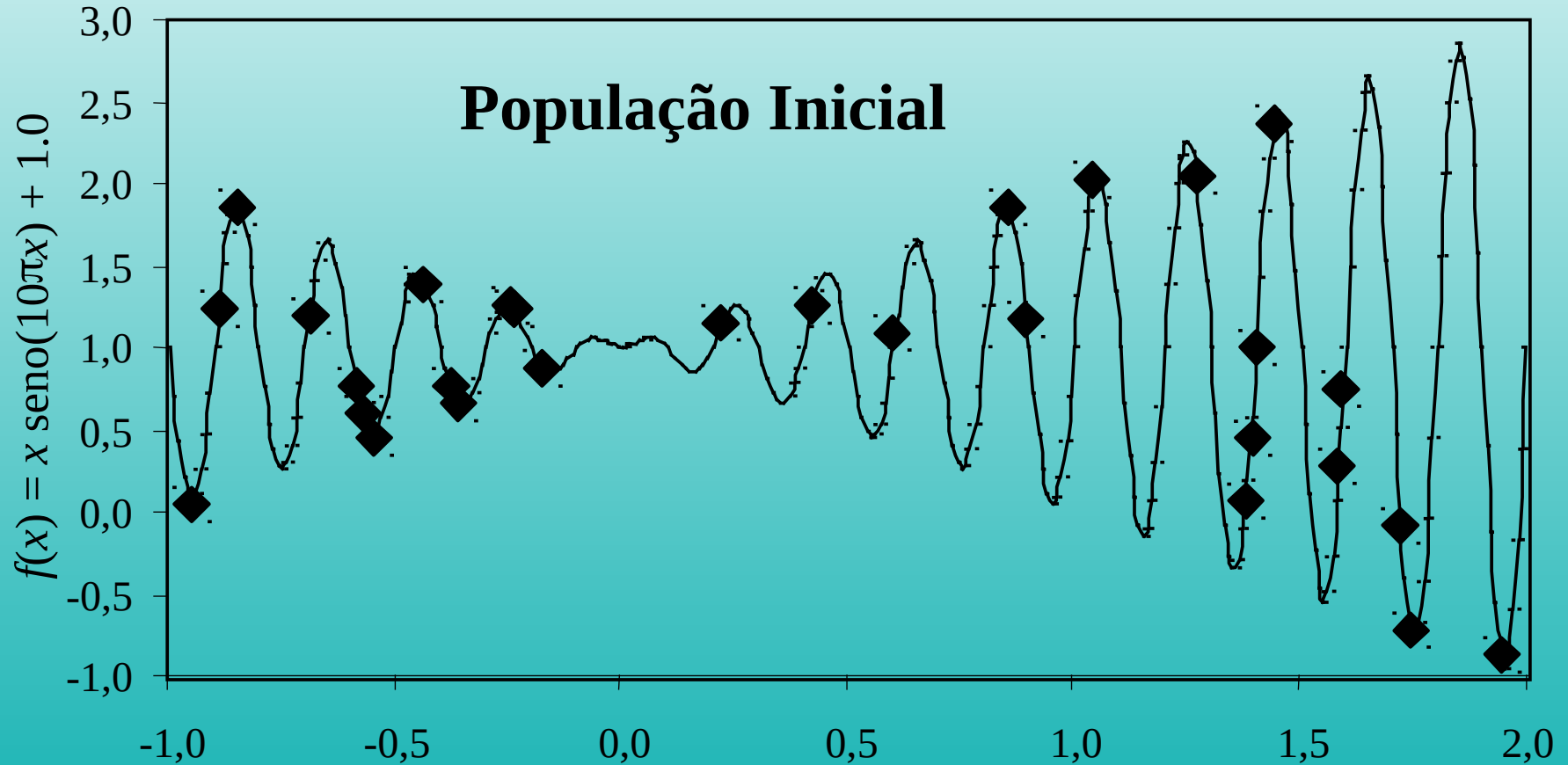
## ■ Decodificação

- ◆ cromossomo = 1000101110110101000111
- ◆  $b_{10} = (1000101110110101000111)_2 = 2288967$
- ◆ Valor de  $x$  precisa estar no intervalo  $[-1,0; 2,0]$

