**Звіт**

про виконання завдання з самостійної роботи

з курсу «**Теорія ймовірностей та математична статистика**»

тема «**Функція і густина розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини**»

студентом Попов А. А. (група КС-231)

в 2024-2025 навчальному році

за індивідуальним варіантом даних №17

**Завдання 1.** Неперервна випадкова величина задана густиною розподілу f(x). Зобразити диференціальну f(x) та інтегральну F(x) функції розподілу випадкової величини. Обчислити M(X), D(X), σ(X).

$$17.\ f(x)=\begin{cases}0,\ x\le 0;\\ 2x+\dfrac{8}{3},\ 0<x\le\dfrac{1}{3};\\ 0,\ x>\dfrac{1}{3}.\end{cases}$$

**Розв'язання:**

Обчислимо інтеграли для визначення F(x).

Використовуємо формулу:

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x).$$

Якщо $x\le 0$, то $f(x)=0$, отже

$$F(x)=\int_{-\infty}^{0} 0\,dx=0;$$

якщо $0<x\le\frac{1}{3}$, то

$$F(x)=\int_{-\infty}^{0} 0\,dx+\int_{0}^{x} \frac{8}{3}+2t\,dx=\frac{8}{3}x+x*x$$

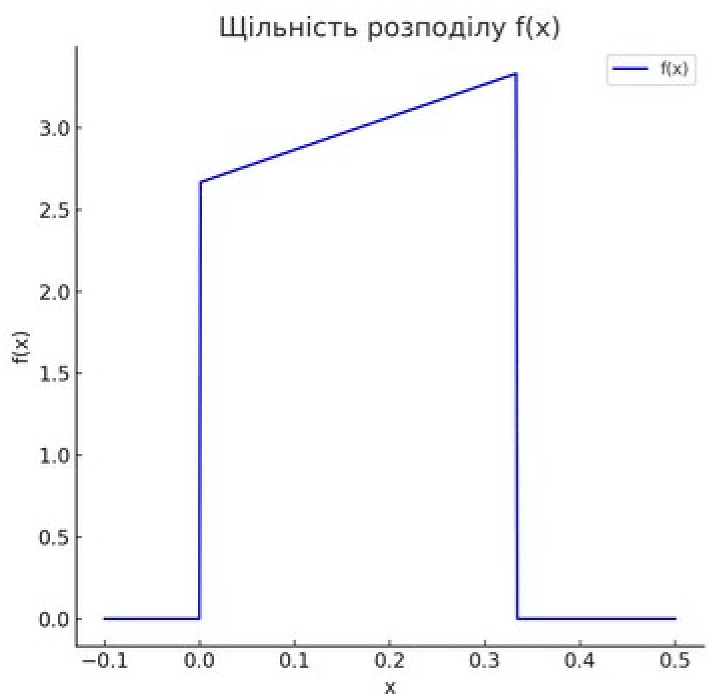
якщо $x>\frac{1}{3}$, то

$F(x)=F\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{9}.+\frac{8}{9}¿=1$

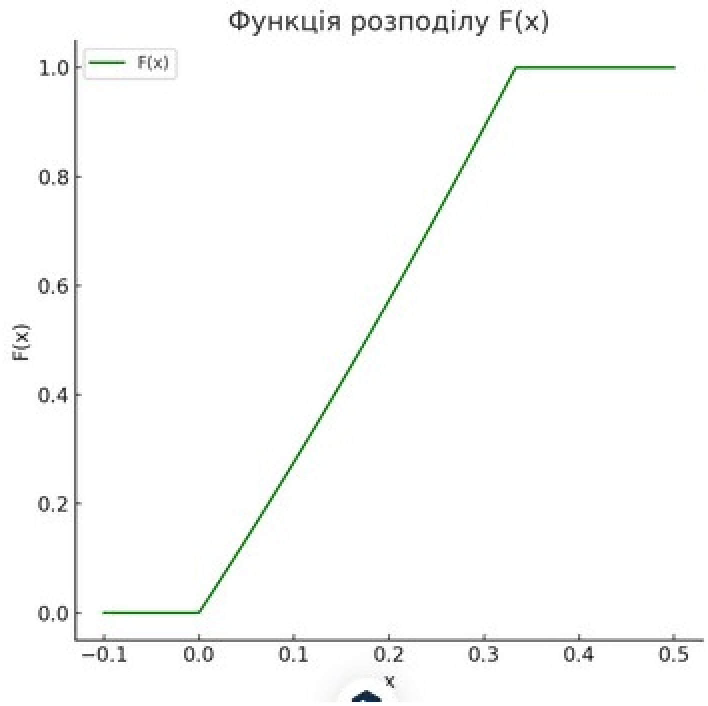
Отже, шукана функція розподілу:

$$F(x)=\begin{cases} 0,x\le 0 \\ \frac{8}{3}x+2x,0<x\le\frac{1}{3};0,x>\frac{1}{3}¿ \end{cases}$$

Функція $f(x)$ має вигляд:




Функція $F(x)$ має вигляд:




Тепер обчислюємо M(X), D(X), σ(X).

*Математичне сподівання неперервної випадкової величини X*, можливі значення якої належать всій осі *Ox*, визначається рівністю:

$$M(X)=\int_a^b x\cdot f(x)\,dx.$$

$$M(X)=\int_0^{\frac{1}{3}} x\cdot\left(2x+\frac{8}{3}\right)dx=\int_0^{\frac{1}{3}}\left(2x^2+\frac{8}{3}x\text{¿}\,dx=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^3+\frac{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{2}{81}+\frac{4}{27}=0{,}173.\text{¿¿¿}$$

*Дисперсія неперервної випадкової величини X*, можливі значення якої належать всій осі *Ox*, визначається рівністю:

$$D(X)=\int_a^b x^2\cdot f(x)\,dx-[M(X)]^2.$$

$$D(X)=\int_0^{\frac{1}{3}} x^2-2x\,dx-[M(X)]^2\,dx=0.0092.\text{¿¿}$$

*Середнє квадратичне відхилення неперервної випадкової величини* визначається так же, як і для дискретної величини:

$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}\approx 0{,}096.$$

**Висновок:** щоб знайти густину розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини потрібно взяти першу похідну від інтегральної функції розподілу ймовірностей.