Звіт

про виконання завдання з самостійної роботи

з курсу «**Теорія ймовірностей та математична статистика**»

тема «**Основні закони розподілу ймовірностей неперервних випадкових величин»**

студентом Попов А. А. (група КС-231)

в 2024-2025 навчальному році

за індивідуальним варіантом даних №17

Завдання 1. Неперервна випадкова величина задана густиною розподілу f(x). Зобразити диференціальну f(x) та інтегральну F(x) функції розподілу випадкової величини. Обчислити M(X), D(X), σ(X).

$$17.\ f(x)=\begin{cases} 0,\ x\le 0; \\ 2x+\dfrac{8}{3},\ 0<x\le\dfrac{1}{3}; \\ 0,\ x>\dfrac{1}{3}. \end{cases}$$

Розв’язання:

Обчислимо інтеграли для визначення F(x).
Використовуємо формулу:

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x).$$

Якщо $x\le 0$, то $f(x)=0$, отже

$$F(x)=\int_{-\infty}^{0} 0\,dx=0;$$

якщо $0<x\le\frac{1}{3}$, то

$$F(x)=\int_{-\infty}^{0} 0\,dx+\int_{0}^{x}\frac{8}{3}+2t\,dx=\frac{8}{3}x+x*x$$

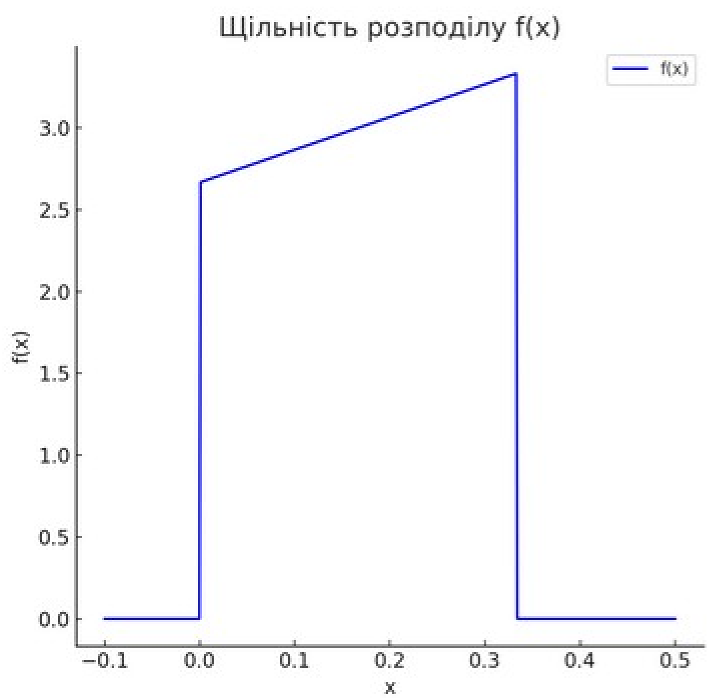
якщо $x>\frac{1}{3}$, то

$F(x)=F(\frac{1}{3})=\frac{1}{9}.+\frac{8}{9}¿=1$

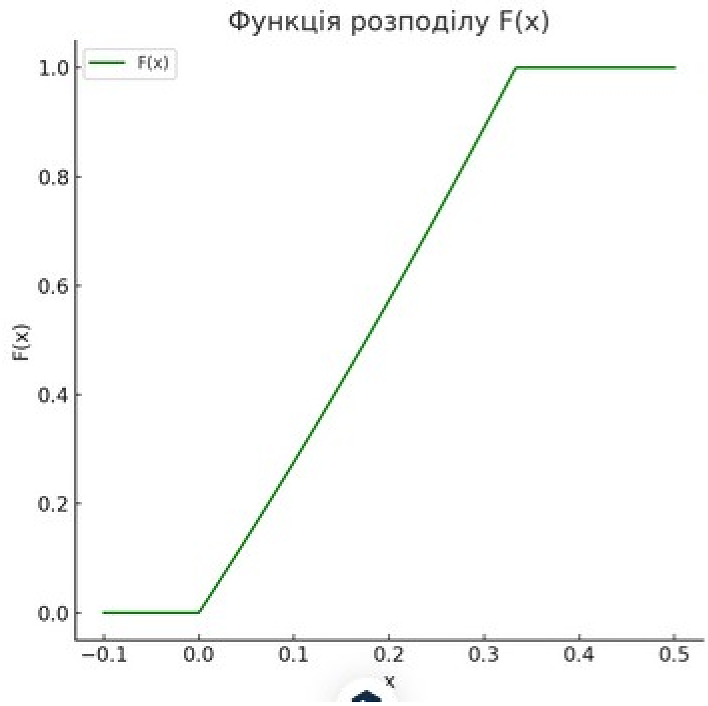
Отже, шукана функція розподілу:

$$F(x)=\begin{cases} 0, x\le 0 \\ \frac{8}{3}x+2x, 0<x\le\frac{1}{3}; \end{cases} 0, x>\frac{1}{3}¿$$

Функція $f(x)$ має вигляд:



Функція $F(x)$ має вигляд:



Тепер обчислюємо M(X), D(X), σ(X).

Математичне сподівання неперервної випадкової величини X, можливі значення якої належать всій осі *Ox*, визначається рівністю:

$$M(X)=\int_a^b x\cdot f(x)\,dx\,.$$

$$M(X)=\int_0^{\frac{1}{3}} x\cdot\left(2x+\frac{8}{3}\right)dx=\int_0^{\frac{1}{3}}\left(2x^2+\frac{8}{3}x\text{¿}\,dx=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^3+\frac{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{2}{81}+\frac{4}{27}=0{,}173.\text{¿¿¿}\right.$$

Дисперсія неперервної випадкової величини X, можливі значення якої належать всій осі *Ox*, визначається рівністю:

$$D(X)=\int_a^b x^2\cdot f(x)\,dx-\left[M(X)\right]^2.$$

$$D(X)=\int_0^{\frac{1}{3}} x^2-2x\,dx-\left[M(X)\right]^2dx=0.0092.\text{¿¿}$$

Середнє квадратичне відхилення неперервної випадкової величини визначається так же, як і для дискретної величини:

$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}\approx 0{,}096.$$

Висновок: щоб знайти густину розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини потрібно взяти першу похідну від інтегральної функції розподілу ймовірностей.

Завдання 2. Розв’яжіть задачу.

17. Математичне сподівання і дисперсія нормально розподіленої випадкової величини X , відповідно, дорівнюють 1 і 4. Знайдіть імовірність такої нерівності: X > 2.

Розв’язання:

Спочатку переведемо X до стандартної нормальної величини Z, використовуючи наступну формулу:

$$Z=\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{X-1}{2}$$

Задача зводиться до знаходження ймовірності для стандартного нормального розподілу Z, тобто:

$$P(X>2)=P\left(\frac{X-1}{2}\right)¿>\frac{2-1}{2}=P\left(Z>\frac{1}{2}\right)¿$$

Тепер знайдемо ймовірність P(Z>0.5). Для цього використовуємо таблицю стандартного нормального розподілу або калькулятор ймовірностей. З таблиці або за допомогою калькулятора ми маємо:

$$P(Z\leq 0,5)=0{,}6915.$$

Оскільки ймовірність для стандартного нормального розподілу є симетричною, то:

$$P(Z>0,5)=1-0{,}6915=0{,}3085.$$

Відповідь:Отже, ймовірність того, що X>2, дорівнює 0.3085.