$$x = \min + (\max - \min) \frac{b_{10}}{2^l - 1}$$

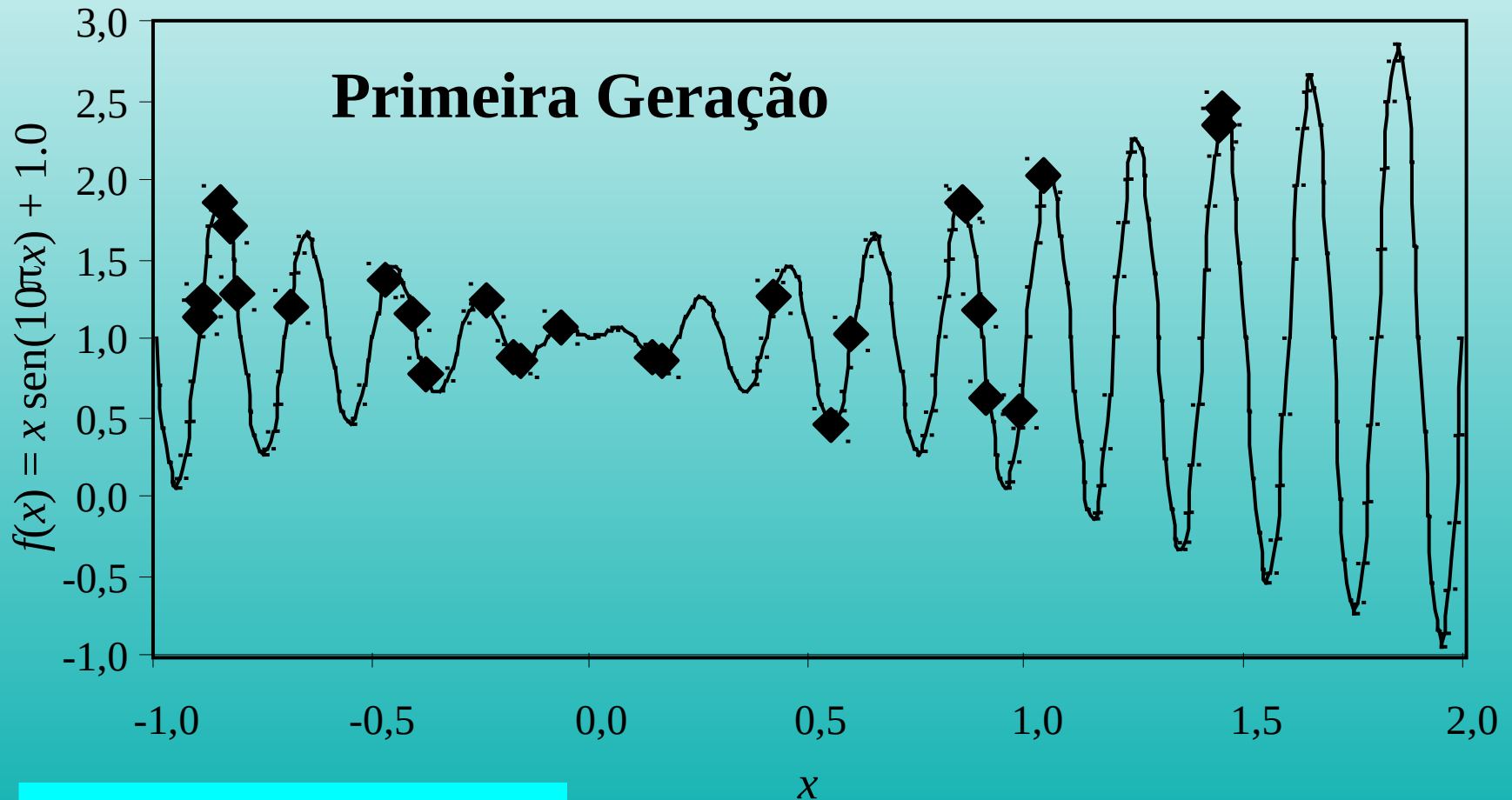
$$x = -1 + (2 + 1) \frac{2.288.967}{2^{22} - 1} = 0,637197$$

