ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2022-23
Β΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 16 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2023
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Β038

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ: 90 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΩΔΕΚΑ (12) ΣΕΛΙΔΕΣ ΚΑΙ ΣΥΝΟΔΕΥΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΔΥΟ (2) ΣΕΛΙΔΩΝ

ΟΔΗΓΙΕΣ

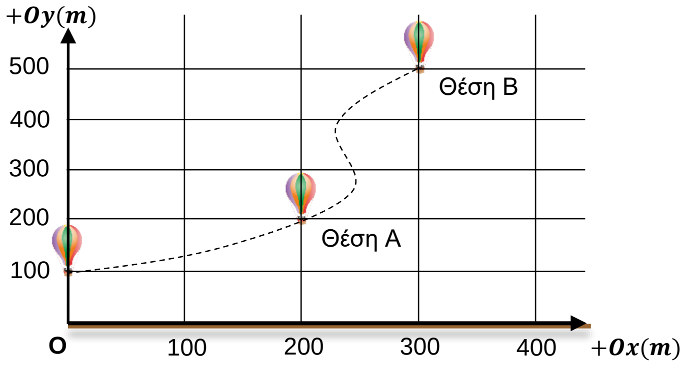
1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε ΟΛΑ τα ερωτήματα.**
3. **Να μην αντιγράψετε τα ερωτήματα** στο τετράδιο απαντήσεων.
4. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
5. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**.
6. Οι γραφικές παραστάσεις να σχεδιάζονται στο χιλιοστομετρικό χαρτί, που βρίσκεται στην τελευταία σελίδα του τετραδίου απαντήσεων. Οι γραφικές παραστάσεις και τα σχήματα μπορούν να γίνονται με μολύβι.
7. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
8. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
9. Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από έξι (6) ερωτήσεις. Η κάθε ερώτηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες. Να απαντήσετε <u>και</u> στις έξι (6) ερωτήσεις.

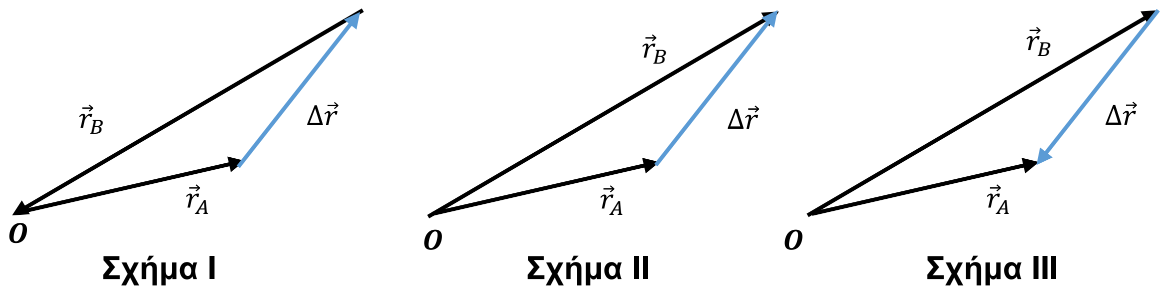
Ερώτηση 1

Στο σύστημα αναφοράς του πιο κάτω σχήματος φαίνεται η τροχιά που ακολούθησε ένα αερόστατο.



α. Να επιλέξετε από τα ακόλουθα σχήματα, αυτό που απεικονίζει ορθά τα διανύσματα της θέσης $\vec{r}_A$, $\vec{r}_B$ στις θέσεις Α και Β αντίστοιχα και του διανύσματος της μετατόπισης του αερόστατου από τη θέση Α στη θέση Β.

(1 μονάδα)



β. Το αερόστατο μετατοπίζεται από τη θέση Α στη θέση Β. Να προσδιορίσετε από το σύστημα αναφοράς:

i. την οριζόντια μετατόπιση Δx του αερόστατου.

(1 μονάδα)

ii. την κατακόρυφη μετατόπιση Δy του αερόστατου.

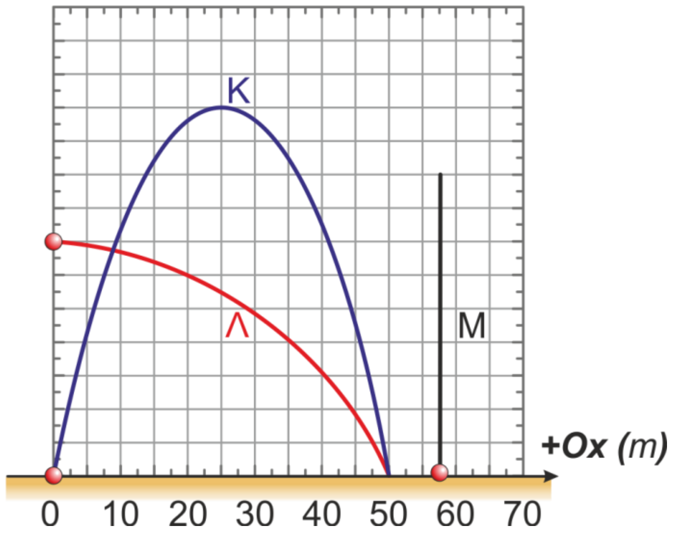
(1 μονάδα)

γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της μετατόπισης του αερόστατου $|\Delta\vec{r}|$.

