



基于低成本接收机的双天线测姿算法

王守华^{1,2*}, 李云柯^{1,2}, 孙希延^{1,2}, 纪元法^{1,2}

(1. 广西精密导航技术与应用重点实验室(桂林电子科技大学), 广西 桂林 541004;

2. 卫星导航定位与位置服务国家地方联合工程研究中心, 广西 桂林 541004)

(* 通信作者电子邮箱 hwafly@guet.edu.cn)

摘要:针对低成本接收机双天线测姿系统利用直接法解算精度较低且存在系统粗差的问题,提出一种基于载波和伪距双差实时动态定位(RTK)卡尔曼滤波算法。首先,引入基线长度作为观测量,并将事先测量得到的精确基线长度作为观测量误差;然后,根据从天线接收机的历元时间间隔对主天线位置进行实时修正,而周整模糊度采用改进 LABMDA 算法求解。在静态和动态情况下进行了测试,结果表明,在基线长度为 1.1 m、采用 GPS 和北斗双系统进行观测的情况下,所提算法解算出的航向角精度在 1°左右,俯仰角精度在 2°~3°。相比传统的双天线直接法测姿,该算法在系统抗差性能和精度上都较优。

关键词:双天线测姿;低成本接收机;卡尔曼滤波;基线约束;实时动态定位

中图分类号: TN967.1 **文献标志码:** A

Dual-antenna attitude determination algorithm based on low-cost receiver

WANG Shouhua^{1,2*}, LI Yunke^{1,2}, SUN Xiyan^{1,2}, JI Yuanfa^{1,2}

(1. Guangxi Key Laboratory of Satellite Navigation and Location Awareness (Guilin University of Electronic Technology), Guilin Guangxi 541004, China;

2. National and Local Joint Engineering Research Center of Satellite Navigation and Location Awareness, Guilin Guangxi 541004, China)

Abstract: Concerning the problem that low-cost Dual-antenna Attitude determination System (DAS) has low accuracy and gross error because of using direct solution, an improved algorithm based on carrier phase and pseudo-range double-difference Real-Time Kinematic (RTK) Kalman filter was proposed. Firstly, the baseline length was employed as the observation, then the precise baseline length obtained in advance was taken as the observation error. Secondly, the position of master antenna was corrected according to the epoch time interval of the slave antenna receiver and the integer ambiguity was solved by MLABMDA (Modified LABMDA) algorithm. Experimental results in static and dynamic mode show that the accuracy of the heading angle calculated by the proposed algorithm is about 1 degree and the calculated pitch angle accuracy is about 2–3 degrees in the case of baseline length 1.1 m with GPS and Beidou dual systems. The proposed algorithm improves the robustness and accuracy of the system greatly compared with the traditional dual-antenna attitude determination by direct solution.

Key words: dual-antenna attitude determination; low-cost receiver; Kalman filter; baseline constraint; Real Time Kinematic (RTK)

0 引言

全球卫星导航系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)技术在定位、导航和测绘领域有着众多的应用,姿态测量就是其中之一,它可以实时提供低速载体的姿态信息,利用双天线可以测量出载体的航向角和俯仰角,对于船舶、车辆等载体有着实际的应用价值。相比惯性导航系统,天线测姿系统所产生的误差不会随时间积累,具有成本低、维护简单、功耗小的优点,然而受限于测量方法,系统精度与精密惯导系统相比还存在一定差距,且不适用于高速动态和信号遮挡的场景。目前天线测姿解算方法主要有三种:基于矢量观测法、基

于最优估计法和直接矩阵法^[1],其中直接法算法实现容易,对硬件平台要求较低,且计算精度也能满足实际需求^[2];从天线布局上有立体布局和平面布局^[3],双天线测姿属于平面布局。

用基线参数来解算姿态角时,需要得到毫米级的基线向量,天线之间的基线向量采用实时动态定位(Real Time Kinematic, RTK)解算算法,该方法运用载波伪距双差和周整模糊度解算技术来获取天线之间精确的基线解^[4]。另一种方法是通过姿态参数组合或四元数法,将姿态角引入到 GNSS 观测方程中来求解^[5];但是该方法在观测方程中并没有用到基线约束条件,而且引入四元数后,算法复杂度大大增加。文