# As Gerações do Problema 2



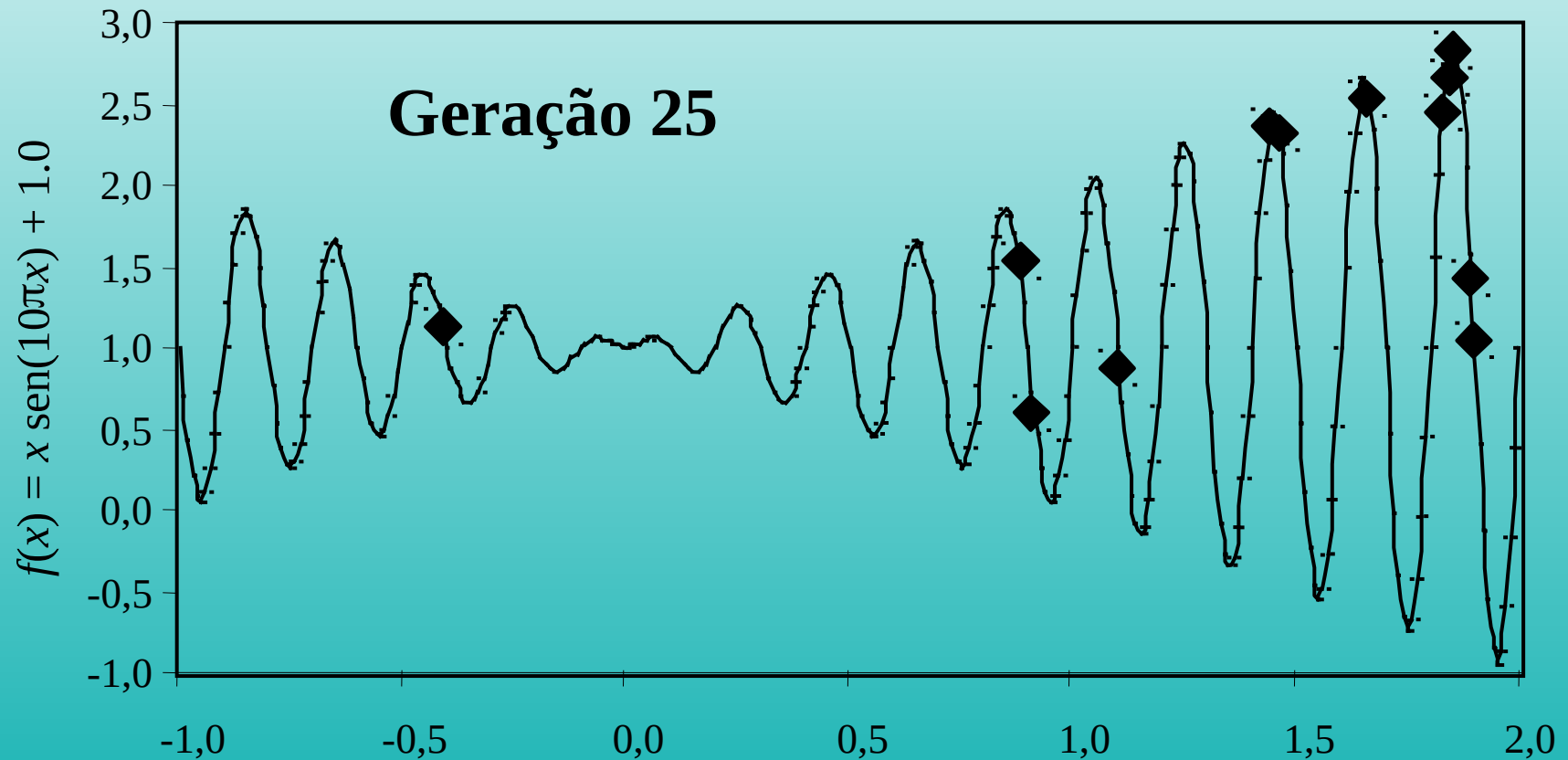
**População gerada aleatoriamente**

# As Gerações