Звіт

про виконання завдання з самостійної роботи

з курсу «**Теорія ймовірностей та математична статистика**»

тема «**ЗАКОН ВЕЛИКИХ ЧИСЕЛ**»

студентом Попов А. А. (група КС-231)

в 2024-2025 навчальному році

за індивідуальним варіантом даних №17

Завдання. Оцініть імовірності, застосовуючи нерівності і теорему Чебишова або теорему Бернуллі.

Задача 17. Виробництво дає 1% браку. Оцініть імовірність того, що серед перевірених 1100 виробів бракованих буде не більш як 20.

Розв’язання:

Введемо позначення на вхідні дані:

p = 0.01 — 1% браку.

N = 1100 — кількість виробів.

Спочатку знайдемо математичне сподівання M та дисперсію σ^2 випадкової величини X, що є кількістю бракованих виробів.

Обчислимо математичне сподівання:

$$M(X) = 1100 * 0,01 = 11.$$

Обчислимо дисперсію, скориставшись формулою:

$$\sigma^2 = n * p * (1 — p).$$

$$\sigma^2 = 1100 * 0{,}01 * 0{,}99 = 10{,}89.$$

$$\sigma = 3{,}3.$$

Оскільки ймовірність браку p мала, а n достатньо велике, використаємо апроксимацію біноміального розподілу нормальним розподілом N(M,σ2). Для події $X \le 20$ переходимо до нормованої випадкової величини Z:

$$Z = (X – M) / \sigma.$$

$$Z \le (20 — 11) / 3.3 = 2{,}73.$$

Для підвищення точності розрахунків врахуємо, що X — дискретна величина, а нормальний розподіл — неперервний.
Корекція безперервності полягає у зміні межі з 20 на 20 + 0.5.
Формула для Z з урахуванням корекції:

$$Z = (X+ 0.5 — M)/ \sigma.$$

$$Z = (20.5 — 11) / 3.3 = 2{,}88.$$

Використовуємо стандартну таблицю функції розподілу Φ(Z) нормального розподілу, щоб знайти $P(Z \le Z_{обчислене})$.
Це дасть наближену ймовірність події $P(X \le 20)$.

$$\Phi(2{,}88) = 0{,}998.$$

Відповідь: Ймовірність того, шо серед 1100 переврених виробів кількість бракованих буде не більшою ніж 20, становить:

$$P(X \le 20) = 0{,}998\ (99{,}8\%).$$