

**Звіт**  
**про виконання завдання з самостійної роботи**  
**з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика»**  
**тема «ЙМОВІРНОСТІ ДОБУТКУ ТА СУМИ ПОДІЙ»**  
**студентом Попов А. А.(група КС-231)**  
**в 2024-2025 навчальному році**  
**за індивідуальним варіантом даних №17.**

**Завдання 1.** У двох партіях 47 та 71 – відсоток якісних виробів відповідно. Навмання вибирають по одному виробу з кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них:

- а)** принаймні один бракований виріб;
- б)** два браковані вироби;
- в)** один якісний та один бракований виріб?

$p = k / 100$  - ймовірність вибрати якісний виріб з першої та другої партії.

$$p_1 = 47 / 100 = 0.47.$$

$$p_2 = 71 / 100 = 0.71.$$

$q = 1 - p$  - ймовірність вибрати бракований виріб з першої та другої партії.

$$q_1 = 1 - 0.47 = 0.53.$$

$$q_2 = 1 - 0.71 = 0.29.$$

- а)** принаймні один бракований виріб:

серед двох виробів може бути або один, або обидва браковані вироби.

Ймовірність того, що обидва вироби якісні дорівнює  $p_1 \cdot p_2$ . Тоді ймовірність того, що серед двох виробів буде хоча б один бракований:  $P(A) = 1 - p_1 \cdot p_2$ .

Обчислимо ймовірність вибрати якісний виріб з першої та другої партії:

$$p_1 = 47 / 100 = 0.47.$$

$$p_2 = 71 / 100 = 0.71.$$

Підставимо значення в формулу:

$$P(A) = 1 - p_1 \cdot p_2 = 1 - 0.47 \cdot 0.71 = 0.6663.$$

**Відповідь:** Ймовірність виявити принаймні один бракований виріб становить:  
 $P(A) = 0.6663$ .

**б) два браковані вироби:**

Ймовірність того, що обидва вироби будуть бракованими, дорівнює:

$$P(A) = q_1 \cdot q_2.$$

Підставимо отримані результати у формулу:

$$P(A) = 0.29 \cdot 0.53 = 0.1537$$

**Відповідь:** Ймовірність вибрати два браковані вироби становить:  $P(A) = 0.1537$ .

**в) один якісний та один бракований виріб?**

Загальна ймовірність того, що серед двох виробів буде один якісний та один бракований, обчислюється як сума цих двох ймовірностей:

$$P(A) = p_1 \cdot q_2 + p_2 \cdot q_1.$$

Підставимо значення у формулу, для отримання результату:

$$P(A) = 0.47 \cdot 0.29 + 0.71 \cdot 0.53 = 0.5126.$$

**Відповідь:** ймовірність отримати один якісний та один бракований виріб становить:  $P(A) = 0.5126$ .

**Завдання 2.** Ймовірність того, що в ціль влучає з одного пострілу перший снайпер дорівнює 0.78, другий – 0.37. Перший зробив 2, другий – 3 пострілів. Визначити ймовірність того, що ціль не була уражена (в неї не влучив жоден із снайперів).

Щоб визначити ймовірність того, що ціль не була уражена жодним із снайперів, знайдемо ймовірність, що кожен з них **не влучив** у ціль протягом усіх своїх пострілів.

1. Ймовірність, що перший снайпер не влучить у ціль за один постріл, дорівнює

$$1 - p_1 = 1 - 0.78 = 0.22.$$

Тоді ймовірність, що він не влучить у ціль за  $n_1$  пострілів, дорівнює:

$$(1 - p_1)^{n_1} = 0.22^2 = 0.0484.$$

2. Ймовірність, що другий снайпер не влучить у ціль за один постріл, дорівнює

$$1 - p_2 = 1 - 0.37 = 0.63.$$

Тоді ймовірність, що він не влучить у ціль за  $n_2$  пострілів, дорівнює:

$$(1 - p_2)^{n_2} = 0.63^3 = 0.250047.$$

Оскільки ймовірність того, що жоден із снайперів не влучив у ціль, є добутком ймовірностей того, що кожен з них не влучив, то загальна ймовірність того, що ціль не була уражена, дорівнює:  $P(A) = (1 - p_2)^{n_2} \cdot (1 - p_1)^{n_1}$

Підставимо готові значення у формулу та отримаємо відповідь:

$$P(A) = 0.0484 \cdot 0.250047 = 0.0121.$$

**Відповідь:** ймовірність того, що ціль не була уражена становить:  $P(A) = 0.0121$ .

**Завдання 3.** Із 1000 ламп  $n_i$  належить  $i$ -й партії,  $i = 1, 2, 3$ ,  $\sum_{i=1}^3 n_i = 1000$ .

У першій партії – 6 %, у другій – 5 %, у третій – 4 % бракованих ламп.

