

## Звіт

про виконання завдання з самостійної роботи  
з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика»

тема «Дискретні випадкові величини та їх розподіли»

студентом Попов А. А. (група КС-231)

в 2024-2025 навчальному році

за індивідуальним варіантом даних №17

**Завдання 1.** Дано закони розподілу незалежних дискретних випадкових величин  $X$  та  $Y$ :

$X$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$P$	$a$	$a$	$5a$	$a$	$2a$

$Y$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$
$P$	0,4	0,3	0,1	0,2

### Розв'язання:

Знайти:

а)  $a$ ;

За законом розподілу дискретної випадкової величини відомо, що сума ймовірностей дорівнює 1, тому, знаючи це, можна скласти рівняння для знаходження  $a$ . Для цього додамо всі ймовірності і прирівняємо до 1.

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1.$$

$$a + a + 5a + a + 2a = 1$$

$$10a = 1 \Rightarrow a = 0,1$$

В результаті отримали значення 0,1. В подальшому виконанні будемо використовувати значення в таблиці. Завдання завершено.

**Відповідь:**  $a = 0,1$ .

б) закони розподілу випадкових величин  $2X$ ,  $X+Y$ ,  $XY$ ,  $X-Y$ .

$X$	-3	-2	-1	0	1
$P$	0,1	0,1	0,5	0,1	0,2

$Y$	1	2	3	4
$P$	0,4	0,3	0,1	0,2

Для того, щоб отримати випадкову величину  $CX$ , треба помножити дискретну випадкову величину (ДВВ) на сталу величину ( $C$ ).

Випадкова величина  $CX$ , що визначається так: можливі значення  $CX$  дорівнюють добуткам сталої величини  $C$  на можливі значення  $X$ ; ймовірності можливих значень  $CX$  дорівнюють ймовірностям відповідних можливих значень ДВВ  $X$ .

Для початку помножимо можливі значення:

$2X$	$-3*2$	$-2*2$	$-1*2$	$0*2$	$1*2$
$P$	0,1	0,1	0,5	0,1	0,2

**Відповідь:** В результаті отримали таку таблицю випадкової величини  $2X$ :

$2X$	-6	-4	-2	0	2
$P$	0,1	0,1	0,5	0,1	0,2

### $X+Y$

**Сумою випадкових величин  $X$  та  $Y$**  називається випадкова величина

$X + Y$ , що визначається так:

- можливі значення  $X + Y$  дорівнюють сумах кожного можливого значення  $X$  з кожним можливим значенням  $Y$ ;
- ймовірності можливих значень  $X + Y$  для незалежних величин  $X$  та  $Y$  дорівнюють добуткам ймовірностей доданків; для залежних величин – добуткам ймовірності одного доданка на умовну ймовірність іншого. Якщо деякі значення величини  $X + Y$  однакові, то їх ймовірності додаються.

Закони розподілу випадкових величин  $X$  та  $Y$  мають відповідно вигляд:

$X$	-3	-2	-1	0	1
$P$	0,1	0,1	0,5	0,1	0,2

$Y$	1	2	3	4
$P$	0,4	0,3	0,1	0,2

За означенням знаходимо закони розподілу випадкових величин  $X + Y$

(відповідні ймовірності можливих значень  $X$  та  $Y$  перемножуються):

$X+Y$	-3 + 1 = -2	-3 + 2 = -1	-3 + 3 = 0	-3 + 4 = 1	-2 + 1 = -1	-2 + 2 = 0	-2 + 3 = 1	-2 + 4 = 2	-1 + 1 = 0	-1 + 2 = 1
$P$	0,04	0,03	0,01	0,02	0,04	0,03	0,01	0,02	0,2	0,15

-1 + 3 = 2	-1 + 4 = 3	0 + 1 = 1	0 + 2 = 2	0 + 3 = 3	0 + 4 = 4	1 + 1 = 2	1 + 2 = 3	1 + 3 = 4	1 + 4 = 5
0,05	0,1	0,04	0,03	0,01	0,02	0,08	0,06	0,02	0,04

Остаточна таблиця:

$X+Y$	-2	-1	0	1	1	0	1	2	0	1
$P$	0,04	0,03	0,01	0,02	0,04	0,03	0,01	0,02	0,2	0,15

2	3	1	2	3	4	2	2	3	4
0,05	0,1	0,04	0,03	0,01	0,02	0,08	0,06	0,02	0,04

$X \cdot Y$

**Добутком випадкових величин  $X$  та  $Y$  називається випадкова величина**

$X \cdot Y$  , що визначається так:

- можливі значення  $X*Y$  дорівнюють добуткам кожного можливого значення  $X$  на кожне можливе значення  $Y$  ;
- ймовірності можливих значень добутку  $X*Y$  дорівнюють добуткам ймовірностей можливих значень співмножників. Якщо деякі значення величини  $X*Y$  однакові, то їх ймовірності додаються.

Закони розподілу випадкових величин  $X$  та  $Y$  мають відповідно вигляд:

$X$	-3	-2	-1	0	1
$P$	0,1	0,1	0,5	0,1	0,2

$Y$	1	2	3	4
$P$	0,4	0,3	0,1	0,2

За означенням знаходимо закони розподілу випадкових величин  $X*Y$  (відповідні ймовірності можливих значень  $X$  та  $Y$  перемножуються):

$X*Y$	$-3 * 1$ = -3	$-3 * 2$ = -6	$-3 * 3$ = -9	$-3 * 4$ = -12	$-2 * 1$ = -2	$-2 * 2$ = -4	$-2 * 3$ = -6	$-2 * 4$ = -8	$-1 * 3$ = -1	$-1 * 2$ = -2
$P$	0,04	0,03	0,01	0,02	0,04	0,03	0,01	0,02	0,2	0,15

$-1 * 3$ = -3	$-1 * 4$ = -4	$0 * 1$ = 0	$0 * 2$ = 2	$0 * 3$ = 3	$0 * 4$ = 4	$1 * 1$ = 1	$1 * 2$ = 2	$1 * 3$ = 3	$1 * 4$ = 4
0,05	0,1	0,04	0,03	0,01	0,02	0,08	0,06	0,02	0,04

Остаточна таблиця:

$X*Y$	-3	-6	-9	-12	-2	-4	-6	-8	-1	-2	-3	-4	-0
$P$	0,04	0,03	0,01	0,02	0,04	0,03	0,01	0,02	0,2	0,15	0,05	0,1	0,04

2	3	4	1	2	3	4
0,03	0,01	0,02	0,08	0,06	0,02	0,04

### X-Y

Для того, щоб відняти дві дискретні випадкові величини, за аналогією до додавання вводиться операція віднімання випадкових величин, оскільки  $X + Y = X + (-1)Y$ . Тому, щоб відняти ДВВ потрібно відняти можливі значення а імовірності помножити.

X-Y	-3 - 1 = -4	-3 - 2 = -5	-3 - 3 = -6	-3 - 4 = -7	-2 - 1 = -3	-2 - 2 = -4	-2 - 3 = -5	-2 - 4 = -6	-1 - 1 = -2	-1 - 2 = -3
P	0,04	0,03	0,01	0,02	0,04	0,03	0,01	0,02	0,2	0,15

-1 - 3 = -4	-1 - 4 = -5	0 - 1 = -1	0 - 2 = -2	0 - 3 = -3	0 - 4 = -4	1 - 1 = 0	1 - 2 = -1	1 - 3 = -2	1 - 4 = -4
0,05	0,1	0,04	0,03	0,01	0,02	0,08	0,06	0,02	0,04

Остаточна таблиця:

X-Y	-4	-5	-6	-7	-3	-4	-5	-6	-2	-3	-4	-5	-1
P	0,04	0,03	0,01	0,02	0,04	0,03	0,01	0,02	0,2	0,15	0,05	0,1	0,04

-2	-3	-4	0	-1	-2	-4
0,03	0,01	0,02	0,08	0,06	0,02	0,04

**Відповідь:** Результати операцій над ДВВ можна побачити в остаточних варіантах таблиці під кожним з підпунктів операцій.

**Завдання 2.** Для дискретної випадкової величини відомий ряд розподілу. Побудувати багатокутник розподілу та графік функції розподілу цієї випадкової величини.