(2 μονάδες)

Ερώτηση 2

Τρία σώματα Κ, Λ και Μ ξεκινούν ταυτόχρονα και κινούνται κοντά στην επιφάνεια της Γης με την επίδραση του βάρους τους. Το σώμα Κ εκτελεί πλάγια βολή από μηδενικό ύψος, το σώμα Λ εκτελεί οριζόντια βολή και το σώμα Μ εκτελεί κατακόρυφη βολή προς τα πάνω από μηδενικό ύψος. Στο παρακάτω σχήμα, παρουσιάζονται οι τροχιές των τριών σωμάτων. Τα τρία σώματα να θεωρηθούν ως υλικά σημεία.



Τροχιές των σωμάτων Κ, Λ και Μ.

α. Να επιλέξετε από τις ακόλουθες σχέσεις, την ορθή σχέση σύγκρισης για τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση των τριών σωμάτων.

(1 μονάδα)

Σχέση Ι : $x_{μεγ,Κ} > x_{μεγ,Λ} > x_{μεγ,Μ}$

Σχέση ΙΙ: $x_{μεγ,Κ} = x_{μεγ,Λ} > x_{μεγ,Μ}$

Σχέση ΙΙΙ: $x_{μεγ,Κ} = x_{μεγ,Λ} < x_{μεγ,Μ}$

Σχέση ΙV: $x_{μεγ,Κ} < x_{μεγ,Λ} < x_{μεγ,Μ}$

β. Με βάση τις τροχιές των σωμάτων Κ,Λ και Μ να καθορίσετε το σώμα που έφτασε:

i. πρώτο στο έδαφος.

(1 μονάδα)

ii. στο έδαφος με το μεγαλύτερο μέτρο κατακόρυφης ταχύτητας $|\vec{υ}_y|$.

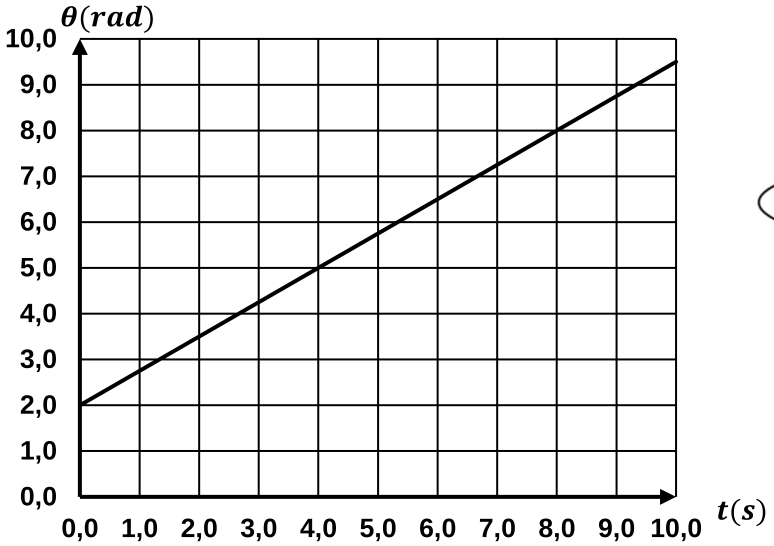
(1 μονάδα)

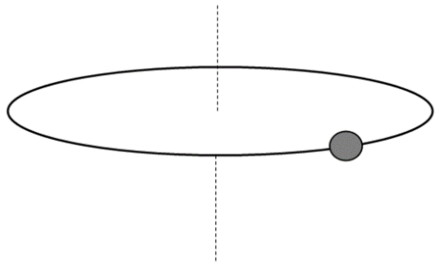
γ. Να εξηγήσετε γιατί το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας της ταχύτητας $|\vec{υ}_x|$ του σώματος Κ, είναι μικρότερο από αυτό του σώματος Λ.

(2 μονάδες)

Ερώτηση 3

Μια χάντρα είναι περασμένη σε λείο οριζόντιο στεφάνι και εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Στο πιο κάτω διάγραμμα απεικονίζεται η γραφική παράσταση της γωνίας θέσης της χάντρας σαν συνάρτηση του χρόνου $\theta = f(t)$.





α. i. Να γράψετε τον ορισμό της ομαλής κυκλικής κίνησης.

(1 μονάδα)

ii. Να επιλέξετε από τις ακόλουθες τιμές, την αλγεβρική τιμή της γωνιακής ταχύτητας της χάντρας που αντιστοιχεί στην πιο πάνω γραφική παράσταση.

