

數理與人文*

丘成桐

本文原載《數理與人文》叢書, 取得作者及叢書編輯同意轉載, 謹此致謝。

— 數學傳播編輯部

丘成桐, 當代數學大師, 現任哈佛大學講座教授, 1971 年師從陳省身先生在加州大學伯克利分校獲得博士學位。發展了強有力的偏微分方程技巧, 使得微分幾何學產生了深刻的變革。解決了卡拉比 (Calabi) 猜想、正品質猜想等眾多難題, 影響遍及理論物理和幾乎所有核心數學分支。年僅 33 歲就獲得代表數學界最高榮譽的菲爾茲獎 (1982), 此後獲得 MacArthur 天才獎 (1985)、瑞典皇家科學院 Crafoord 獎 (1994)、美國國家科學獎 (1997)、沃爾夫獎 (2010) 等眾多大獎。現為美國科學院院士、中國科學院和俄羅斯科學院的外籍院士。籌資成立浙江大學數學科學研究中心、香港中文大學數學研究所、北京晨興數學中心和清華大學數學科學中心四大學術機構, 擔任主任, 不取報酬。

1. 引言

從古到今, 無論是科技、數學或人文科學, 內容愈來愈豐富, 分支也愈來愈多。考其原因, 一方面是由於工具愈來愈多, 能夠發現不同現象的能力也比以前大得多, 一方面全世界的人口大量增長, 不同種族、不同宗教、不同習俗的人在互相交流後, 不同觀點的學問得到融會貫通, 迸出火花, 從而產生新的學問。

從前孔子討論自己的學問時說: 吾道一以貫之。現在的學科這麼多, 這麼複雜, 今天有人能做得到孔子所說的一以貫之嗎? 我現在來探討這個問題。

學者在構造一門新的學問, 或是引導某一門學問走向新的方向時, 我們會問, 他們的原創力從何而來? 為什麼有些人看得特別遠, 找得到前人沒有發現的觀點? 這是不是一個理性的選

*本文由作者於 2015 年 1 月 9 日根據其在各地演講的講稿修訂而成。此版是作者授權確認的唯一正版本。

擇？還是因為讀萬卷書而得到的結果？

上述這些當然都是極其重要的原因，但是我認為最重要的創造力，有了扎實的基礎後，卻源於豐富的感情。

2. 文以載道，氣象萬千

在中國文學史上，我們看到：屈原作楚辭，李陵作河梁送別詩，太史公作史記，諸葛亮寫出師表，曹植作贈白馬王彪詩，庾信作哀江南賦，王粲作登樓賦，陶淵明作歸去來兮辭，他們的作品都可以說是千古絕唱。然後，我們又看到李白、杜甫、白居易、李商隱、李煜、柳永、晏殊、蘇軾、秦觀、宋徽宗、辛棄疾，一直到清朝的納蘭容若、曹雪芹，他們的文章詩詞，熱情澎湃，迴腸盪氣，感情從筆尖下滔滔不絕地傾瀉出來，成為我們今天見到的瑰麗的作品。看來，這些作者，並未刻意為文，卻是情不能自禁。絕妙好文，沖筆而出。

何以故？孟子說：吾善養吾浩然之氣也。太史公說：意有所鬱結也。能夠影響古今傳世文章的氣必須要至柔至遠，至大至剛！

南北朝時，劉勰著文心雕龍，他評論五經，認為從文學的角度來看，經文都是上品，以其載道也，載道的文章必定富有文氣。道不一定是道德，也可以是自然之道。至於數理方面，也講究相似的文氣。

自希臘的科學家到現代的大科學家，文筆泰半優美雅潔。正如上述，他們並沒有刻意為文，然而文既載道，自然可觀。數理之與人文，實有錯綜交流的共通點，互為學習。

3. 科學的基礎：公理和哲學

古代希臘人和中國戰國時的名家，雅好辯論，尋根究底。在西方，因此而產生了公理的研究，影響了整個自然科學的發展。從歐幾里得的幾何公理到牛頓的三大定律，再到愛因斯坦的統一場論，莫不與公理的思維有關。