Навмання вибирають одну лампу. Визначити ймовірність того, що вибрана лампа – бракована.

Нам потрібно знайти загальну ймовірність того, що випадково вибрана лампа буде бракованою. Ця ймовірність обчислюється за формулою повної ймовірності:

$$P(A) = 0.06 \cdot n_1 / 1000 + 0.05 \cdot n_2 / 1000 + 0.04 \cdot n_3 / 1000.$$

$n_1, n_2, n_3$  — кількість ламп у кожній з трьох партій, так що  $n_1 + n_2 + n_3 = 1000$ .

$$n_1 = 590.$$

$$n_2 = 210.$$

$$n_3 = 1000 - n_1 - n_2 = 1000 - 590 - 210 = 200.$$

підставимо значення у формулу і отримаємо відповідь:

$$P(A) = 0.06 \cdot 590 / 1000 + 0.05 \cdot 210 / 1000 + 0.04 \cdot 200 / 1000 = 0.0539.$$

**Відповідь:** Ймовірність того, що вибрана навмання лампа – бракована, становить:  $P(A) = 0.0539$ .

**Завдання 4.** До крамниці надходять однотипні вироби з трьох заводів,

причому 1-й завод постачає 60%, 2-й завод постачає 10% та 3-й завод постачає 30% виробів ( $i = 1, 2, 3$ ). Серед виробів 1-го заводу 80% першосортних, серед 2-го заводу 90% та серед виробів 3-го заводу 80% першосортних виробів. Куплено один виріб. Він виявився першосортним. Визначити ймовірність того, що куплений виріб випущено 2-м заводом.

Для вирішення цієї задачі, скористаємося теоремою Байєсса.

Позначимо:

$A_1$  – подія, що виріб виготовлений на 1-му заводі.

$A_2$  – подія, що виріб виготовлений на 2-му заводі.

$A_3$  – подія, що виріб виготовлений на 3-му заводі.

$B$  – подія, що виріб виявився першосортним.

$P(A_1) = 0.6$ ,

$P(A_2) = 0.1$ ,

$P(A_3) = 0.3$ ,

$P(B | A_1) = 0.8$ ,

$P(B | A_2) = 0.9$ ,

$P(B | A_3) = 0.8$ .

потрібно знайти  $P(A_2 | B)$ . Знайдемо повну вірогідність події  $B$ , для цього використаємо формулу повної вірогідності, та підставимо свої значення:

$$P(B) = P(B | A_1) \cdot P(A_1) + P(B | A_2) \cdot P(A_2) + P(B | A_3) \cdot P(A_3) = 0.8 \cdot 0.6 + 0.9 \cdot 0.1 + 0.8 \cdot 0.3 = 0.81.$$

Тепер застосуємо теорему Байєсса:

$$P(A_2 | B) = P(B | A_2) \cdot P(A_2) / P(B);$$

$$P(A_2 | B) = 0.9 \cdot 0.1 / 0.81 = 0.1111.$$

**Відповідь:** Вірогідність того, що куплений першосортний товар був випущений 2-м заводом, становить  $P(A_2 | B) = 0.1111$ .

**Завдання 5.** Надійність лінії зв'язку між об'єктами (ймовірність безвідмовної роботи протягом певного часу) дорівнює 0.76. Для підвищення якості зв'язку встановлено резервну лінію надійністю 0.62. Визначити надійність зв'язку з резервною лінією. Визначити ймовірність того, що лінія зв'язку відмовить.

Для системи, де роботи достатньо, щоб хоча б одна з ліній була безвідмовною, надійність системи  $R$  можна виразити як:

$R = 1 - Q$ , де  $Q$  – вірогідність відмови системи, яку можна виразити як:

$$Q = (1 - p_1) \cdot (1 - p_2).$$

Підставимо значення у формулу:

$$R = 1 - (1 - 0.76) \cdot (1 - 0.62) = 1 - 0.24 \cdot 0.38 = 1 - 0.0912 = 0.9088.$$

**Відповідь:** надійність зв'язку з резервною лінією становить  $R = 0.9088$ .

Ймовірність того, що обидві лінії зв'язку відмовлять,  $Q=0.0912$ .