(1 μονάδα)

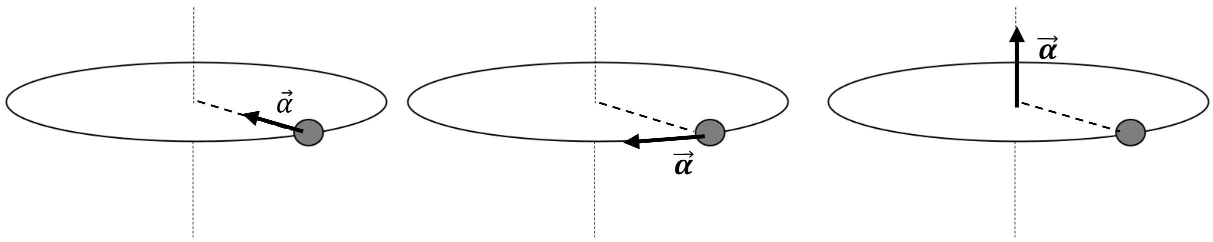
Τιμή I : $\omega = -0{,}75\frac{rad}{s}$ **Τιμή II:** $\omega = +0{,}75\frac{rad}{s}$ **Τιμή III:** $\omega = +1{,}0\frac{rad}{s}$

iii. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(1 μονάδα)

β. Να επιλέξετε από τα ακόλουθα, το σχήμα στο οποίο απεικονίζεται ορθά το διάνυσμα της επιτάχυνσης της χάντρας τη δεδομένη χρονική στιγμή.

(1 μονάδα)



Σχήμα I **Σχήμα II** **Σχήμα III**

γ. Να αναφέρετε κατά πόσο θα αντιστραφεί το διάνυσμα της επιτάχυνσης του ερωτήματος (β) εάν η φορά κίνησης της χάντρας αντιστραφεί χωρίς να αλλάξει το μέτρο της γωνιακής της ταχύτητας.

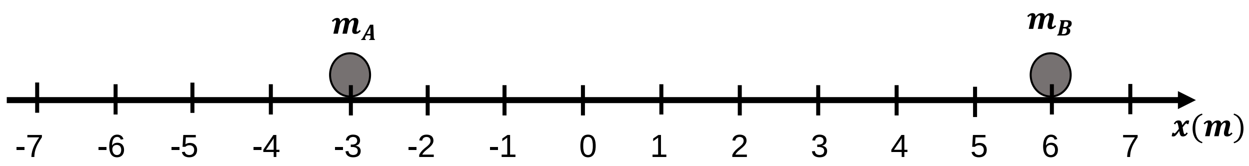
(1 μονάδα)

Ερώτηση 4

α. Ένας μαθητής υποστηρίζει ότι αν ένα σώμα μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, η ορμή του είναι σταθερή κατά τη διάρκεια της κίνησης του. Να εξηγήσετε κατά πόσο συμφωνείτε ή διαφωνείτε με την άποψη του μαθητή.

(2 μονάδες)

β. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνονται οι θέσεις δύο σωμάτων Α και Β που αποτελούν σύστημα. Τα σώματα έχουν μάζες $m_A = 0{,}50\ kg$ και m_B αντίστοιχα και θεωρούνται υλικά σημεία.

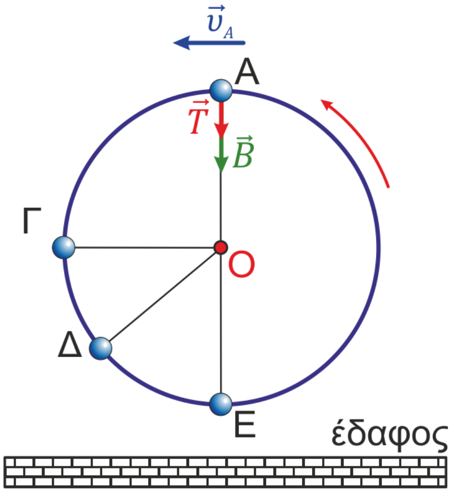


Να υπολογίσετε τη μάζα m_B, έτσι ώστε η θέση του κέντρου μάζας του συστήματος να έχει μηδενική τιμή.

(3 μονάδες)

Ερώτηση 5

Σώμα αμελητέων διαστάσεων είναι δεμένο σε αβαρές μη εκτατό σχοινί, διαγράφει κατακόρυφη κυκλική τροχιά με κέντρο το σημείο Ο και περιστρέφεται αριστερόστροφα σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα. Το μέτρο της τάσης του νήματος έχει μη μηδενική τιμή σε κάθε σημείο της τροχιάς του.



α. Να εξηγήσετε γιατί η κίνηση του παραπάνω σώματος δεν είναι ομαλή κυκλική.