do Problema 2 (II)



**Pouca melhoria**

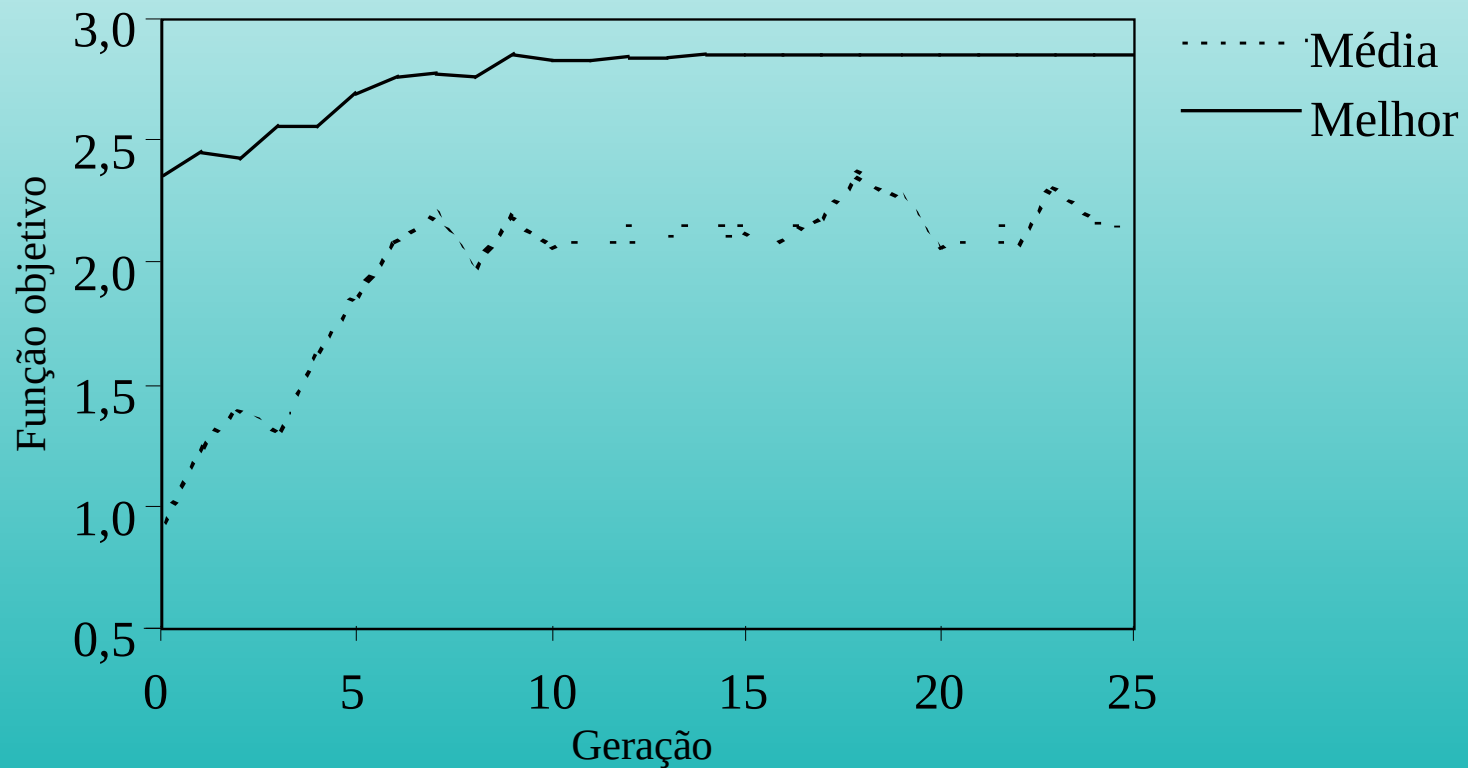
# As Gerações do Problema 2 (III)