無論在西方或是在中國，科學的突變或革命都以深刻的哲學思想為背景。希臘哲學崇尚自然，為近代的自然科學和數學發展打好了基礎。中國人偏重人文，在科學上主要的貢獻在應用科學。但有趣的是，中國人提出五行學說，希臘人也企圖用五種基本元素來解釋自然現象，柏拉圖甚至用當時發現的五個最對稱的正則多面體來跟這些元素一一對應。中國人提出陰陽的觀念，西方人也講究對偶，事實上，希臘數學家研究的射影幾何就已經有極點 (pole) 和極線 (polar) 的觀念。文藝復興時的畫家則研究投影幾何 (perspective geometry)，對偶的觀念，從那些時候，就已經開始了。

值得一提的是，對偶的觀念雖然肇源於哲學和文藝思想，但對近代數學和理論物理的影響，至大且巨。在現代數學和粒子物理中，由對偶理論推廣到對稱群的觀點，得到的結果，更是具體入微。七十年前，物理學家已經發現負電子的對偶是正電子，而幾何學家則發現光滑的緊致空間存在著龐加萊對偶性質，到了 70 年代，高能物理學最成功的標準型理論的主要骨幹就是幾個重要的對稱群的表示，這種表示理論在近代幾何和數論也有著奠基性的重要作用。近三十多年來，物理學家發現他們在 70 年代引入的超對稱觀念，可以提供粒子物理和幾何豐富的思想，它預測所有粒子都有超對稱的對偶粒子，同時極小的空間和極大的空間可以有相同的物理現象，假如實驗能夠證明超對稱的想法是正確的話，陰陽對偶就可以在基本物理中具體地表現出來了，說不定現代物理的概念可以修正和改進中國人對陰陽的看法。

文藝復興時期的科學家理文並重，他們也將科學應用到繪畫和音樂上去。從笛卡兒、伽利略到牛頓和萊布尼茨，這些大科學家們在研究科學時，都講究哲學思想，通過這種思想來探索大自然的基本原理。以後偉大的數學家高斯、黎曼、希爾伯特、外爾 (Hermann Weyl) 等都尋求數學和物理的哲學思想。黎曼創造黎曼幾何，就從哲學和物理的觀點來探討空間的基本結構。至於愛因斯坦在創造廣義相對論時，除了用到黎曼幾何的觀念外，更大量地採用到哲學家恩斯特·馬赫 (Ernst Mach) 的想法。

4. 地域文化對科學人文的影響

每個國家，每個地方，甚至每個大學，它們發展出來的科學、技術，雖然都由同樣的科學基礎推導而來，結果卻往往迥異。這是什麼原因呢？除了制度和經費投入不一樣以外，更重要的是它們有不同的文化背景，不同地方的科學家對自然界有不同的感受。他們寫出來的科學文章和科技成果往往受到家庭社會背景和宗教習俗的影響。他們學習的詩詞歌賦、文學歷史也都與他們的科技成就有密切的關係。

舉個例子，在中國成長的數學家，就受到地域和導師的影響很大，不少的中國數學家喜歡讀幾何，大概是受到陳省身先生的影響；其次是讀解析數論，則是受到華羅庚先生的影響。而這些數學家裡，又以江浙人占大多數，大概是這些地方比較富庶，又得西方風氣之先。印度的學者，則受 Srinivasa Ramanujan 和 Harish Chandra 的影響，喜歡數論和群表示論。日本近代數學的幾位奠基者，包括高木貞治 (Takagi Teiji) 在內，家裡都是精通蘭學的學者，對荷蘭文有很好的認識，因此他們比較容易接受西方的數學觀念。

我遇見過很多大科學家，尤其是有原創性的科學家，對文藝都有涉獵。他們的文筆流暢，甚至可以媲美文學家的作品。其實文藝除了能夠陶冶性情以外，文藝創作與科學創作的方法實有共通的地方。

5. 中國人的感情和理想

出色的理文創作，必須有濃厚的感情和理想，在這一點上，中國人並不比西方人遜色。中國古代學者都有濃厚的感情，它們充分地表現在詩詞歌賦上。

其實中國文化在文藝以外的活動，表現出來的感情也是極為豐滿的。在中國古代，不少人爲了理想而不惜性命。當年張騫出使西域，間關萬里。西域的文化、農產和牲畜，因此源源不絕地輸入中原。而衛青和霍去病賓士大漠，寶憲勒石燕然，出生入死，才去除匈奴數百年來在北方做成的禍患。霍去病曾說：匈奴未滅，何以家爲？有了這些勇氣，這種志願，他們才能夠建立這些名垂千古的事蹟。