(1 μονάδα)

β. Να επιλέξετε από τις ακόλουθες, τη σωστή σχέση σύγκρισης ανάμεσα στα μέτρα των γωνιακών ταχυτήτων στις θέσεις Γ και Ε.

(1 μονάδα)

Σχέση I: $|\vec{\omega}_\Gamma| > |\vec{\omega}_E|$ **Σχέση II:** $|\vec{\omega}_\Gamma| = |\vec{\omega}_E|$

Σχέση III: $|\vec{\omega}_\Gamma| < |\vec{\omega}_E|$ **Σχέση IV:** $|\vec{\omega}_\Gamma| = |\vec{\omega}_E| = 0\,\frac{rad}{s}$

γ. Να σχεδιάσετε, στο τετράδιο απαντήσεών σας, το διάνυσμα:

i. της γωνιακής ταχύτητας στη θέση Δ.

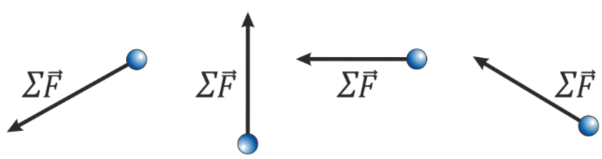
(1 μονάδα)

ii. της γωνιακής επιτάχυνσης στη θέση Δ.

(1 μονάδα)

δ. Να επιλέξετε από τα ακόλουθα, το σχήμα στο οποίο απεικονίζεται ορθά το διάνυσμα της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα στο σημείο Ε.

(1 μονάδα)



Σχήμα I **Σχήμα II** **Σχήμα III** **Σχήμα IV**

Ερώτηση 6

α. Να διατυπώσετε το νόμο της παγκόσμιας έλξης.

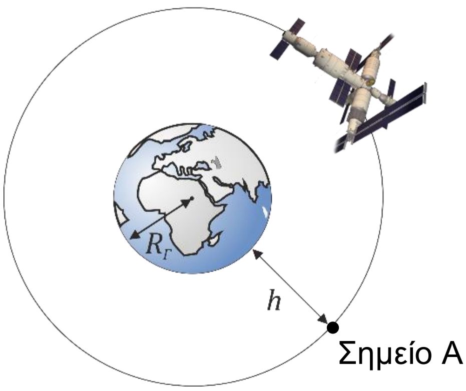
(1 μονάδα)

β. Δύο σώματα Α και Β με μάζες m_A και m_B, αντίστοιχα, βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους. Υποθέτοντας ότι τα σώματα μπορούν να προσεγγιστούν ως υλικά σημεία, το μέτρο της δύναμης παγκόσμιας έλξης μεταξύ τους υπολογίστηκε $1\ nN$. Να συμπληρώσετε τον πίνακα και να μεταφέρετε τις απαντήσεις σας στο τετράδιο απαντήσεων σας. Η τρίτη γραμμή του πίνακα έχει συμπληρωθεί ως παράδειγμα.

(2 μονάδες)

Α/Α	**Σώμα Α**	**Σώμα Β**	**Απόσταση**	**Μέτρο δύναμης παγκόσμιας έλξης** (nN)
Δεδομένα	m_A	m_B	r	1
Παράδειγμα	$10\ m_A$	$\frac{m_B}{2}$	r	5
1		$100\ m_B$	$10\ r$	1
2	$2023\ m_A$	$2023\ m_B$	$\sqrt{2023}\ r$	

γ. Η Λαϊκή Δημοκρατία της Κίνας στα τέλη του 2022 ολοκλήρωσε την κατασκευή του διαστημικού σταθμού της “Ουράνιο Παλάτι”. Ο σταθμός κινείται σε τροχιά με μέση απόσταση $h = 0{,}407 \times 10^6\ m$ από την επιφάνεια της Γης, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



ΠΡΟΣΟΧΗ: Το σχήμα ΔΕΝ είναι υπό κλίμακα.

