Звіт

про виконання завдання з самостійної роботи

з курсу «**Теорія ймовірностей та математична статистика**»

тема «**СТАТИСТИЧНА ПЕРЕВІРКА СТАТИСТИЧНИХ ГІПОТЕЗ»**

студентом Попов А. А. (група КС-231)

в 2024-2025 навчальному році

за індивідуальним варіантом даних №17

Завдання 7. Підприємство виготовляє однакові деталі двома способами. Першим способом виготовлено 10 деталей, витрати сировини були такими:

1,4; 1,6; 1,2; 1,5; 1,4; 1,6; 1,5; 1,8; 1,1; 1,4

Другим способом виготовлено 6 деталей, витрати сировини були такими:

1,8; 1,7; 1,9; 1,3; 1,6; 1,5.

Припускаючи, що дисперсія витрат сировини однакова, при рівні значущості α = 0,02 перевірити гіпотезу H_0: $a_1 = a_2$ при альтернативній гіпотезі H_1: $a_1 \neq a_2$.

Розв'язання:

Підприємство виготовляє однакові деталі двома способами.Необхідно перевірити **гіпотезу** про рівність середніх витрат сировини двох способів виготовлення деталей.

Обчислимо середнє значення витрат сировини для обох способів за формулою:

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n}$$

обчислимо середнє значення для першого і для другого способу:

$$\overline{X_1} = \frac{1.4+1.6+1.2+1.5+1.4+1.6+1.5+1.8+1.1+1.4}{10} = \frac{15}{10} = 1.5.$$

$$\overline{X}_2 = \frac{1.8+1.7+1.9+1.3+1.6+1.5}{6} = \frac{9.8}{6} = 1.63.$$

Далі обчислимо дисперсію. Дисперсія покаже, наскільки витрати сировини розсіюються навколо середнього значення. Чим більша дисперсія, тим більше розкидані дані. Формула для дисперсії:

$$S^2 = \frac{\sum (X - \overline{X})^2}{n-1}$$

обчислимо відхилення для першого способу:

$(1.4 - 1.5)^2 + (1.6 – 1.5)^2 + (1.2 – 1.5)^2 + (1.5 – 1.5)^2 + (1.4 – 1.5)^2 + (1.6 – 1.5)^2 + (1.5 – 1.5)^2 + (1.8 – 1.5)^2 + (1.1 – 1.5)^2 + (1.4 – 1.5)^2$ = 0.01 + 0.01 + 0.09 + 0 + 0.01 + 0.01 + 0 + 0.09 + 0.16 + 0.01 = 0.4.

підставимо значення у формулу та обчислимо дисперсію для першого способу:

$$S_1^2 = \frac{0.4}{10-1} = 0.0444.$$

обчислимо відхилення для другого способу:

$(1.8 – 1.63)^2 + (1.7 – 1.63)^2 + (1.9 – 1.63)^2 + (1.3 – 1.63)^2 + (1.6 – 1.63)^2 + (1.5 – 1.63)^2$ = 0.0289 + 0.0049 + 0.0729 + 0.1089 + 0.0009 + 0.0169= 0.2334.

підставимо значення у формулу та обчислимо дисперсію для другого способу:

$$S_2^2 = \frac{0.2334}{6-1} = 0.0467.$$

Обчислимо спільне стандартне відхилення S за формулою:

$$S = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) S_1^2 + (n_2 - 1) * S_2^2}{n_1 + n_2 - 2 \text{¿}} \text{¿}}$$

підставимо наші обрахунки у формулу:

$$S = \sqrt{\frac{(10-1) 0.0444 + (6-1) * 0.0467}{10 + 6 - 2 \text{¿}} \text{¿}}$$

$$S = 0.2145.$$

Далі порахуємо t-статистику, яка покаже, наскільки відрізняються середні значення двох вибірок, враховуючи їхню спільну дисперсію та розмір вибірок. Обчислимо за формулою:

$$t = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{S * \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Підставимо наші значення до формули, та отримаємо результат:

$$t = \frac{\overline{1.5} - \overline{1.63}}{0.2145 * \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{6}}} = \frac{-0.13}{0.2145 * \sqrt{0.2667}} = \frac{-0.13}{0.2145 * 0.5164} = \frac{-0.13}{0.1107} = -1.174.$$

Значення t-статистики дорівнює: t = -1.174.

Знайдемо критичне значення t.

Критичне значення t визначає межі, за якими ми можемо прийняти або відхилити нульову гіпотезу. Воно залежить від рівня сущності та кількості ступенів свободи df, яка визначається як:

$$df = n_1 + n_2 - 2 = 10 + 6 - 2 = 14.$$

Критичне значення:

Для рівня значущості α=0.02 і df=14, критичне значення t для двостороннього тесту можна знайти за таблицею критичних значень t:

$$t_{кр} = \pm 2.624.$$

Прийняття рішення:

Якщо значення t потрапляє в інтервал $[-t_{кр}, t_{кр}]$, то ми не відхиляємо нульову гіпотезу (H_0).

Якщо значення t виходить за межі цього інтервалу, то ми відхиляємо H_0.
Оскільки $t=-1.174$ лежить в межах $[-2.624, 2.624]$, ми не відхиляємо нульову гіпотезу.
Висновок: Згідно з результатами тесту, на рівні значущості $\alpha=0.02$ немає достатніх підстав стверджувати, що середні витрати сировини для двох способів виготовлення деталей є різними. Тобто, ми приймаємо нульову гіпотезу (H_0).

Практичний висновок: підприємство може вважати, що обидва способи виготовлення деталей використовують сировину приблизно однаково ефективно.