東晉時，外族入侵，中原板蕩，祖狄謀復中原之地，帶兵渡江時，祖狄擊楫而誓，說「祖狄不能清中原而復濟者，有如此江！」這是何等的志氣！何等的應許！

在魏晉南北朝和唐朝，僧人爲求佛法，不惜捨命于沙漠和大海，終於帶回大量的經卷。其中一個典型的例子是東晉時的法顯，他爲求佛法，在五十九歲的高齡，行走河西走廊，過玉門關，橫越沙河，翻過葱嶺，直達印度。其間歷盡艱險，苦學梵文和抄寫經典後，又在海上多次遇難，才回到中原。全程十三年四個月，他自己在佛國記裡面說：「顧尋所經，不覺心動汗流。所以乘危履險，不惜此形者，蓋是志有所存。專其愚直，故投命于不必全之地，以達萬一之冀。」這種毅力，真是值得我們欽佩。

宋朝文天祥被蒙古人囚禁時，作正氣歌。他認爲天地間有一種正氣，這個氣是文學家和科學家共同享有的，也就是孟子說的浩然之氣。我們在創作的時候，這種氣會表現出來。現代的傑出科學工作者，肉體上未必經得起上述諸賢的艱苦經歷，但他們做研究時堅持的意志卻可以跟上述諸賢媲美。初學者需要欣賞和學習這種意志。

6. 科學和人文的共同點

文人墨客，詩詞歌賦，最能表達這種高尚的情懷。所以科學家與文學家有很多能夠產生共鳴的地方。事實上，科學家和文學家除了有共同的感情以外，在研究的方法上，也有很多類似的地方。

我從前寫了一篇文章，用不同的例子指出數學家可以用和古代中國文學家賦比興類似的手法，做出第一流的創作。

現在再舉另一個例子：

蘇東坡是北宋的大文豪，一代詞宗。他作了一首《洞仙歌》：

冰肌玉骨，自清涼無汗。水殿風來暗香滿。繡簾開，一點明月窺人，人未寢，倚枕釵橫鬢亂。起來攜素手，庭戶無聲，時見疏星渡河漢。試問夜如何，夜已三更，金波淡，玉繩低轉。但屈指，西風幾時來，又不道，流年暗中偷換。

這首詞的背景是：蘇軾在七歲時，見過眉山地方的一個老尼，姓朱，年約九十，自己說曾經去過蜀主孟昶的宮廷中。有一日，天氣炎熱，蜀主和他的妃子花蕊夫人深夜納涼于摩訶池上。孟昶作了一首詞，這個尼姑還能記得這首詞，並告訴了蘇軾。四十年後，蘇軾只能夠記得詞中前兩句。蘇軾有天得暇，尋找詞曲，猜測這詞應該為洞仙歌令。因此蘇軾循著這兩句的做意和猜測蜀主的想法，將這首詞續完。

蘇軾續詞對中國文學是一個貢獻。但我們想想，不同的文人對著殘缺的詞句，一定會有不同的反應。

假如是清代的乾嘉學者，就可能花很多時間對這件事做考據，得出一個結論：這詞不可考！因此不會去續這首詞。

有一些文人，可能沒有能力去猜測到這詞的詞牌名，當然也不會做任何事。

另外有一些文人，可能像蘇軾一樣，猜到了詞牌名，卻沒有興趣去將它續起來。還有一些文人，雖然找到詞牌名，但文學功力太差，續出來的可能是沒有趣味的詞。但是蘇軾卻興致勃勃地花了時間去推敲、去猜測，寫了一篇傳世的傑作！

我為什麼要舉這個例子呢？因為科研的創作有類似的情形。上述四個不同的描述正好反映了清初到近代，中國科學發展的幾個階段！

但有一點值得注意的是，蘇軾深愛文學，才會在四十年後還記得七歲學過的詞的前兩句，但是縱然這是絕妙好句，有多少人過了一兩年後還記得別人寫的詞？從這裡也可以看到學者的感情所在。坦白說，我本人五十年前讀這首詞，到現在也還記得詞中這兩句。但是我教我的小孩念詞，過了兩三年後他們就全部忘記了。