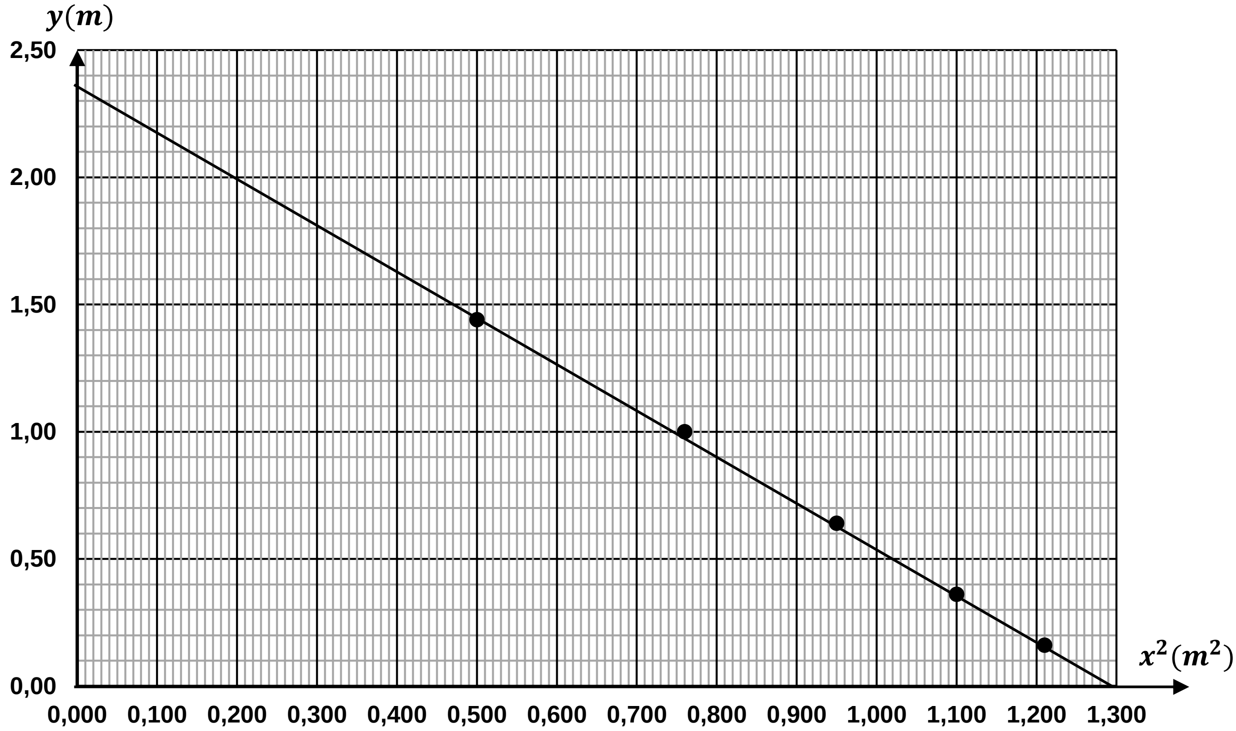
Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας στο σημείο Α της τροχιάς του διαστημικού σταθμού.

(2 μονάδες)

ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από τρεις (3) ερωτήσεις. Η κάθε ερώτηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες. Να απαντήσετε <u>και</u> στις τρεις (3) ερωτήσεις.

Ερώτηση 7

Μια ομάδα μαθητών μελετά στο εργαστήριο φυσικής την οριζόντια βολή. Κατά τη διάρκεια του πειράματος οι μαθητές μετρούν και καταγράφουν τις συντεταγμένες διαφόρων θέσεων μιας μεταλλικής σφαίρας, με στόχο να βρουν τη σχέση μεταξύ τους, $y = f(x)$. Χρησιμοποιώντας τις μετρήσεις τους, χάραξαν την πιο κάτω γραφική παράσταση $y = f(x^2)$.



α. Να αναφέρετε ποια μεγέθη διατηρούσαν σταθερά οι μαθητές κατά την εκτέλεση του πειράματος.

(2 μονάδες)

β. Να προσδιορίσετε την αρχική θέση στον κατακόρυφο άξονα από την οποία εκτοξεύθηκε η μεταλλική σφαίρα, χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση $y = f(x^2)$.

(1 μονάδα)

γ. Να υπολογίσετε την κλίση της γραφικής παράστασης $y = f(x^2)$.

(2 μονάδες)

δ. Χρησιμοποιώντας την κλίση της γραφικής παράστασης, να υπολογίσετε το μέτρο της αρχικής ταχύτητας $|\vec{v}_0|$.