X	-2	-1	0	2	4
$p_i$	0,3(3)	0,13	0,2	0,13	0,2



Для того, щоб побудувати графік функції розподілу, спочатку потрібно знайти саму функцію розподілу.

Так як у нас випадкова величина  $X$  дискретна і має скінченну кількість можливих значень, то функція розподілу визначається як сума ймовірностей до точки  $x$  і задається такою формулою:

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} P(X = x_i),$$

Тому починаємо обчислення.

При значенні  $x \leq -2$   $F(x) = 0$ , тому що випадкова величина  $X$  не приймає значень менше -2.

Для  $-2 \leq x < -1$

$$F(x) = P(X \leq -2) = 0.34.$$

1. Для  $-1 \leq x < 0$ :

$$F(x) = P(X \leq -1) = 0.34 + 0.13 = 0.47.$$

2. Для  $0 \leq x < 2$ :

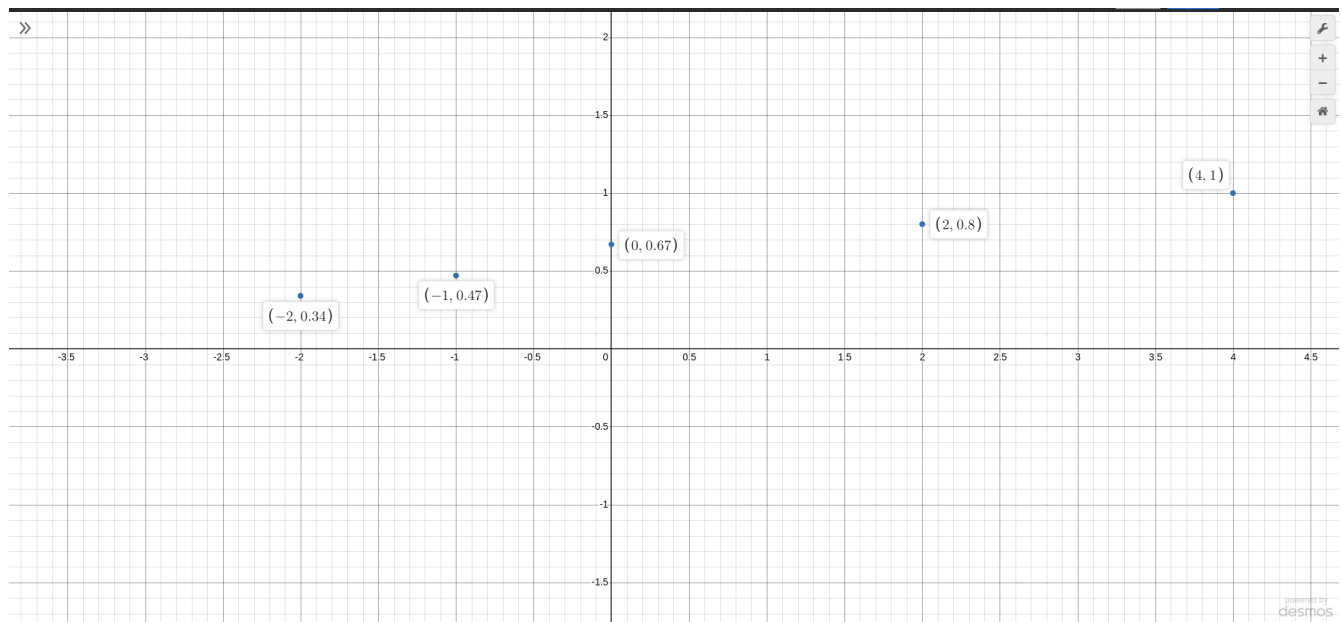
$$F(x) = P(X \leq 0) = 0.47 + 0.20 = 0.67.$$

3. Для  $2 \leq x < 4$ :

$$F(x) = P(X \leq 2) = 0.67 + 0.13 = 0.80.$$

4. Для  $x \geq 4$ :

$$F(x) = P(X < 4) = 0.80 + 0.20$$



Тепер будемо графік функції розподілу:

**Відповідь:** Результати побудови графіків можна побачити у розв'язку самого завдання.