收稿日期:2018-12-27;修回日期:2019-03-11;录用日期:2019-03-27。

基金项目:国家重点研发计划项目(2018YFB0505103);国家自然科学基金资助项目(61561016,11603041);广西自然科学基金资助项目(2018GXNSFAA050123);广西精密导航技术与应用重点实验室主任基金资助项目(DH201803);桂林电子科技大学研究生教育创新计划项目(2018YJXC28,2019YCX037);广西科技厅项目(桂科 AA17202033)。

作者简介:王守华(1975—),男,山东滨州人,副教授,硕士,主要研究方向:信息处理、导航定位;李云柯(1993—),男,云南昆明人,硕士研究生,主要研究方向:全球卫星导航系统、天线测姿、嵌入式应用;孙希延(1973—),女,山东潍坊人,研究员,博士,主要研究方向:卫星导航、电子对抗;纪元法(1975—),男,山东聊城人,教授,博士,主要研究方向:卫星通信、卫星导航、数字信号处理。



献[6]和文献[7]采用多天线接收机解决了钟差所带来的影响,解算精度较高;但是多天线接收机成本较高,不宜普及。文献[8]使用传感器融合技术对载体姿态进行求解,该方法使用磁力计、加速度计、陀螺仪等传感器,通过多级滤波器融合进行解算,在精度和抗干扰性能上较好;但是传感器的使用引入了更多的系统误差,而且使用精度越高的传感器相应成本也越高。

本文研究重点在于建立卡尔曼滤波方程,在测量前通过静态定位获取毫米级的基线长度,之后将已知的基线长度作为算法的约束条件,在动态解算过程中将每一历元计算得到的基线长度作为观测量代入到卡尔曼滤波方程中,此外考虑到载体运动时接收机时钟同步问题,系统以从天线时钟为参考基准,根据主天线的移动速度和两接收机的钟差对其位置进行实时修正。该方法充分利用了双天线测姿中基线长度不变的特性,在滤波过程中引入其误差,在基于低成本接收机以及直接法的基础上提高了系统测姿精度与抗差性能。

1 天线测姿与 RTK 双差模型

1.1 姿态测量原理

为了定义载体的姿态,介绍如下三个坐标系:站心坐标

$$C = \begin{bmatrix} \cos r \cos y - \sin r \sin y \sin p & \cos r \sin y + \sin r \cos y \sin p & -\cos p \sin r \\ -\sin y \cos p & \cos y \cos p & \sin p \\ \cos y \sin r + \sin y \cos r \sin p & \sin r \sin y - \cos r \cos y \sin p & \cos p \cos r \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: y, p, r 分别是航向角、俯仰角和翻滚角 (yaw, pitch, roll), 其中翻滚角在本文中不作计算。假设 t 时刻解算出载体坐标系下从天线基线向量坐标为 $[x \ y \ z]^T$, 将地心坐标系下的基线解转换为站心坐标系:

$$\begin{bmatrix} e & n & u \end{bmatrix}^T = S \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

式中 S 为坐标变换矩阵:

$$S = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & \cos \phi & 0 \\ -\sin \phi \cos \lambda & -\sin \phi \sin \lambda & \cos \phi \\ \cos \phi \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda & \sin \phi \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中 λ 和 ϕ 是主天线在 t 时刻的经度和纬度。

则根据姿态角的定义,可以按以下公式分别计算出载体的航向角和俯仰角:

$$y = -\arctan(e/n) \quad (5)$$

$$p = \arcsin(u/\sqrt{e^2 + n^2}) \quad (6)$$

1.2 RTK 双差观测量与观测误差

定义载波双差模型^[10]如式(7):

$$\phi_{sm}^{jk} = \rho_{sm}^{jk} + \lambda(B_{sm}^j - B_{sm}^k) + \varepsilon_\phi \quad (7)$$