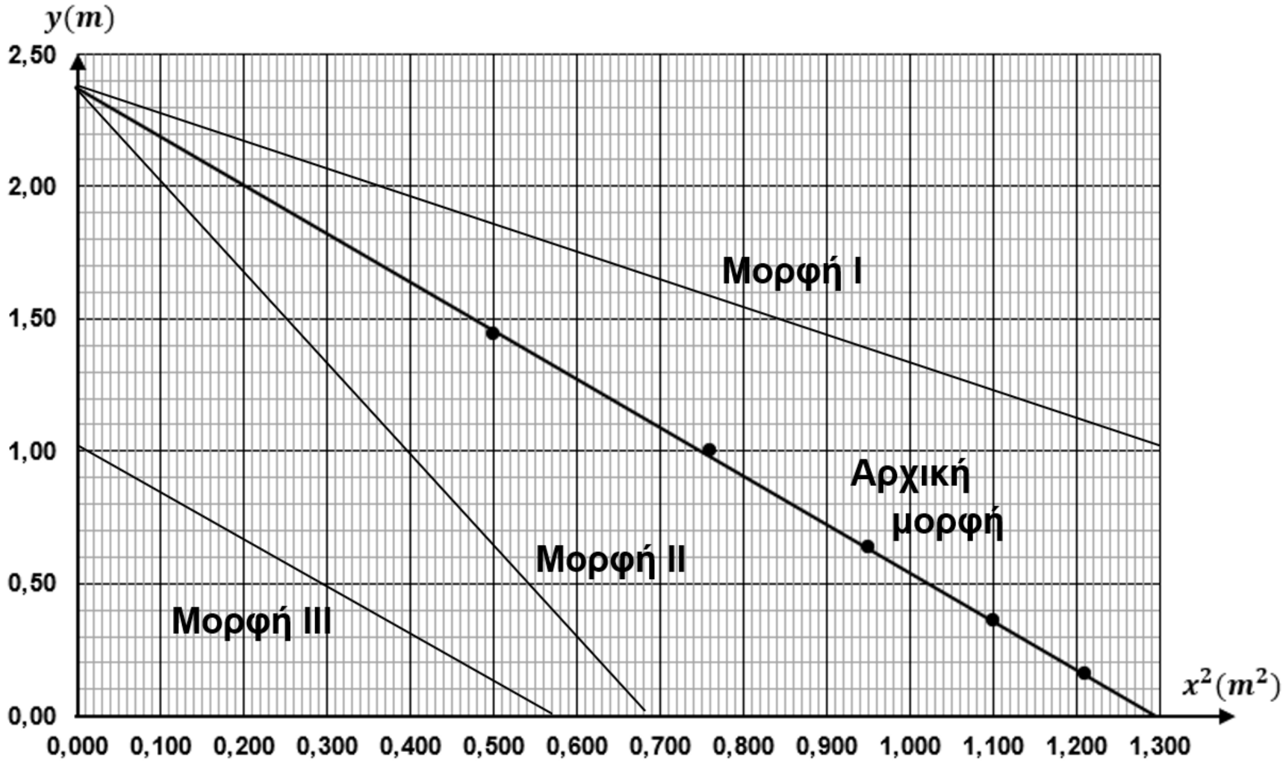
Δίνεται η εξίσωση τροχιάς της οριζόντιας βολής: $y(x) = h - \frac{g}{2v_o^2}x^2$.

(3 μονάδες)

ε. Το πείραμα επαναλήφθηκε στην ίδια τοποθεσία, από το ίδιο αρχικό ύψος, με αρχική ταχύτητα μικρότερου μέτρου.

i. Να επιλέξετε από τις ακόλουθες, τη μορφή που θα είχε η γραφική παράσταση $y = f(x^2)$.

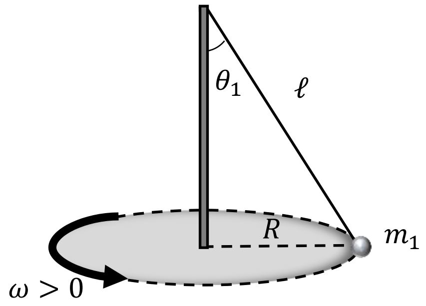
(1 μονάδα)



ii. Να εξηγήσετε την επιλογή σας.

(1 μονάδα)

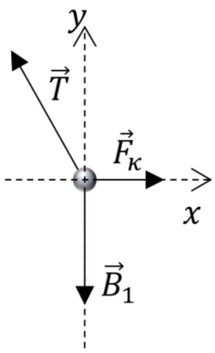
Ερώτηση 8
Ένας χορευτής της τελετής Danza de los Voladores στο Μεξικό, δένεται με σχοινί και περιστρέφεται σε οριζόντια κυκλική τροχιά όπως φαίνεται στην πιο κάτω φωτογραφία. Μια προσέγγιση της κίνησης του χορευτή γίνεται με το κωνικό εκκρεμές που βλέπετε στο πιο κάτω σχήμα.



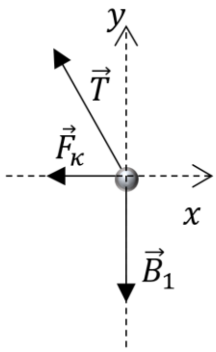
Όταν το σχοινί έχει μήκος ℓ, σχηματίζει γωνία θ_1 με την κατακόρυφο και ο χορευτής μάζας m_1 διαγράφει οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας R με γωνιακή ταχύτητα ω.
Να θεωρήσετε το σχοινί αβαρές, μη εκτατό και τον χορευτή ως υλικό σημείο.

α. Να επιλέξετε από τα ακόλουθα, το σχήμα στο οποίο έχουν σχεδιαστεί σωστά οι δυνάμεις που ασκούνται στον χορευτή.

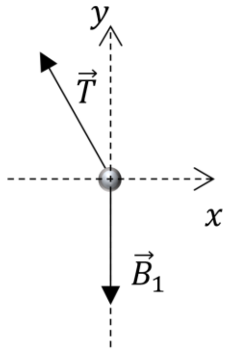
(1 μονάδα)



Σχήμα I



Σχήμα II



Σχήμα III

β. i. Να επιλέξετε από τις ακόλουθες, την ορθή σχέση που ισχύει για τα μέτρα των συνιστωσών $\left|\sum \vec{F}_x\right|$ και $\left|\sum \vec{F}_y\right|$ της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον χορευτή.

