

Звіт

про виконання завдання з самостійної роботи
з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика»

тема «СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ ВИБІРКИ»

студентом Попов А. А. (група КС-231)

в 2024-2025 навчальному році

за індивідуальним варіантом даних №17

Задача. Міністерством соціальної політики було проведено вивчення умов праці і рівня заробітної плати персоналу ІТ-компаній України. Для однієї з категорій фахівців була зроблена вибірка показників заробітної плати об'єму $n=10$ (Додаток А):

Розв'язання:

Показники заробітної плати згідно додатку А:

X	18300	18300	17400	19300	17400	18300	19300	17400	19300
19300									

1) Варіаційний ряд:

Варіаційний ряд — це послідовність значень, розташованих в порядку зростання.

Запишемо нашу послідовність заробітної плати у порядку зростання:

X	17400	17400	17400	18300	18300	18300	19300	19300	19300
19300									

2) Статистичний ряд розподілу:

Статистичний ряд розподілу — це таблиця, що показує значення змінної та їх частоту.

Заробітна плата (X)	Частота (f)
17400	3
18300	3
19300	4

3) Полігон частот:

Полігон частот — графік, що відображає частоти кожного значення вибірки.

Побудувати координатну систему з осями X (значення заробітної плати) і Y (частоти).

Нанести точки для кожного значення з таблиці: (17400, 3), (18300, 3), (19300, 4).

З'єднати точки прямими лініями.

Примітка: для зручності побудови графіку, скоротимо значення заробітної плати на 1000.



графік побудовано.

4) Емпірична функція розподілу:

Емпірична функція $F(x)$ — це накопичувана частота, яка визначає частку елементів вибірки, менших або рівних певному значенню X .

$F(x) = k / n$, де k — кількість елементів у вибірці, які менші або рівні X , а n — загальна кількість спостережень.

Порахуємо функцію розподілу для кожного значення в таблиці:

$$F(17400) = k / n = 3 / 10 = 0,3.$$

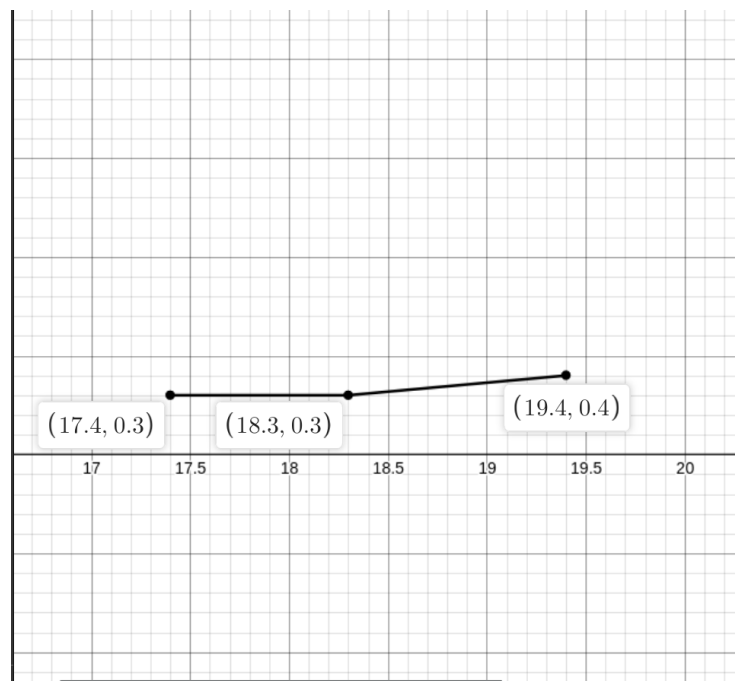
$$F(18300) = k / n = 3 / 10 = 0,3.$$

$$F(19300) = k / n = 4 / 10 = 0,4.$$

Будуємо таблицю:

Заробітна плата (X)	F(x)
17400	0,3
18300	0,6
19300	1

Тепер побудуємо графік, де $F(x)$ зростає від 0 до 1 залежно від значень заробітної плати:



Графік побудовано.

5) Середня заробітна плата:

Формула для розрахунку середньої заробітної плати:

$$\bar{X} = \frac{\sum (X_i * f_i)}{n}$$

Підставимо значення у формулу:

$$\bar{X} = \frac{17400 * 3 + 18300 * 3 + 19300 * 4}{10} = \frac{183000}{10} = 18300$$

Середня заробітна плата становить: 18300.

6) Мода та медіана:

Мода - Значення з найбільшою частотою. Мода: 19300 (частота 4).

Медіана - Середнє значення в упорядкованому ряді. Якщо n — парне, то це середнє двох центральних значень.

Упорядкований ряд: 17400, 17400, 17400, 18300, 18300, 18300, 18300, 19300, 19300, 19300.

Центральні значення: 18300, 18300.

Медіана: 18300.

7) Середнє квадратичне відхилення:

Середнє квадратичне відхилення обчислюється за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i (X_i - \bar{X})^2}{n}}$$

обчислимо:

Різниця між значеннями та середнім :

$$17400 - 18300 = -900.$$

$$18300 - 18300 = 0.$$

$$19300 - 18300 = 1000.$$

Квадрати різниць:

$$(-900)^2 = 810000.$$

$$0^2 = 0.$$

$$1000^2 = 1000000.$$

Помноження квадратів різниць на частоти:

$$3 \cdot 810000 = 2430000.$$

$$3 \cdot 0 = 0.$$

$$4 \cdot 1000000 = 4000000.$$

Сума результатів:

$$2430000 + 0 + 4000000 = 6430000.$$

Ділення на об'єм вибірки ($n=10$) та квадратний корінь:

$$\sigma = \sqrt{643000} \approx 801.87.$$

Середнє квадратичне відхилення: $\sigma \approx 801.87$.

8) Коефіцієнт варіації:

Щоб порахувати коефіцієнт варіації, потрібно використати наступну формулу:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{X}} 100 \%$$

Підставимо обчислені значення у формулу:

$$V = \frac{801.87}{18300} 100 \% = 4.38 \% .$$

9) Висновки:

1. Середня заробітна плата в досліджуваній вибірці становить 18300.
2. Найпоширеніше значення заробітної плати (мода): 19300.
3. Рівномірність вибірки підтверджується низьким коефіцієнтом варіації: 4.38%.
4. Полігон частот і емпірична функція розподілу показують симетричний розподіл даних.
5. Низьке середнє квадратичне відхилення свідчить про невелике розсіювання значень заробітної плати навколо середнього.

Результати вказують на відносну стабільність заробітної плати в досліджуваній категорії.