LAPORAN TUGAS KECIL 2 IF2211 STRATEGI ALGORITMA

Perkalian Polinom dengan Algoritma Brute Force dan Divide and Conquer



Disusun oleh: 13518117 – Muhammad Firas

TEKNIK INFORMATIKA
INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG
BANDUNG
2020

BAB I TEORI DASAR

Algoritma *Brute Force* adalah pendekatan yang *straightforward* untuk memecahkan suatu masalah. Algoritma *Brute Force* memecahkan masalah dengan sangat sederhana, langsung, dan jelas. Sedangkan algoritma *Divide and Conquer* adalah algoritma yang membagi persoalan (*Divide*) menjadi beberapa upa-masalah yang memiliki kemiripan dengan persoalan semula namun berukuran lebih kecil (idealnya berukuran hampir sama). Kemudian, masing-masing upa-masalah tersebut diselesaikan secara langsung atau secara rekursif (*Conquer*). Solusi masing-masing upa-masalah yang telah diselesaikan akan digabungkan (*Combine*) sehingga membentuk solusi persoalan semula.

Dalam tugas ini, masalah yang akan diselesaikan dengan algoritma *Brute Force* dan algoritma *Divide and Conquer* adalah perkalian antara dua polinom. Polinom/suku banyak adalah bentuk suku-suku dengan banyak terhingga yang disusun dari variabel dan konstanta. Contoh dari polinom adalah $A(x) = 7 - 4x + x^2$. Secara umum, sebuah polinom dapat dituliskan sebagai berikut.

$$A(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$$

Dalam tugas kali ini, diharuskan membuat dua buah pustaka (library) dalam Bahasa C/C++/Java yang masing-masing dapat melakukan perkalian polinom dengan algoritma (a) *Brute Force*, dan (b) *Divide and Conquer*. Panjang suku polinom (n) tidak dibatasi, namun panjang dua buah polinom masukan sama. Algoritma Divide and Conquer untuk perkalian polinom yang diterapkan adalah algoritma dengan kompleksitas $O(n \log 3)$.

BAB II ANALISIS PERSOALAN

2.1 Algoritma Brute Force

Misal
$$A(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i \operatorname{dan} B(x) = \sum_{i=0}^{n} b_i x^i$$
.

Maka
$$C(x) = \sum_{k=0}^{2n} c_i x^i = A(x)B(x)$$
 dengan

$$c_k = \sum_{i=0}^k a_i b_{k-i}$$

Untuk semua $0 \le k \le 2n$.

Pendekatan langsung dengan algoritma *Brute Force* adalah menghitung semua c_k menggunakan rumus di atas. Jumlah total perkalian dan penambahan yang dibutuhkan masing-masing adalah $O(n^2)$ dan $O(n^2)$. Karenanya kompleksitasnya adalah $O(n^2)$.

2.2 Algoritma Divide and Conquer

Misal
$$A(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i \operatorname{dan} B(x) = \sum_{i=0}^{n} b_i x^i$$
.

$$A_0(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor - 1} x^{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor - 1}$$

$$A_1(x) = a_{\left|\frac{n}{2}\right|} + a_{\left|\frac{n}{2}\right|+1}x + \dots + a_n x^{n-\left|\frac{n}{2}\right|}$$

$$B_0(x) = b_0 + b_1 x + \dots + b_{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor - 1} x^{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor - 1}$$

$$B_1(x) = b_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} + b_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1} x + \dots + b_n x^{n - \lfloor \frac{n}{2} \rfloor}$$

Untuk menghitung perkalian A(x)B(x) dengan upa-polinom di atas tentunya dapat dilakukan dengan 4 perkalian, tapi dengan total perkalian tersebut dapat diperkecil dengan sebagai berikut:

$$Y(x) = (A_0(x) + A_1(x)) \times (B_0(x) + B_1(x))$$

$$U(x) = A_0(x)B_0(x)$$

$$Z(x) = A_1(x)B_1(x)$$

Maka:

$$A(x)B(x) = U(x) + [Y(x) - U(x) - Z(x)]x^{\left[\frac{n}{2}\right]} + Z(x) \times x^{2\left[\frac{n}{2}\right]}$$

Dengan menggunakan rumus di atas, total perkalian dapat diperkecil menjadi 3 perkalian. Sehingga, didapat kompleksitas waktu dari algoritma ini adalah $O(n^{\log 3})$.