(1 μονάδα)

Σχέση I: $\left|\sum \vec{F}_x\right| = 0 \;\kappa\alpha\iota\; \left|\sum \vec{F}_y\right| = m_1\omega^2 R$
Σχέση II*:* $\left|\sum \vec{F}_x\right| = 0 \;\kappa\alpha\iota\; \left|\sum \vec{F}_y\right| = 0$
Σχέση III: $\left|\sum \vec{F}_x\right| = m_1\omega^2 R \;\kappa\alpha\iota\; \left|\sum \vec{F}_y\right| = 0$

ii. Να αποδείξετε ότι το μέτρο της τάσης του νήματος δίνεται από τη σχέση $|\vec{T}| = m_1\omega^2\ell$.

(3 μονάδες)

iii. Να αποδείξετε ότι το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας που χρειάζεται να έχει ο χορευτής για να διατηρεί την κυκλική του τροχιά δίνεται από τη σχέση $|\vec{\omega}| > \sqrt{\frac{g}{\ell}}$.

(4 μονάδες)

γ. Ένας δεύτερος χορευτής με μάζα $m_2 > m_1$, παίρνει τη θέση του πρώτου, χωρίς να γίνει καμία άλλη αλλαγή στη διάταξη. Το νήμα του εκκρεμούς δημιουργεί γωνία με την κατακόρυφο θ_2. Να επιλέξετε από τις ακόλουθες, την ορθή σχέση σύγκρισης μεταξύ των γωνιών θ_1 του αρχικού χορευτή και θ_2.

(1 μονάδα)

Σχέση I: $\theta_2 < \theta_1$

Σχέση II: $\theta_2 = \theta_1$

Σχέση III: $\theta_2 > \theta_1$

Ερώτηση 9

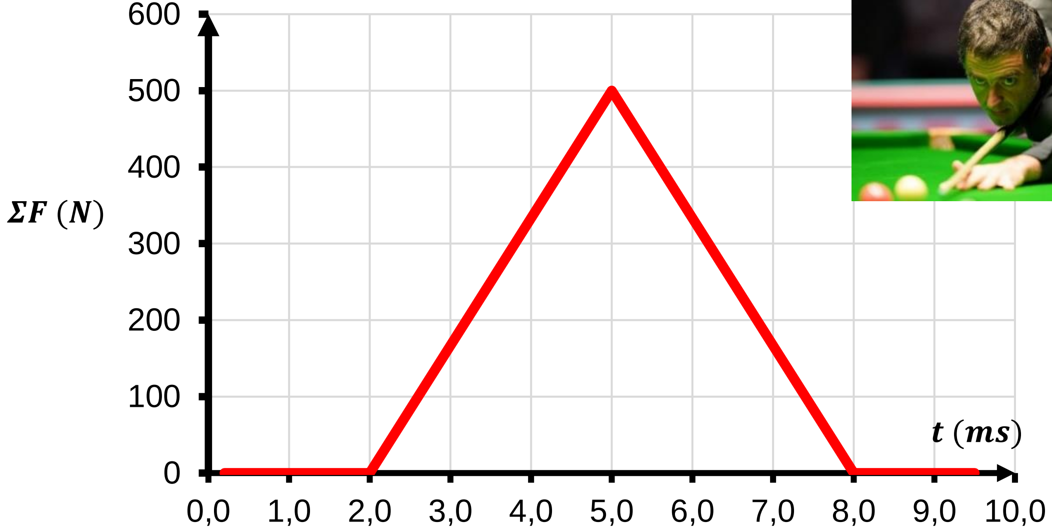
α. Ο γενικευμένος δεύτερος νόμος του Νεύτωνα για ένα σώμα περιγράφεται με την μαθηματική έκφραση $\sum\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}, \Delta t \to 0s$. Να γράψετε τι εκφράζει ο αριθμητής του κλάσματος.

(1 μονάδα)

β. Χρησιμοποιώντας τη γενικευμένη μορφή του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα, να δείξετε σε ποια άλλη μονάδα μέτρησης μπορεί να εκφραστεί η ορμή ενός σώματος, εκτός από $kg\,\frac{m}{s}$.

(1 μονάδα)

γ. Η άσπρη μπάλα του μπιλιάρδου είναι αρχικά ακίνητη πάνω στο τραπέζι. Από το χτύπημα της στέκας η μπάλα δέχεται οριζόντια συνισταμένη δύναμη, της οποίας η αλγεβρική τιμή περιγράφεται κατά προσέγγιση από την παρακάτω γραφική παράσταση.



Η διάρκεια της αλληλεπίδρασης στέκας - μπάλας είναι της τάξης των $m\,s = 10^{-3}\,s$.

i. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή που ξεκίνησε η αλληλεπίδραση της στέκας με τη μπάλα.