Код написаний на мові програмування C++, який реалізує виконання всіх 5-ти завдань:

```
#include <iostream>
```

```
#include <iomanip>
```

```
// Завдання 1: Ймовірність виявити принаймні один бракований виріб,  
два браковані вироби та один якісний і один бракований.
```

```
void task1() {
```

```
double p1 = 0.47; // ймовірність вибрати якісний виріб з першої  
партії
```

```
double p2 = 0.71; // ймовірність вибрати якісний виріб з другої  
партії
```

```
double q1 = 1 - p1; // ймовірність вибрати бракований виріб з першої  
партії
```

```
double q2 = 1 - p2; // ймовірність вибрати бракований виріб з другої  
партії
```

```
// а) Ймовірність, що серед них принаймні один бракований
```

```
double P_a = 1 - (p1 * p2);
```

```
std::cout << "Завдання 1 (а): Ймовірність виявити принаймні один  
бракований виріб: " << P_a << std::endl;
```

```

// б) Ймовірність, що обидва вироби браковані
double P_b = q1 * q2;
std::cout << "Завдання 1 (б): Ймовірність виявити два браковані
вироби: " << P_b << std::endl;

// в) Ймовірність, що один якісний, один бракований
double P_c = (p1 * q2) + (p2 * q1);
std::cout << "Завдання 1 (в): Ймовірність виявити один якісний та
один бракований виріб: " << P_c << std::endl;
}

// Завдання 2: Ймовірність того, що ціль не була уражена (жоден із
снайперів не влучив).
void task2() {
double p1 = 0.78; // ймовірність влучення першого снайпера
double p2 = 0.37; // ймовірність влучення другого снайпера
// Ймовірність, що кожен снайпер не влучить
double q1 = 1 - p1;
double q2 = 1 - p2;
// Ймовірність, що перший снайпер не влучить за 2 постріли
double noHit1 = q1 * q1;
// Ймовірність, що другий снайпер не влучить за 3 постріли
double noHit2 = q2 * q2 * q2;
// Загальна ймовірність, що ціль не була уражена
double P_noHit = noHit1 * noHit2;
std::cout << "Завдання 2: Ймовірність того, що ціль не була уражена:
" << P_noHit << std::endl;
}

// Завдання 3: Ймовірність вибрати браковану лампу з трьох партій.
void task3() {
int n1 = 590, n2 = 210, n3 = 200;
double p_broken1 = 0.06;
double p_broken2 = 0.05;

```

```

double p_broken3 = 0.04;
// Загальна ймовірність вибору бракованої лампи
double P_broken = (p_broken1 * n1 / 1000.0) + (p_broken2 * n2 /
1000.0) + (p_broken3 * n3 / 1000.0);
std::cout << "Завдання 3: Ймовірність того, що вибрана лампа -
бракована: " << P_broken << std::endl;
}
// Завдання 4: Ймовірність того, що куплений першосортний виріб
випущено 2-м заводом.
void task4() {
double P_A1 = 0.6;
double P_A2 = 0.1;
double P_A3 = 0.3;
double P_B_given_A1 = 0.8;
double P_B_given_A2 = 0.9;
double P_B_given_A3 = 0.8;
// Загальна ймовірність події B (вибраний виріб першосортний)
double P_B = (P_B_given_A1 * P_A1) + (P_B_given_A2 * P_A2) +
(P_B_given_A3 * P_A3);
// Ймовірність того, що куплений виріб випущено 2-м заводом, якщо він
першосортний
double P_A2_given_B = (P_B_given_A2 * P_A2) / P_B;
std::cout << "Завдання 4: Ймовірність того, що куплений першосортний
виріб випущено 2-м заводом: " << P_A2_given_B << std::endl;
}
// Завдання 5: Надійність зв'язку з резервною лінією та ймовірність
відмови системи.
void task5() {
double p1 = 0.76; // надійність основної лінії
double p2 = 0.62; // надійність резервної лінії
// Надійність зв'язку з резервною лінією
double reliability = 1 - (1 - p1) * (1 - p2);

```

```

std::cout << "Завдання 5: Надійність зв'язку з резервною лінією: " <<
reliability << std::endl;

// Ймовірність того, що система зв'язку відмовить
double failure_probability = (1 - p1) * (1 - p2);

std::cout << "Завдання 5: Ймовірність відмови системи: " <<
failure_probability << std::endl;
}

int main() {
std::cout << std::fixed << std::setprecision(4); // Встановлення
точності для виводу результатів
task1();
task2();
task3();
task4();
task5();
return 0;
}

```

Результат виконання програми:

```

PROBLEMS  DEBUG CONSOLE  OUTPUT  TERMINAL  PORTS

Завдання 1 (а): Ймовірність виявити принаймні один бракований виріб: 0.6663
Завдання 1 (б): Ймовірність виявити два браковані вироби: 0.1537
Завдання 1 (в): Ймовірність виявити один якісний та один бракований виріб: 0.5126
Завдання 2: Ймовірність того, що ціль не була уражена: 0.0121
Завдання 3: Ймовірність того, що вибрана лампа - бракована: 0.0539
Завдання 4: Ймовірність того, що куплений першосортний виріб випущено 2-м заводом: 0.1111
Завдання 5: Надійність зв'язку з резервною лінією: 0.9088
Завдання 5: Ймовірність відмови системи: 0.0912
bash-5.2$ 

```