式中: ϕ_{sm}^{jk} 为载波双差值; ρ_{sm}^{jk} 为几何距离双差值; λ 是载波波长; B_{sm}^j 和 B_{sm}^k 是从天线接收机 s 和主天线接收机 m 分别对卫星 j 和 k 观测的单差载波相位,其中包含了周整模糊度; ε_ϕ 为载波双差模型系统噪声。同理,伪距双差模型如式(8):

$$P_{sm}^{jk} = \rho_{sm}^{jk} + \varepsilon_p \quad (8)$$

其中 ε_p 为伪距双差系统噪声。在双差模型中电离层延时和对流层延时参数已被消除,假设主天线和从天线共观测到 m 个共视卫星,且都与仰角最高的卫星作差,则可以组成 $2(m-1)$ 个双差观测方程:

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} \phi_{sm}^{12} & \phi_{sm}^{13} & \cdots & \phi_{sm}^{1(m-1)} \\ P_{sm}^{12} & P_{sm}^{13} & \cdots & P_{sm}^{1(m-1)} \end{bmatrix}^T \quad (9)$$

系、载体坐标系和天线坐标系。站心坐标系以主天线为坐标原点, x, y, z 轴分别指向该点处的东向、北向和天向,载体坐标系由用户自己定义,例如,在车载测量中,以汽车的前进方向定义为载体坐标系 y 轴, x 轴与 y 轴垂直, z 轴以右手法则建立,此时定义三个姿态角(航向角、俯仰角和翻滚角)如图1所示。

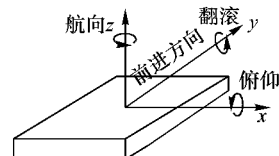


图1 载体坐标系中定义的姿态角

Fig. 1 Definition of attitude in platform coordinate

天线坐标系由天线布局定义,在双天线测量中,以主天线为坐标原点, x, y 和 z 轴与载体坐标系一致。利用固定在载体上的天线坐标系与站心坐标系之间的转换关系来实现姿态解算。其中站心坐标系可以通过三次旋转得到天线坐标系: 分别绕 z 轴(航向角)、 x 轴(俯仰角)。其转换关系^[9]如下:

$$\mathbf{r}_b = \mathbf{C} \mathbf{r}_g \quad (1)$$

式中: \mathbf{r}_b 和 \mathbf{r}_g 为在天线坐标系和站心坐标系下从天线与主天线的基线矢量, \mathbf{C} 为姿态矩阵。 \mathbf{C} 定义如下:

从天线接收机对卫星 1 到卫星 m 载波和伪距观测误差协方差矩阵分别为:

$$\mathbf{R}_\phi = \text{diag}(\delta_\phi^1, \delta_\phi^2, \dots, \delta_\phi^{m-1}) \quad (10)$$

$$\mathbf{R}_p = \text{diag}(\delta_p^1, \delta_p^2, \dots, \delta_p^{m-1}) \quad (11)$$

式中 δ_ϕ^i 和 δ_p^i 为接收机对卫星 i 的载波和伪距观测误差,其模型可以参考文献[11]。通过式(12)转换为观测模型中的双差误差矩阵 \mathbf{R} :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} \mathbf{R}_\phi \mathbf{D}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{D} \mathbf{R}_p \mathbf{D}^T \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中 \mathbf{D} 为:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & -1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

2 基线观测量和卡尔曼滤波模型

在双天线测姿过程中,载体看作刚体,默认不会发生形变,载体坐标系一旦确定,天线坐标系也随之确定。所以,在此引入基线长度作为观测量:

$$bl = \sqrt{(\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_s)^T (\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_s)} \quad (14)$$

式中 \mathbf{r}_m 和 \mathbf{r}_s 分别为主天线根据单点定位得到的直角坐标和从天线根据差分定位得到的直角坐标,并且将提前测量得到的精确基线长度 bb 作为观测误差。

此时,引入基线量后的系统观测方程和误差矩阵根据式(9)、(12)重写为:

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} \phi_{sm}^{12} & \phi_{sm}^{13} & \cdots & \phi_{sm}^{1(m-1)} & P_{sm}^{12} & P_{sm}^{13} & \cdots & P_{sm}^{1(m-1)} & bl \end{bmatrix} \quad (15)$$



$$R = \begin{bmatrix} DR_\phi D^T & 0 & 0 \\ 0 & DR_p D^T & 0 \\ 0 & 0 & bb^2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