現在來看看科學的發展，在 1905 年時，物理學家知道兩個重要的理論，就是牛頓的引力場論和狹義相對論。它們都與引力有關，同時都基本正確，卻互相矛盾。愛因斯坦對這個問題有無比的興趣，他知道這兩個理論是一個更完美的引力理論的一部分，他在數學家閔科夫斯基、高斯、黎曼和希爾伯特的幫忙下，完成了曠世大作，就是我們欽佩的廣義相對論。

愛因斯坦的創意和能力當然遠勝於蘇軾補洞仙詞，但卻有點兒相似。我來做一個不大合適的比擬，蘇軾記得蜀主的兩句詞，一句可比擬為牛頓力學，另一句可比擬為狹義相對論裡面的洛倫茲變換。愛因斯坦花了十年工夫來研究引力場，就是從這兩件事情作為出發點，用他深入的物理洞察力和數學家提出的數學結構，才完成他留名千古的引力理論！這一點有點兒像蘇軾在續詞時，對四川有深入的瞭解，又能體會到孟昶和花蕊夫人在摩訶池水晶殿裡的情形，心有所感，



才能以他高明的手法續完這首詞。

但這裡有一個重要的分別，假如愛丁頓 (Arthur Stanley Eddington) 在 1919 年時沒有用望遠鏡觀察證明廣義相對論的話，那麼無論愛因斯坦的理論多漂亮，仍然不是一個重要的工作。物理學需要實驗，數學需要證明，文學卻不需要這麼嚴格，但是離現象界太遠的文學，終究不是上乘的文學。

一首詞續得好，需要有文學修養，也需要有意境，才能夠天衣無縫，但和大型歌劇或小說比較，它的創作，還是來得容易些。

7. 文學和科學中的大型創作

現在來看看文學和科學的領域裡，大型的結構是如何被創作出來的。中國最有名的經典著作要數紅樓夢，它的作者曹雪芹並沒有將這部巨著全部完成，這可是千古憾事，我們如何將它續完呢？除了需要有出色的文學技巧外，還需要瞭解該書的內容和背景，由於這部書的內容錯綜複雜，從現代的觀點來看，可能需要用統計和數學的方法來幫忙。

當年曹雪芹寫紅樓夢，借用了自身的經歷來描述封建社會大家族所遇到的無可避免的腐敗和墮落，也描述了當年家族的榮華富貴。他與評書人脂硯齋，一路著書，一路觸目愁腸斷。整本書可以說是以血書成，作者自己也說：十年辛苦非尋常。書中表現出來的筆墨，充滿了他澎湃的感情，但卻是有條有理的創造和敘述。在這本書差不多完成時，作者卻因傷感而去世了，「芹為淚盡而逝」。但至今還沒有任何作者能夠將這部巨著完滿地續成，對曹雪芹當年的想法如何處理，還是爭論不已的大問題。

曹雪芹和他的家族的經歷當然是多姿多彩，但是他不可能將真事盡數寫下來。畢竟事情有先後輕重之分，又為了將真事隱去，他不可能不創造一些情節、一些詩詞、一些交談內容來完成一個完整的圖畫，他用了種種不同的手法，將舊社會與大家庭的腐敗以及個人的經歷用富有感情的文筆表現出來。曹雪芹以後，很多學者想學他的寫法，效果卻相差甚遠，除了文學水準不如曹雪芹外，他們寫書時感情的濃郁和曹雪芹的內心世界是無法比擬的。

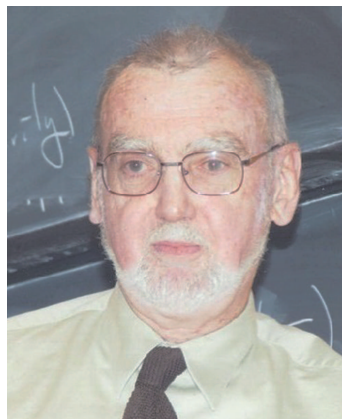
紅樓夢的創作過程有如一個大型的數學創作，或者一個大型的科學創作。數學家和科學家，也是企圖構造一個架構，來描述見到的數學真理，或是大自然的現象。在這個大型結構裡，有很多已知的現象或者定理。在這些表面上沒有明顯聯繫的現象裡，我們要企圖找到它們的關係。當然我們還需要證明這些關係的真實性，也需要知道這些關係引起的效果。