BAB III IMPLEMENTASI

Untuk membuat program untuk menyelesaikan persoalan ini, penulis menggunakan bahasa Java dengan kode program sebagai berikut.

```
public class Polinom {
    //atribut
    private int ordeP;
    private int[] koefPolinom;
    public static int countTambah = 0;
    public static int countKali = 0;
    //constructor
    public Polinom(int orde, boolean random){
        this.ordeP = orde + 1;
        this.koefPolinom = new int[this.ordeP];
        if(random){
            Random r = new Random();
            for (int i = 0; i < this.ordeP; i++) {</pre>
                this.koefPolinom[i] = (r.nextInt(21) - 10);
        }
        else{
            for (int i = 0; i < this.ordeP; i++) {</pre>
                this.koefPolinom[i] = 0;
        }
    }
    //copy constructor
    public Polinom(Polinom P){
        this.ordeP = P.ordeP;
        this.koefPolinom = P.koefPolinom;
    private int getLength(){
        return (this.ordeP);
    private int getLastIdx(){
        return (this.ordeP - 1);
```

Method untuk mencetak polinom ke layar

```
public void printPolinom(){
    boolean firstPass = false;
    for (int i = 0; i < this.ordeP; i++) {</pre>
        if (this.koefPolinom[i] != 0) {
            if(!firstPass){
                System.out.print(this.koefPolinom[i]);
                firstPass = true;
            }
            else {
                if(this.koefPolinom[i] != 1 && this.koefPolinom[i] != -1) {
                        System.out.print(abs(this.koefPolinom[i]));
            if (i != 0) {
                if (i != 1) {
                    System.out.print("x^" + i);
                } else {
                    System.out.print("x");
            if(i != (this.ordeP - 1)) {
                if (this.koefPolinom[i+1] >= 0) {
                    System.out.print(" + ");
                else if (this.koefPolinom[i+1] < 0) {</pre>
                    System.out.print(" - ");
            }
        }
    System.out.println();
```

Perkalian dua polinom dengan algoritma Brute Force

```
public static Polinom BruteForceMulti(Polinom P1, Polinom P2){
    countTambah = 0;
    countKali = 0;
    Polinom bf = new Polinom(P1.ordeP + P2.ordeP - 2, false);
    for (int i = 0; i < P1.ordeP; i++) {
        for (int j = 0; j < P2.ordeP; j++) {
            bf.koefPolinom[i+j] += P1.koefPolinom[i] * P2.koefPolinom[j];
            countTambah++;
            countKali++;
        }
    }
    return bf;
}</pre>
```

Method penjumlahan dua polinom yang akan digunakan untuk algoritma Divide and Conquer

```
private Polinom tambahPolinom(Polinom P){
    Polinom sum;
    if (this.ordeP >= P.ordeP){
        sum = new Polinom(this.ordeP-1, false);
    }
    else{
        sum = new Polinom(P.ordeP-1, false);
    }
    for (int i = 0; i < this.ordeP; i++) {
        sum.koefPolinom[i] = this.koefPolinom[i];
    }
    for (int i = 0; i < P.ordeP; i++) {
        sum.koefPolinom[i] += P.koefPolinom[i];
        countTambah++;
    }
    return sum;
}</pre>
```

Method pengurangan dua polinom yang akan digunakan untuk algoritma Divide and Conquer

```
private Polinom kurangPolinom(Polinom P){
    Polinom sub;
    if (this.ordeP >= P.ordeP){
        sub = new Polinom(this.ordeP-1, false);
    }
    else{
        sub = new Polinom(P.ordeP-1, false);
    }
    for (int i = 0; i < this.ordeP; i++) {
        sub.koefPolinom[i] = this.koefPolinom[i];
    }
    for (int i = 0; i < P.ordeP; i++) {
        sub.koefPolinom[i] -= P.koefPolinom[i];
        countTambah++;
    }
    return sub;
}</pre>
```

Method untuk membagi suatu polinom menjadi upa-polinom

```
private static Polinom subPolinom(Polinom P, int startIdx, int endIdx){
   Polinom subP = new Polinom(endIdx-startIdx, false);
   for (int i = 0, j = startIdx; i < subP.ordeP && j <= endIdx; i++, j++) {
      subP.koefPolinom[i] = P.koefPolinom[j];
   }
   return subP;
}</pre>
```