由于系统观测方程的非线性特征,可以采用扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)进行参数最优估计。滤波分为两个部分:时间更新(先验过程)和测量更新(校正)过程。时间更新过程如下:

$$\mathbf{x}_t^- = f(\mathbf{x}_{t-1}) \quad (17)$$

$$\mathbf{P}_t^- = f(\mathbf{P}_{t-1}) + \mathbf{Q}_{t-1} \quad (18)$$

式中: \mathbf{x}_t^- 为系统状态先验值,其 $t-1$ 时刻的协方差矩阵为 \mathbf{P}_t^- ; \mathbf{x}_{t-1}^- 和 \mathbf{P}_{t-1}^- 为系统上一时间的值; \mathbf{Q}_{t-1} 为从 $t-1$ 到 t 时刻的系统过程噪声协方差矩阵。

测量更新过程如下:

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_t^- \mathbf{H}_t^T (\mathbf{H}_t \mathbf{P}_t^- \mathbf{H}_t^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (19)$$

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{x}_t^- + \mathbf{K}_t \mathbf{V} \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t) \mathbf{P}_t^- \quad (21)$$

式中: \mathbf{K}_t 称为卡尔曼滤波增益; \mathbf{H}_t 为观测方程组的雅克比矩阵,即分别对系统观测方程 \mathbf{h} 中的状态向量 \mathbf{x} 求偏导; \mathbf{R} 是观测测量误差(已由式(16)中给出); \mathbf{V} 是系统残差; \mathbf{I} 是单位矩阵。整个卡尔曼滤波过程如图 2 所示。

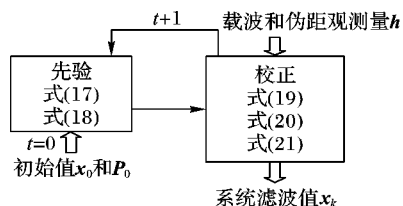


图 2 卡尔曼滤波过程
Fig. 2 Process of Kalman filter

3 双天线动态测姿模型

3.1 时间更新

建立状态向量如式(22):

$$\mathbf{x}_t = [\mathbf{r}_s \quad \mathbf{v}_s \quad B_{sm}^1 \quad B_{sm}^2 \quad \dots \quad B_{sm}^{s-1}]^T \quad (22)$$

式中: \mathbf{r}_s 和 \mathbf{v}_s 分别是从天线的三维坐标和速度; B_{sm}^k 为主天线和从天线对共视卫星 i 观测的载波相位单差值。

由于本研究完全基于卫星观测,载体的角速度信息不能从中获取,所以动态模型中只对天线位置进行更新:

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{r}_{s-1} + \Delta t \mathbf{v}_{s-1} \quad (23)$$

式中 Δt 为历元时间间隔。令系统状态转移矩阵为 \mathbf{F} ,则系统卡尔曼滤波时间更新如下:

$$\mathbf{x}_t^- = f(\mathbf{x}_{t-1}) = \mathbf{F} \mathbf{x}_{t-1} \quad (24)$$

$$\mathbf{P}_t^- = f(\mathbf{P}_{t-1}) + \mathbf{Q}_{t-1} = \mathbf{F} \mathbf{P}_{t-1} + \mathbf{Q}_{t-1} \quad (25)$$

其中:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \Delta t & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I}_{(m-1) \times (m-1)} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\mathbf{Q}_{t-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{Q}_v & 0 \\ 0 & 0 & 0_{(m-1) \times (m-1)} \end{bmatrix} \quad (27)$$

其中: \mathbf{I} 为单位矩阵; \mathbf{Q}_v 如式(28)所示。

$$\mathbf{Q}_v = [e \quad n \quad u] \begin{bmatrix} \delta_{ve} & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{vn} & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{vu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ n \\ u \end{bmatrix} \quad (28)$$