但如何找到這些聯繫的方法，因人而異。在小說的創作裡，小說家的能力和經歷，會表現在這些地方。一個好的科學家，都會創造自己的觀點，或者說自己的哲學觀點，來觀察我們研究的大結構，例如韋伊 (André Weil) 要用代數幾何的方法來研究數論的問題，而朗蘭茲 (Robert

Langlands) 要用自守型表示理論來研究數論。他們在建立現代數論的大結構時, 就用了不同的手法來聯繫數論中不同的重要部分, 得到數論中很多重要的結論, 令人驚訝的是: 他們得到的結論往往一樣, 殊途同歸。當年我和一群朋友建立幾何分析這門學問時, 就採取一個觀點, 就是大量的幾何現象需要用非線性微分方程來解釋, 方程的解往往可以決定空間的幾何性質。幾何學家想研究的現象包括了子流形和不同的幾何結構, 我在 1976 年完成的卡拉比猜想就是要構造複流形上的幾何結構, 方法是解非線性微分方程。



安德烈·韋伊 (1906~1998)



羅伯特·朗蘭茲 (1936~)

以後大家開始重視這種方法, 非線性方程因此橫跨各個領域。除了複幾何外, 我當時想做三維空間的幾何結構問題。但是我的同學瑟斯頓 (William Thurston) 也認識到這個問題的重要性, 他用偏向於拓撲學和黎曼面的方法, 將這個問題的重要部分率先解決了。可見做學問的方法不拘一格。但是三維空間的結構問題, 最後還得用幾何分析的方法來完成。

8. 科學的美和科學家的主觀情感

能夠左右科學發展主流的科學必須有如下的性質: 它能夠對大自然、對數學的現象有普遍和深入的瞭解, 在物理學, 我們對一些現象進行抽象, 進行解釋, 從而構造一些理論, 在得到這些理論後, 我們去推導, 去找尋新的現象, 於是重新觀察, 重新做實驗, 來驗證這些構造出來的理論。當這些理論被驗證後, 假如應用範圍很廣泛, 我們就稱它為定律。受到歐幾里得公理化的影響, 牛頓力學的基礎在三大定律, 三大定律的敘述極為簡單, 而描述的現象卻極度深刻, 它的真實不受時空的限制! 這是一千多年來, 無數物理學家智慧的結晶。

從歷史中, 我們看到將無數有意義的現象抽象和總結而成為定律時, 中間的過程總是富有情感的! 在解決大問題關鍵的時候, 科學家的主觀情感起著極為重要的作用, 這種情感是科學

發現的原動力! 面對著震撼我們心弦的真理時, 好的科學家會不顧一切, 不惜冒生命的危險去發掘真理, 去挑戰傳統的理論, 甚至於得罪權貴, 伽利略對教會的著名挑戰就是這種情感表現的一面。

為什麼?

當一個科學家發現他們推導出來的定律或定理是如此簡潔, 如此普遍, 如此有力地解釋各種現象時, 他們不能不讚歎自然結構的美妙, 也為這個定律或這個定理的完成而滿意。這個過程值得一個科學家投入畢生的精力! 苟真理之可知, 雖九死其猶未悔!

文學藝術也一樣, 紅樓夢、莎士比亞全集、詩經、楚辭表現出來的感情, 跨越時空, 普羅大眾都能夠感受到, 好的藝術必須能夠表現出作者的感情, 即使寫景, 也可以融合感情在內! 曹雪芹寫紅樓夢, 筆尖帶著他畢生的感情, 以後學紅樓夢的作者不知多少, 但是都缺乏這個深入的感情, 所以都沒有學好。