(1 μονάδα)

ii. Να δείξετε ότι η αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής της μπάλας, στο χρονικό διάστημα της αλληλεπίδρασης, είναι $\Delta p = 1{,}5\;kg\,\frac{m}{s}$.

(3 μονάδες)

iii. Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της μέσης συνισταμένης δύναμης στη μπάλα στο χρονικό διάστημα της αλληλεπίδρασης.

(2 μονάδες)

iv. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της μπάλας με μάζα $m = 0{,}16\ kg$ τη χρονική στιγμή $t_1 = 8{,}0\ m\,s$.

(3 μονάδες)

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ	
Σταθερές	
Επιτάχυνση της Βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης	$g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$
Σταθερά Παγκόσμιας Έλξης	$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
Μέση ακτίνα της Γης	$R_{Γης} = 6{,}37 \times 10^6\ m$
Μάζα της Γης	$M_{Γης} = 5{,}97 \times 10^{24}\ kg$
Κίνηση στο Επίπεδο: Εισαγωγικές Έννοιες - Βολές	
Εξισώσεις ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης	$x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \frac{1}{2}\alpha_x t^2$ $\upsilon_x = \upsilon_{0x} + \alpha_x t$ $\upsilon_x^2 - \upsilon_{0x}^2 = 2\alpha_x \Delta x$
Έργο σταθερής συνισταμένης δύναμης, για κίνηση στο επίπεδο	$W_{\Sigma\vec{F}} = (\Sigma F_x)\Delta x + (\Sigma F_y)\Delta y$
Κινητική ενέργεια σώματος μάζας m, για κίνηση στο επίπεδο	$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}m(\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2) = \frac{1}{2}m\lvert\vec{\upsilon}\rvert^2$
Βαρυτική δυναμική ενέργεια	$U_{\beta\alpha\rho}(y) = mgy$
Στατική Τριβή και Κινητική Τριβή	$\lvert\vec{f_s}\rvert \leq f_{s,\mu\varepsilon\gamma} = \mu_s\lvert\vec{N}\rvert$ $\lvert\vec{f_\kappa}\rvert = \mu_\kappa\lvert\vec{N}\rvert$
Κυκλική Κίνηση	
Διανυόμενη απόσταση για κυκλική κίνηση	$S_{\widehat{AB}} = R\lvert\Delta\theta\rvert$
Συχνότητα στην κυκλική κίνηση	$f = \frac{1}{T}$
Γωνιακή ταχύτητα	$\lvert\vec{\omega}\rvert = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
Σχέση γραμμικής - γωνιακής ταχύτητας στην ομαλή κυκλική κίνηση	$\lvert\vec{\upsilon}\rvert = \lvert\vec{\omega}\rvert R$
Κεντρομόλος επιτάχυνση της ομαλής κυκλικής κίνησης	$\lvert\vec{\alpha}_\kappa\rvert = \omega^2 R = \frac{\upsilon^2}{R}$
Γωνιακή επιτάχυνση	$\vec{\alpha}_\gamma(t) = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$

Ο Νόμος της Παγκόσμιας Έλξης	
Νόμος Παγκόσμιας Έλξης	$\left\|\vec{F}_{A\to B}\right\| = \left\|\vec{F}_{B\to A}\right\| = G\,\dfrac{m_A m_B}{r_{AB}^2}$
Επιτάχυνση της βαρύτητας λόγω ουρανίου σώματος Α	$g(r) = G\,\dfrac{M_A}{r^2}, \quad r \geq R$
Ορμή	
Ορμή σώματος	$\vec{p} = m\vec{\upsilon}$
Γενικευμένη μορφή του $2^{ου}$ νόμου του Νεύτωνα	$\Sigma\vec{F} = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$
Ώθηση σταθερής συνισταμένης δύναμης	$\vec{\Omega} = (\Sigma\vec{F})\Delta t$
Θέση του κέντρου μάζας συστήματος Ν υλικών σημείων	$\vec{r}_{KM} = \dfrac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots + m_N\vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \cdots + m_N}$
Θέση του κέντρου μάζας συστήματος Ν υλικών σημείων	$\vec{\upsilon}_{KM} = \dfrac{m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + \cdots + m_N\vec{\upsilon}_N}{m_1 + m_2 + \cdots + m_N}$
Θέση του κέντρου μάζας συστήματος Ν υλικών σημείων	$\vec{\alpha}_{KM} = \dfrac{m_1\vec{\alpha}_1 + m_2\vec{\alpha}_2 + \cdots + m_N\vec{\alpha}_N}{m_1 + m_2 + \cdots + m_N}$
Εξίσωση $2^{ου}$ νόμου του Νεύτωνα για το κέντρο μάζας συστήματος σωμάτων	$\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = (\Sigma m_i)\vec{\alpha}_{KM}$