**A maioria dos indivíduos encontraram o máximo global**



# As Gerações do Problema 2 (IV)



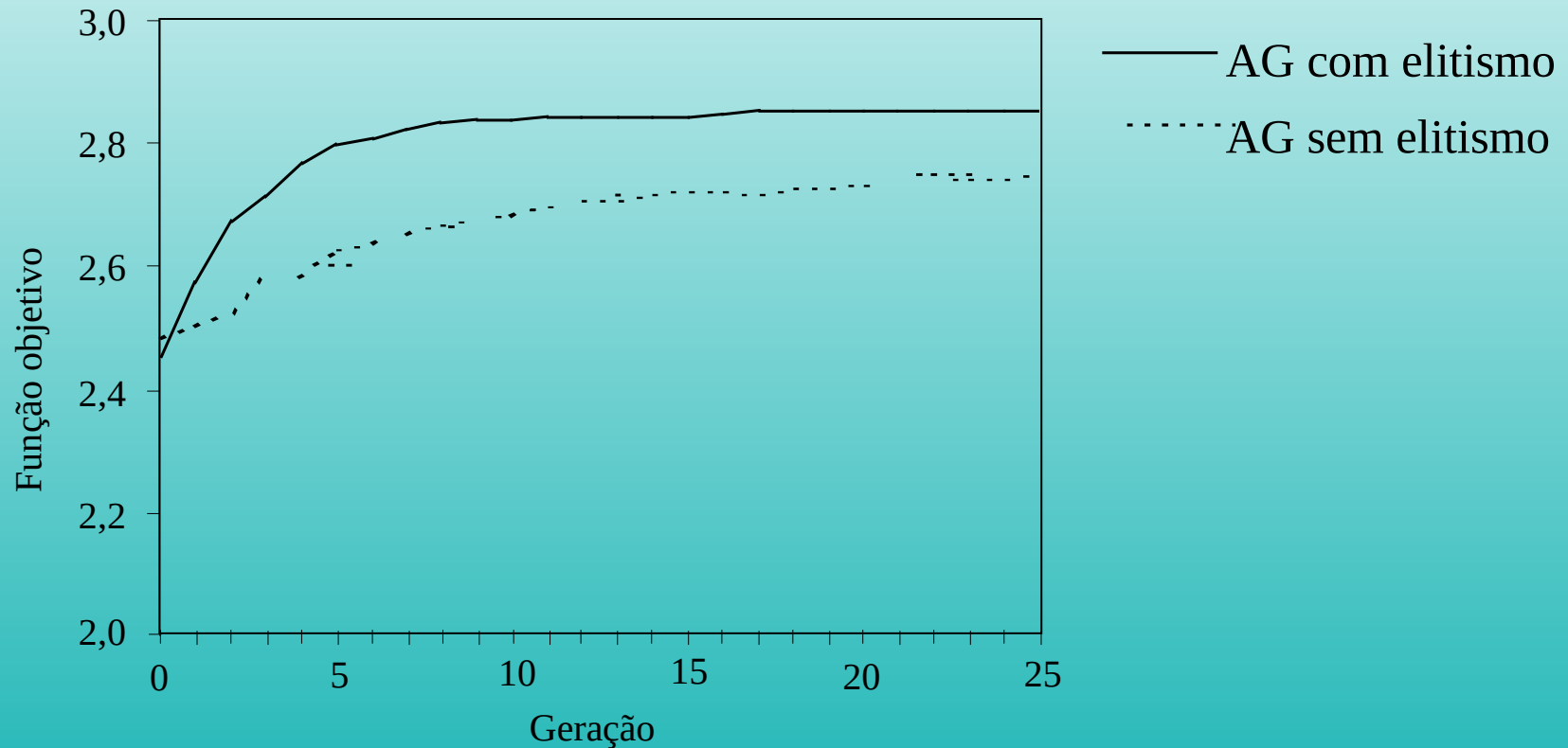
**Na geração 15 o AG já encontrou o ponto máximo**

# Elitismo



- O crossover ou mutação podem destruir a melhor indivíduo.
- Por que perder a melhor solução encontrada?
- Elitismo transfere a cópia do melhor indivíduo para a geração seguinte.

# Elitismo no Problema 2



**AG com elitismo é melhor ?**

# Critérios de Parada



- Número de gerações.
- Encontrou a solução (quando esta é conhecida).
- Perda de diversidade.
- Convergência
  - ◆ nas últimas  $k$  gerações não houve melhora da na aptidão

# Terminologia



## ■ Indivíduo

- ◆ Simples membro da população.

## ■ Cromossomo e Genoma e :

- ◆ Coleção de genes
- ◆ Estrutura de dados que codifica a solução de uma problema.

## ■ Genótipo

- Na biologia, representa a composição genética contida no Genoma. Nos AGs, representa a informação contida no cromossomo ou genoma.

# Terminologia



## ■ Fenótipo:

- ◆ Objeto ou estrutura construída a partir das informações do genótipo.
- ◆ É o cromossomo decodificado.
  - Exemplo: Se o cromossomo codifica as dimensões de um edifício, então o fenótipo é o edifício construído.

## ■ Gene:

- ◆ Codifica um simples parâmetro do problema

# Terminologia



## ■ Alelos:

- ◆ Valores que o gene pode assumir.
  - Ex.: Um gene representando a cor de um objeto pode ter alelos como azul, preto, verde etc...

## ■ Epistasia:

- ◆ Interação entre genes do cromossomo cujo efeito é desativar o outro gene.
- ◆ Um gene é epistático quando sua presença desativa um gene em outra posição no cromossomo.
- ◆ Não linearidade.

# Exercício



- Encontrar de  $x$  para o qual a função  $f(x) = x^2 - 3x + 4$  assume o valor mínimo.
  - ◆ Assumir que  $x \in [-10, +10]$
  - ◆ Codificar  $X$  como vetor binário
  - ◆ Criar uma população inicial com 4 indivíduos
  - ◆ Aplicar Mutação com taxa de 1%
  - ◆ Aplicar Crossover com taxa de 60%
  - ◆ Usar seleção por torneio.
  - ◆ Usar 5 gerações.