Method perkalian suatu polinom dengan variabel orde tertentu

```
private Polinom Pengali(int pengali){
    Polinom newP = new Polinom(this.getLastIdx() + pengali, false);
    for (int i = 0, j = pengali; i < this.getLength() && j < this.getLength() + pengali; i++, j++) {
        newP.koefPolinom[j] = this.koefPolinom[i];
    }
    return newP;
}</pre>
```

Perkalian dua polinom dengan algoritma Divide and Conquer

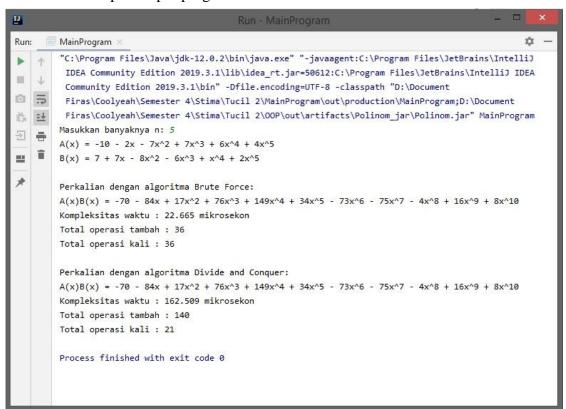
```
public static Polinom DivideAndConquerMulti(Polinom A, Polinom B){
    Polinom DnC = new Polinom(A.ordeP+B.ordeP - 2, false);
    if(A.getLength() == 1 && B.getLength() == 1){
        DnC.koefPolinom[0] = A.koefPolinom[0] * B.koefPolinom[0];
        countKali++;
        return DnC;
    }
    else{
        Polinom A0 = subPolinom(A, 0, (A.ordeP/2) - 1);
        Polinom A1 = subPolinom(A, A.ordeP/2, A.getLastIdx());
        Polinom B0 = subPolinom(B, 0, (B.ordeP/2) - 1);
        Polinom B1 = subPolinom(B, B.ordeP/2, B.getLastIdx());
        Polinom A0A1sum = A0.tambahPolinom(A1);
        Polinom B0B1sum = B0.tambahPolinom(B1);
        Polinom Y = DivideAndConquerMulti(A0A1sum, B0B1sum);
        Polinom U = DivideAndConquerMulti(A0,B0);
        Polinom Z = DivideAndConquerMulti(A1,B1);
        Polinom subYUZ = Y.kurangPolinom(U).kurangPolinom(Z);
        Polinom PengaliSubYUZ = subYUZ.Pengali(A.ordeP/2);
        Polinom PengaliZ = Z.Pengali((A.ordeP/2)*2);
        DnC = U.tambahPolinom(PengaliSubYUZ).tambahPolinom(PengaliZ);
        return DnC;
    }
```

Polinom.java setelah itu akan dibuat sebuah pustaka (*library*) dengan format .jar yang nantinya akan di-*import* dengan cara memasukkannya ke dalam java classpath, contoh main program adalah seperti berikut:

