

Звіт

про виконання завдання з самостійної роботи
з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика»
тема «КОРЕЛЯЦІЙНИЙ ТА РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ»
студентом Попов А. А. (група КС-231)
в 2024-2025 навчальному році
за індивідуальним варіантом даних №17

Задача 7. Знайти вибіркове рівняння прямої лінії регресії Y на X за даними спостережень:

x	2,00	8,50	12,00	9,50	11,00
y	4,30	4,20	4,50	4,60	4,90

Розв'язання:

1. Загальна форма рівняння регресії:

Пряма регресії Y на X має вигляд:

$$Y = a + bX.$$

щоб визначити коефіцієнти a і b використаємо наступні формули:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}, \quad \text{і} \quad b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

b коефіцієнт показує, на скільки одиниць зміниться Y , якщо X зміниться на одну одиницю.

Вільний член a показує значення Y , коли $X=0$.

Розрахунок середніх значень \bar{x} і \bar{y} :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

дано:

$x = \{2, 8.5, 12, 9.5, 11\}$.

$y = \{4.3, 4.2, 4.5, 4.6, 4.9\}$.

кількість спостережень: $n = 5$.

Знаходимо середні значення \bar{x} і \bar{y} :

$\sum x_i = 2 + 8.5 + 12 + 9.5 + 11 = 43$.

$\sum y_i = 4.3 + 4.2 + 4.5 + 4.6 + 4.9 = 22.5$.

$$\bar{x} = \frac{43}{5} = 8.6., \bar{y} = \frac{22.5}{5} = 4.5.$$

Обчислюємо відхилення і їхні добутки:

X_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$
2	4.3	$2 - 8.6 = -6.6$	$4.3 - 4.5 = -0.2$	$(-6.60)(-0.20) = 1.32$	$(-6.60)^2 = 43.56$
8.5	4.2	$8.5 - 8.6 = -0.1$	$4.2 - 4.5 = -0.3$	$(-0.10)(-0.30) = 0.03$	$(-0.10)^2 = 0.01$
12	4.5	$12 - 8.6 = 3.4$	$4.5 - 4.5 = 0$	$(3.40)(0.00) = 0.00$	$(3.40)^2 = 11.56$
9.5	4.6	$9.5 - 8.6 = 0.9$	$4.6 - 4.5 = 0.1$	$(0.90)(0.10) = 0.09$	$(0.90)^2 = 0.81$
11	4.9	$11 - 8.6 = 2.4$	$4.9 - 4.5 = 0.4$	$(2.40)(0.40) = 0.96$	$(2.40)^2 = 5.76$

Підставляємо у формули:

Сума добутків $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$:

$$\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 1.32 + 0.03 + 0 + 0.09 + 0.96 = 2.4.$$

Сума квадратів відхилень $(x_i - \bar{x})^2$:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 43.56 + 0.01 + 11.56 + 0.81 + 5.76 = 61.7.$$

Знаходимо b і a :

$$b = \frac{2.4}{61.7} = 0.0389. \quad a = 4.5 - (0.0389 * 8.6) = 4.1655.$$

Рівняння прямої регресії: $Y = 4.1655 + 0.0389X$.

Висновок: За допомогою методу найменших квадратів було знайдено вибіркове рівняння прямої лінії регресії Y на X . Це означає, що при збільшенні значення X на 1 одиницю, значення Y в середньому зростає на 0.039 одиниць. Вільний член 4.17 показує орієнтовне значення Y , коли $X=0$. Таким чином, отримана пряма відображає залежність між змінними X та Y для даних спостережень.