其中: e, n, u 为载体中从天线的东北天坐标, δ_{ve}, δ_{vn} 和 δ_{vu} 是其对应的标准差。

3.2 主天线位置修正

在不考虑天线晃动的情况下,主天线和从天线作为一个完整的刚体,在做直线和转角较小的运动时速度是近似相等的。由于低成本接收机之间时钟不能完全同步,在两接收机之间会产生钟差,由钟差所造成的基线误差如图 3 所示。其中: S 为从天线, M 为主天线。以主天线速度 \mathbf{v}_m 作为载体参考速度; Δt_{ms} 为两接收机的钟差。主天线由于钟差造成解算位置与实际位置相差 $\mathbf{v}_m \cdot \Delta t_{ms}$,在 $t+1$ 时刻引入误差后的基线向量为 \mathbf{b}'_{t+1} ,载体速度越快,此误差就越大。为了降低接收机钟差对系统造成的影响,主天线在每一历元解算前进行改正:

$$\mathbf{r}_m|_{t_s} = \mathbf{r}_m|_{t_m} + \mathbf{v}_m|_{t_m} (t_s - t_m) \quad (29)$$

式中: t_s 和 t_m 是系统从天线和主天线接收到 GNSS 信号的時刻; \mathbf{v}_m 是主天线接收机给出的速度观测量。

由于姿态角只和基线矢量有关,同理,也可以根据从天线速度对其进行位置修正。

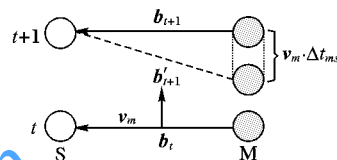


图 3 接收机钟差所造成的基线误差
Fig. 3 Baseline error caused by receiver clock difference

3.3 系统残差和模糊度解算

对式(20)中的系统残差项 \mathbf{V} ,作如下定义:

载波双差残差为:

$$\mathbf{V}_\phi = [(\phi_s^i - \phi_m^i) - (\phi_s^k - \phi_m^k)] - \lambda[B_{sm}^i - B_{sm}^k] \quad (30)$$

伪距双差残差为:

$$\mathbf{V}_p = [(P_s^i - P_m^i) - (P_s^k - P_m^k)] \quad (31)$$

基线残差:

$$\mathbf{V}_b = b_{\text{init}} - bl \quad (32)$$

式中: bl 为实际解算出的基线长度; b_{init} 为事先通过静态定位得到的基线长度取平均值。

至此,将以上方程代入卡尔曼滤波式(17)~(21),可以解出系统的浮点解。双差周整模糊度的求解利用 MLAMBDA 算法^[9],其过程较为复杂,可以参考 LAMBDA software package 3.0^[12]。根据主天线和从天线基线向量的固定解,利用式(3)和式(4)求出载体的航向角和姿态角。

其中航向角和俯仰角的观测误差为:

$$\delta_y = [\cos^2 \gamma \cdot PRDOP^2 + \sin^2 \gamma \cdot HRDOP^2]^{1/2} / bl \cdot \cos p \quad (33)$$

$$\delta_p = [\cos^2 p \cdot VRDOP^2 + \sin^2 p \cdot PRDOP^2 + \sin^2 p \sin^2 \gamma \cdot HRDOP^2]^{1/2} / bl \quad (34)$$

式中 $PRDOP$ 、 $VRDOP$ 和 $HRDOP$ 分别为相对定位的空间精度因子、平面精度因子和高程精度因子^[10]。

4 系统验证与分析

本文系统采用 ublox-m8t 单频接收机,观测数据格式采用 RTCM3,天线采用华信三星八频通用型测量天线,采用北斗和 GPS 双模系统,卫星截止仰角为 15° ,模糊度固定 Ratio 值为 3,采用事后数据分析,实验地点为广西桂林市桂林电子科技大学。