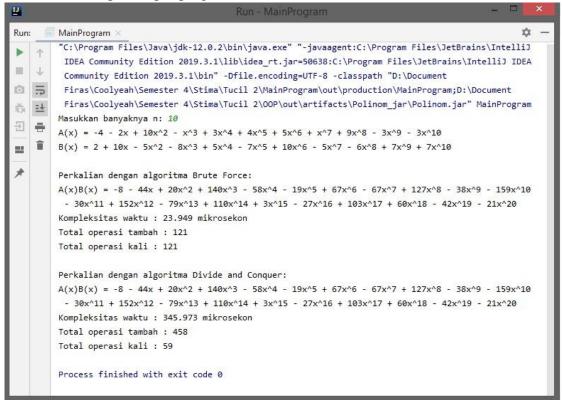
```
public class MainProgram {
    public static void main(String[] args) {
        Scanner in = new Scanner(System.in);
        System.out.print("Masukkan banyaknya n: ");
        n = in.nextInt();
        Polinom A = new Polinom(n, true);
        Polinom B = new Polinom(n,true);
        System.out.print("A(x) = ");
        A.printPolinom();
        System.out.print("B(x) = ");
        B.printPolinom();
        System.out.println();
        long StartTime = System.nanoTime();
        Polinom bruteForce = A.BruteForceMulti(A,B);
        long EndTime = System.nanoTime();
        long TimeElapsed = EndTime-StartTime;
        double Microseconds = ((double)TimeElapsed)/1000;
        System.out.println("Perkalian dengan algoritma Brute Force:");
        System.out.print("A(x)B(x) = ");
        bruteForce.printPolinom();
        System.out.println("Kompleksitas waktu : " + Microseconds + "
mikrosekon");
        System.out.println("Total operasi tambah : " + bruteForce.countTambah);
        System.out.println("Total operasi kali : " + bruteForce.countKali);
        System.out.println();
        bruteForce.countTambah = 0;
        bruteForce.countKali = 0;
        long StartTime2 = System.nanoTime();
        Polinom DnC = A.DivideAndConquerMulti(A,B);
        long EndTime2 = System.nanoTime();
        long TimeElapsed2 = EndTime2-StartTime2;
        double Microseconds2 = ((double)TimeElapsed2)/1000;
        System.out.println("Perkalian dengan algoritma Divide and Conquer:");
        System.out.print("A(x)B(x) = ");
        DnC.printPolinom();
        System.out.println("Kompleksitas waktu : " + Microseconds2 + "
mikrosekon");
        System.out.println("Total operasi tambah : " + DnC.countTambah);
        System.out.println("Total operasi kali : " + DnC.countKali);
        }
```

BAB IV UJI KASUS

• *Screen-shot* input-output program untuk n = 5



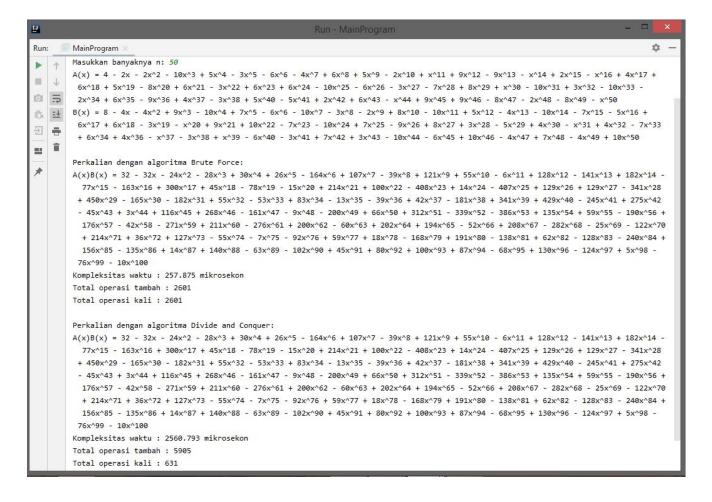
• *Screen-shot* input-output program untuk n = 10



• *Screen-shot* input-output program untuk n = 20



• *Screen-shot* input-output program untuk n = 50



Spesifikasi komputer/laptop yang digunakan untuk mengeksekusi program ini adalah sebagai berikut : Intel Core i7-5500U 2.4GHz processor, Nvidia Geforce 940M 2GB graphics card, 8GB DDR3 memory (RAM), 1 TB HDD, 64-bit Operating System, x64 based processor.

Pada *screen-shot* input-output program pada keempat kasus di atas, algoritma *divide and conquer* memiliki waktu eksekusi yang lebih lama dibandingkan algoritma *brute force*. Hal tersebut dikarenakan pada algoritma *divide and conquer* setiap menjalankan proses pembagian menjadi upa-polinom (*divide*), array baru dialokasikan dengan isi setiap elemennya 0, lalu di-*assign* isi dari upa-polinom tersebut dari polinom awal. Sehingga, secara waktu eksekusi program algoritma ini membutuhkan waktu yang lebih lama dibandingkan algoritma *brute force* meskipun secara teori kompleksitas waktu algoritma *divide and conquer* lebih kecil daripada algoritma *bruteforce*.

Poin	Ya	Tidak
1. Program berhasil dikompilasi	✓	
2. Program berhasil <i>running</i>	✓	
3. Program dapat menerima input dan menuliskan output	✓	
4. Luaran sudah benar untuk semua <i>n</i>	✓	

DAFTAR PUSTAKA

 $\frac{http://informatika.stei.itb.ac.id/\sim rinaldi.munir/Stmik/2019-2020/Algoritma-Divide-and-Conquer-(2020).pdf$