

Progetto Electromagnetic Materials

1st Matteo Fiaschi

Abstract—In questo report sono riportati i risultati risultanti dal lavoro svolto sul progetto #5

I. INTRODUZIONE

Il sensore analizzato consiste in una metasuperficie stampata su substrato dielettrico ($\epsilon_r = 4.4$, spessore $d = 2$ mm), modellata come un circuito RLC serie. La capacità del sistema varia con l'umidità secondo una relazione lineare o cubica. Gli obiettivi principali sono:

- Calcolare la risposta in frequenza del coefficiente di riflessione (Γ) attorno a 2.5 GHz,
- Determinare la curva di calibrazione per i casi lineare/cubico,
- Valutare l'impatto del rumore sulle prestazioni del sensore.

II. TEORIA

A. Modello Circuitale RLC Serie

La metasuperficie è rappresentata da un circuito RLC serie con impedenza:

$$Z_{\text{RLC}} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right), \quad (1)$$

dove:

- R : Resistenza parassita,
- L : Induttanza equivalente,
- $C(H)$: Capacità dipendente dall'umidità H .

B. Accoppiamento con il Substrato

L'impedenza del substrato dielettrico, modellata come linea di trasmissione, è:

$$Z_{\text{sub}} = Z_d \frac{Z_d + jZ_0 \tan(\beta d)}{Z_0 + jZ_d \tan(\beta d)}, \quad (2)$$

dove:

- $Z_d = \sqrt{\mu_0 / (\epsilon_0 \epsilon_r)} \approx 177.5 \Omega$,
- $\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}$: Costante di fase,
- $Z_0 = 377 \Omega$: Impedenza del vuoto.

C. Relazione Capacità-Umidità

- **Caso Lineare** :

$$C(H) = C_0(1 + \alpha H), \quad \alpha = \text{costante di sensibilità}$$

- **Caso Cubico** :

$$C(H) = C_0(1 + \beta H^3), \quad \beta = \text{costante non lineare}$$

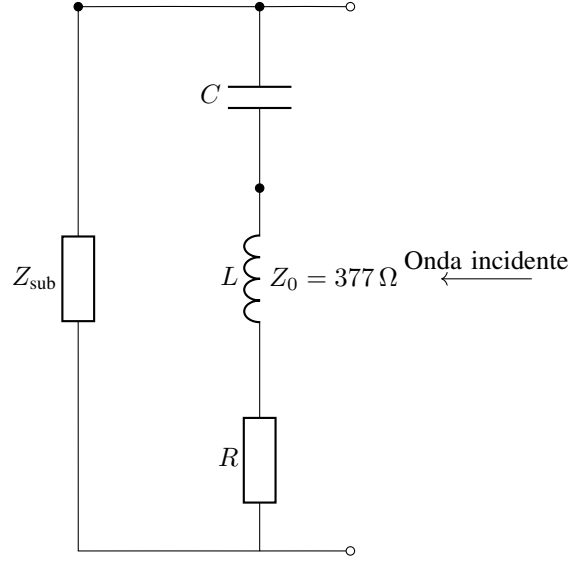


Fig. 1. Modello circuitale corretto: RLC serie in parallelo con l'impedenza del substrato.

D. Coefficiente di Riflessione

L'impedenza totale è il parallelo tra Z_{RLC} e Z_{sub} :

$$Z_{\text{tot}} = \frac{Z_{\text{RLC}} \cdot Z_{\text{sub}}}{Z_{\text{RLC}} + Z_{\text{sub}}}$$

Il coefficiente di riflessione è:

$$\Gamma = \frac{Z_{\text{tot}} - Z_0}{Z_{\text{tot}} + Z_0}$$

III. RISULTATI E DISCUSSIONE

A. Parametri di Simulazione

- Frequenza: 1 GHz to 5 GHz,
- Parametri RLC: $R = 1 \Omega$, $L = 94$ nH, $C_0 = 43.1$ fF,
- Variazione di C : $0 \rightarrow +50\%$.

B. Risposta in Frequenza

Siccome $d \ll \lambda/n_r$ allora per le relazioni di dispersione $\beta d \ll 1$, ciò significa che in prima approssimazione $Z_{\text{sub}} \simeq \frac{Z_d^2}{Z_0}$. Questo significa che la frequenza di risonanza, Z_{sub} sarà solo un termine aggiuntivo da aggiungere alla parte resistiva, che sarà importante in quanto modifica il fattore di qualità Q . La scelta dei parametri sovrariportati ha tenuto conto anche del fatto appena discusso.

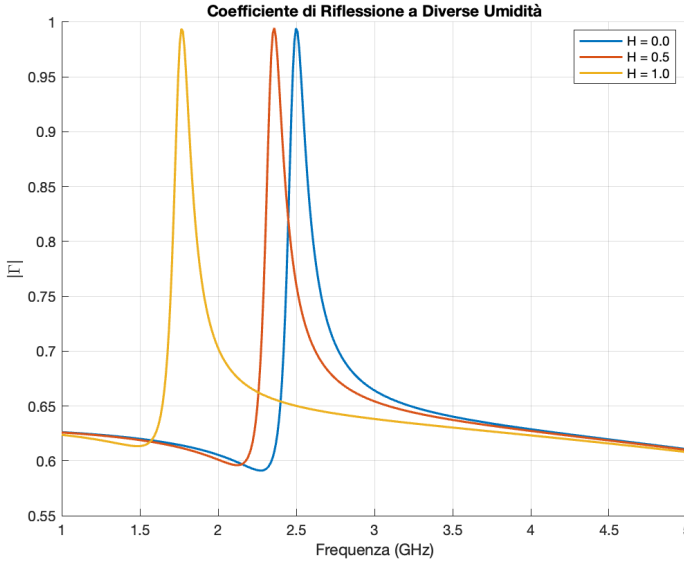


Fig. 2. Andamento di $|\Gamma|$ per variazione cubica di C .