大学图书馆楼顶。

实验前采用长时间静态定位,得到两天线之间静态基线解,通过取平均值的方式得到基线长度,经过测试得到结果为 1.167 m。

图 4 显示了静态情况下基线变化曲线,与直接法相比,引入基线观测量后,基线的精度有 1 cm 左右的提升,在 1.16 ~ 1.17 cm 小幅波动。

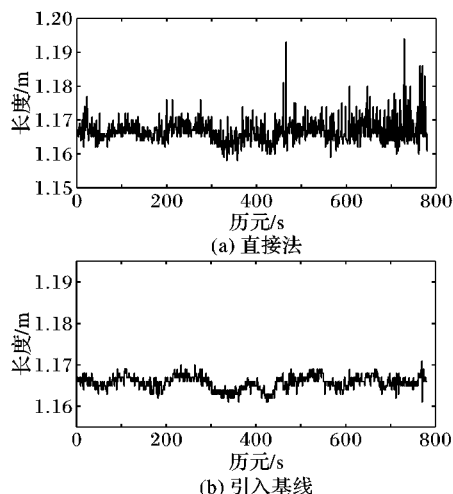


图 4 两种算法的基线长度对比

Fig. 4 Baseline length comparison of two algorithms

图 5 和图 6 显示了航向角和姿态角解算结果和误差的对比。从图中可以看出:本文引入基线后的方法静态情况下航向角精度为 0.5° ,俯仰角精度在 $2^\circ \sim 3^\circ$,相比直接法,精度有所提升;从图 5(a)可以看出,航向角在第 300 和 500 历元左右产生了较大的系统误差,俗称粗差,而在图 5(c)中,这些值被全部滤除。

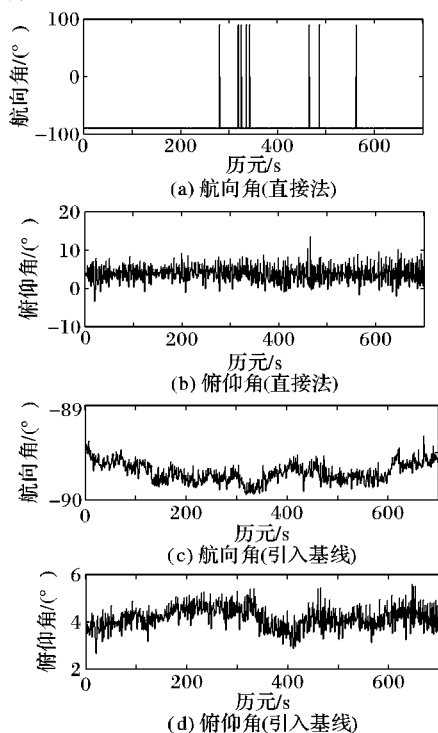


图 5 两种算法的姿态角对比

Fig. 5 Attitude angle comparison of two algorithms

图 7 是动态情况下的测试对比,实验时将载体固定到一

个转盘上,经过前 50 个历元静置载体固定周整模糊度后开始匀速地转动载体。实验后的数据分别用直接法、引入基线和引入基线并且位置修正三种方法进行了分析对比。通过比较图 7(a)和(c)、图 7(b)和(d)后可以看出:与直接法相比,利用卡尔曼滤波方程并且引入基线向量后,曲线能快速地收敛且更加平滑,图(a)显示航向角在 150 ~ 180 历元出现了较大的粗差,在图(c)中此粗差被消除;图(d)俯仰角在第 218 个历元处出现了粗差,而在图(f)中通过天线位置修正后被消除,说明图(d)中俯仰角在该历元出现的粗差是由于接收机钟差所造成,利用位置修正可以消除此类误差的影响。

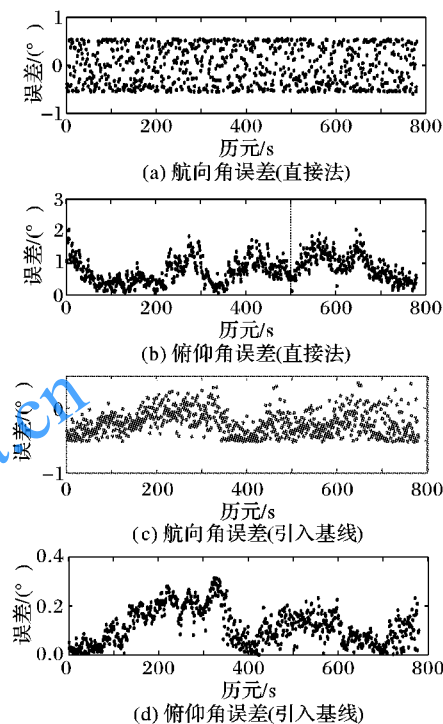


图 6 两种算法的姿态角误差对比

Fig. 6 Attitude angle error comparison of two algorithms

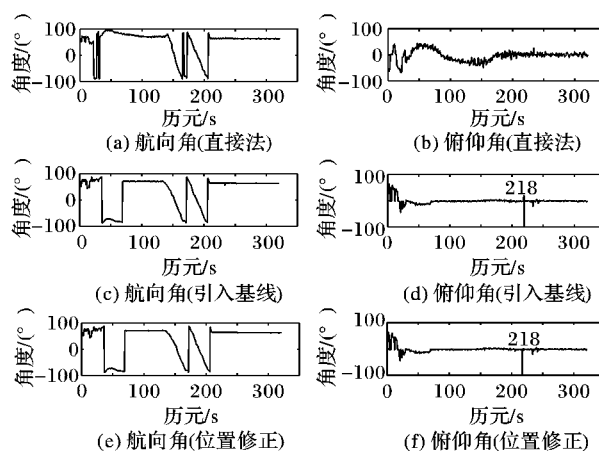


图 7 动态测试

Fig. 7 Test in dynamic mode

图 8 显示了载体的运动矢量,结果基本反映出了载体的实际运动姿态,即以载体为中心作圆周运动。需要说明的是,图中偏离轨迹趋势的点是因为系统在刚开始周整模糊度还无法固定所导致的。

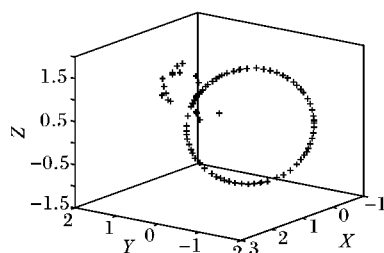


图8 在大地坐标系下的载体基线矢量

Fig. 8 Baseline vector of carrier in geodetic coordinate system

5 结语

本文介绍了双天线测姿和载波伪距差分定位模型,针对低成本接收机测姿系统的精度和抗差能力提出了一种改进算法,在基于卡尔曼滤波的基础上引入基线约束量,并且在动态情况下利用天线修正的方法降低了由于接收机钟差造成的误差。该算法相比直接法在精度和抗差性能上有所提高,周整模糊度固定后能迅速收敛。从实验结果看,在短基线1 m的情况下航向角精度能达到 0.5° ,俯仰角为 2° 。

双天线测姿技术能良好地应用于静态或动态载体的姿态监测,在低成本桥梁建筑监测、船载车载定向等领域有一定的参考价值。但是本文方法从实验结果上看俯仰角精度比航向角偏低,且系统需要30~40 s的初始化时间来固定周整模糊度,后续研究将针对提高俯仰角精度和快速模糊度解算这两方面做进一步研究。

参考文献 (References)