C. Curve di Calibrazione

Imponendo la condizione di risonanza a Z_{RLC} otteniamo che la frequenza di risonanza nei due casi può essere espressa come:

- **Caso Lineare:**

$$f_{\text{res}}(H) = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0(1+\alpha H)}} \approx f_0 \left(1 - \frac{\alpha H}{2}\right)$$

- **Caso Cubico:**

$$f_{\text{res}}(H) = \frac{f_0}{\sqrt{1+\beta H^3}} \approx f_0 \left(1 - \frac{\beta H^3}{2}\right)$$

Per α, β piccoli le espressioni possono essere approssimate. Ci aspettiamo che la di risonanza vari rispettivamente in modo lineare e in modo cubico rispetto all'umidità. Già da questa analisi qualitativa possiamo intuire che il sensore che varia linearmente sarà migliore in climi secchi mentre altri in quelli umidi¹

D. Analisi del Rumore

Con rumore gaussiano 30 dB, non sono state ottenute effettive differenze tra i valori di H senza e con il rumore. Nel codice è stato implementato un sistema per il calcolo di quest ultimo ma come si può notare in Figure 3 non sono nemmeno rilevabili nel grafico.

IV. CONCLUSIONI

Il sensore presenta:

- Alta sensibilità lineare ($\Delta f / \Delta H \approx 12.5 \text{ MHz}/\%RH$),
- Robustezza alle interferenze grazie alla risonanza acuta ($Q_{RLC} \approx 1500$).

Raccomandazioni:

- Utilizzare materiali a bassa perdita per migliorare

$$Q_{RLC} = \sqrt{\frac{L}{CR^2}},$$

¹Questo è certamente vero per $\beta = \alpha^3$

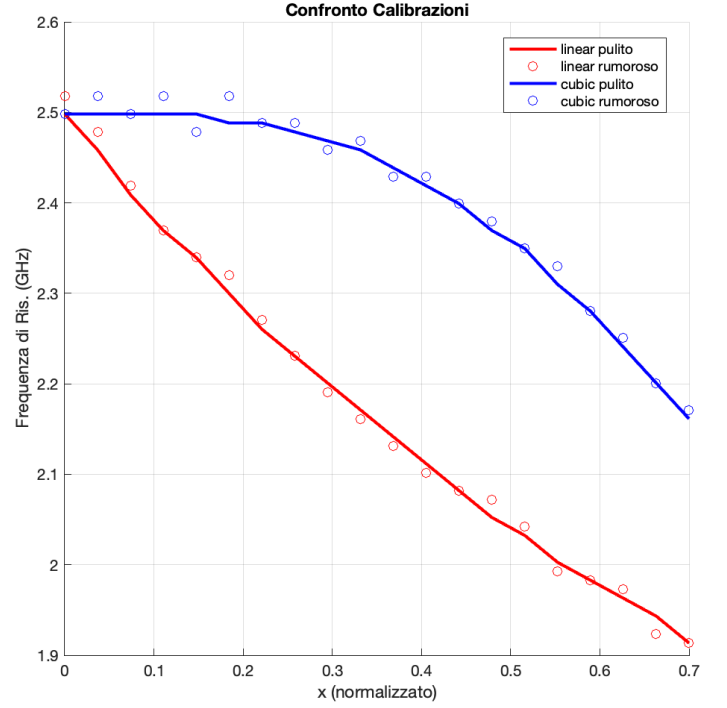


Fig. 3. Andamento di $|\Gamma|$ per variazione cubica di C .

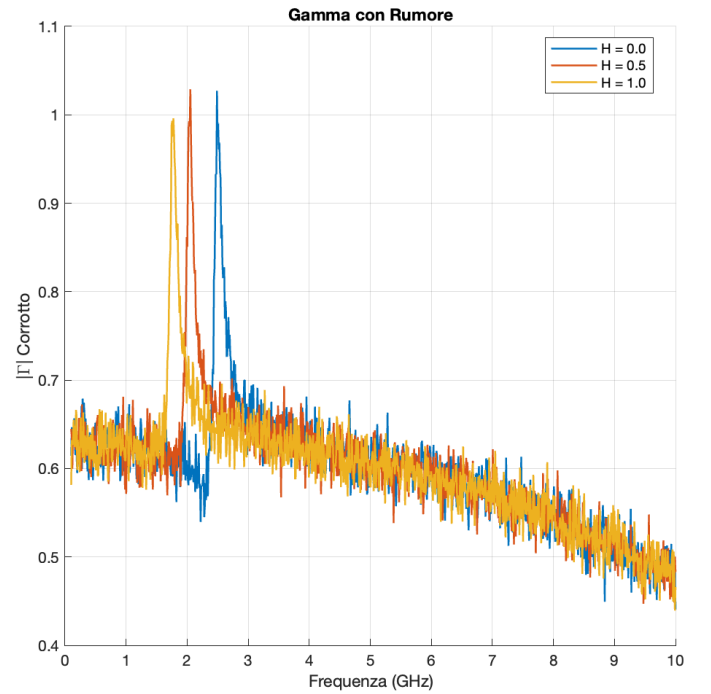


Fig. 4. Γ corrotto con rumore bianco, SNR 30 dB