- [1] 程建华, 王晶, 董建明. 基于GPS直接求解姿态矩阵算法的精度分析研究[J]. 传感器与微系统, 2011, 30(11): 51-55. (CHENG J H, WANG J, DONG J M. Research and analysis on precision of attitude matrix algorithm using direct solution based on GPS [J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2011, 30(11): 51-55.)
- [2] 李俊毅. GPS姿态测量及相关技术的研究[D]. 郑州: 信息工程大学, 2004: 23-26. (LI J Y. Research on GPS attitude measurement and related technologies [D]. Zhengzhou: Information Engineering University, 2004: 23-26.)
- [3] 王潜心. 机载GPS动态定位定速与定姿理论研究及软件开发[D]. 长沙: 中南大学, 2011: 100-101. (WANG Q X. Research of airborne GPS kinematic position velocity and attitude determination and software development [D]. Changsha: Central South University, 2011: 100-101.)
- [4] 余小龙, 胡学奎. GPS RTK技术的优缺点及发展前景[J]. 测绘通报, 2007, (10): 39-41. (YU X L, HU X K. GPS RTK technique: merits, demerits and perspective [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2007, (10): 39-41.)
- [5] WILLI D, ROTHACHER M. GNSS attitude determination with non-synchronized receivers and short baselines onboard a spacecraft [J]. GPS Solutions, 2017, 21(4): 1605-1617.
- [6] JI X, YU C, CHEN W, et al. GNSS 3D attitude measurement system based on dual-antenna receiver with common clock [C]// Proceedings of the 2017 Forum on Cooperative Positioning and Service. Piscataway, NJ: IEEE, 2017: 223-227.
- [7] DONG D, CHEN W, CAI M, et al. Multi-antenna synchronized global navigation satellite system receiver and its advantages in high-precision positioning applications [J]. Frontiers of Earth Science, 2016, 10(4): 772-783.
- [8] ZHANG S, YU S, LIU C, et al. A dual-linear kalman filter for real-time orientation determination system using low-cost MEMS sensors [J]. Sensors, 2016, 16(2): No. 264.
- [9] LU G. Development of a GPS multi-antenna system for attitude determination [D]. Calgary: University of Calgary, 1995: 43-44.
- [10] 陈凯, 孙希延, 纪元法, 等. 基于载波相位差分的形变监测高精度定位算法[J]. 计算机应用, 2019, 39(4): 1234-1239. (CHEN K, SUN X Y, JI Y F, et al. High-precision positioning algorithm for deformation monitor based on carrier phase difference [J]. Journal of Computer Applications, 2019, 39(4): 1234-1239.)
- [11] 蔡艳辉, 程鹏飞, 李夕银. 用卡尔曼滤波进行GPS动态定位[J]. 测绘通报, 2006(7): 6-8. (CAI Y H, CHENG P F, LI X Y. Kinematic point positioning with Kalman filtering [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2006(7): 6-8.)
- [12] VERHAGEN S, LI B, GEODESY M. LAMBDA software package: Matlab implementation, Version 3.0 [EB/OL]. [2018-09-06]. https://www.researchgate.net/publication/236213370_LAMBDA_software_package_Matlab_implementation_Version_30.
- [13] OGLE T L, BLAIR W D. Fixed-lag alpha-beta filter for target trajectory smoothing [J]. Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2004, 40(4): 1417-1421.
- [14] CHANG X, YANG X, ZHOU T. MLAMBDA: a modified LAMBDA method for integer least-squares estimation [J]. Journal of Geodesy, 2005, 79(9): 552-565.
- [15] 刘超, 高井祥, 余子晏, 等. GPS/伪卫星相对定位中伪卫星优化布设模型研究[J]. 中国矿业大学学报, 2012, 41(1): 120-126. (LIU C, GAO J X, YU Z Y, et al. An optimal pseudolites location model of GPS/pseudolites integrated relative positioning [J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2012, 41(1): 120-126.)
- [16] 王趁香, 葛茂荣, 祝会忠, 等. BDS/GPS组合静态相对定位算法探讨[J]. 定位学报, 2017, 5(2): 93-97, 102. (WANG C X, GE M R, ZHU H Z, et al. Discussion on static relation positioning algorithm of combined BDS/GPS [J]. Journal of Navigation and Positioning, 2017, 5(2): 93-97, 102.)

This work is partially supported by the National Key R&D Program (2018YFB0505103), the National Natural Science Foundation of China (61561016, 11603041), the Project of Guangxi Natural Science Foundation (2018GXNSFAA050123), the Director Fund of Guangxi Key Laboratory of Precision Navigation Technology and Application (DH201803), the Postgraduate Innovation Education Project of Guilin University of Electronic Technology (2018YJCX28, 2019YCX037), the Guangxi Science and Technology Hall (AA17202033).

WANG Shouhua, born in 1975, M. S., associate professor. His research interests include information processing, navigation and positioning.

LI Yunke, born in 1993, M. S. candidate. His research interests include Global Navigation Satellite System (GNSS), attitude determination, embedded applications.

SUN Xiyan, born in 1973, Ph. D., research fellow. Her research interests include satellite navigation, electronic countermeasures.

JI Yuanfa, born in 1975, Ph. D., professor. His research interests include satellite communication, satellite navigation, digital signal processing.