由於藝術家的經驗是在他們存身的社會吸取得來的, 也是在觀察普羅大眾得到的, 他們的著作反映的感情也往往代表著當時社會大眾的感情, 這一點和科學觀察有類似的地方。

用一個主要的思想來建造大型科學結構跟文藝創作也很相似, 曹雪芹創作紅樓夢時的一個重要觀點就是以情悟道, 以四大家族的衰敗來烘托這個感情。羅貫中寫三國演義, 就是要弘揚以劉氏為正統, 貶低曹魏氏的思想。

20 世紀代數幾何和算術幾何的發展就是一個宏偉的結構, 比紅樓夢的寫作更瑰麗、更結實, 但它是由數十名大數學家共同完成的。在整個數學洪流中, 我們見到大數學家各展所能, 發展不同的技巧, 解決了很多懸而未決的問題, 但是能左右整個主流方向的數學家, 實在不多, 我們上面提到過的韋伊和朗蘭茲就是很好的例子。

我們需要培養一些能望盡天涯路, 又能衣帶漸寬終不悔的學者, 這需要濃郁的文化和感情的背景才能產生出來。正如宋徽宗詞中的敘述: 天遙地遠, 萬水千山, 知他故宮何處, 怎不思量, 除夢裡有時曾去!

從這裡, 也許可以看到中西數學的不同。直到如今, 除了少數兩三個大師外, 中國數學家走的研究道路基本上還是蕭規曹隨, 在創新的路上, 提不起勇氣, 不敢走前人沒有走過的路! 我想這一點與中國近幾十年來, 文藝教育不充足, 對數理感情的培養不夠有關。

9. 科學和人文學家要求的完美圖畫

我們現在來看另外一個例子, 來解釋數理與人文共通的地方: 文學家和科學家都想構造一個完美的圖畫, 但每個作者有不同的手法。

在漢朝，中國數學家已經開始研究如何去解方程式，包括計算立方根，到宋朝時，已經可以解多次方程，比西方早幾百年，但解決的方法是數字解，對方程的結構沒有深入的瞭解。

一個最簡單的問題就是解二次方程：

$$x^2 + 1 = 0.$$

這個方程沒有實數解，事實上，無論 x 是任何實數，方程的左邊總是大於零，所以這個方程式沒有實數的解，因此中國古代數學家不去討論這個方程式。

大約在四百多年前，西方數學家開始注意這個方程，文藝復興後的義大利數學家發現它跟解三次和四次方程有關。他們知道上述二次方程沒有實數解，就假設它還是有解，將這個想像中的解叫作虛數。

虛數的發現，可了不起得很！它可以媲美輪子的發現。有了虛數後，西方學者發現所有多項式方程都有解，而且解的數目剛好是多項式的次數。所以有了虛數後，多項式的理論才成為完美的理論。完美的數學理論很快就得到無窮的應用。事實上，其後物理學家和工程學家發現虛數是用來解釋所有波動現象最佳的方法，這包括音樂、流體和量子力學裡面波動力學的種種現象。數論研究的重要部分是整數，但為了研究整數，我們無可避免地要大量用到複數的理論來幫忙。在19世紀初葉，柯西和黎曼開始了複變函數的研究，將我們的眼界由一維推廣到二維，改變了現代數學的發展。黎曼又引入了 Zeta 函數，發現了複函數的解析性質可以給出整數中的質數 (prime number) 的基本性質。另一方面，他也因此開發了高維拓撲這個學科。

由於複數的成功，數學家企圖將它推廣，製造新的數域，很快就發現除非放棄一些條件，否則那是不可能的。但是漢米爾頓 (William Rowan Hamilton) 和凱利 (Arthur Cayley) 先生卻在放棄複數域中某些性質後，引進四元數 (quaternion) 和八元數 (Cayley numbers) 這兩個新的數域。這些新的數域影響了狄拉克 (Paul Dirac) 在量子力學的構想，創造了狄拉克方程。從這裡可以看到數學家和物理學家為了追求完美化而得到重要的結果。

其實物理學上很多偉大的發現，是偉大的科學家通過一些思考的實驗和他們深入的洞察力得到的。愛因斯坦創造廣義相對論時，人類觀察到的宇宙空間實在不大，他卻得到數學家的大力幫助。在愛因斯坦完成廣義相對論後，外爾和很多科學家開始融合引力場理論和電磁場理論，外爾率先提出規範場的理論，經過十年的掙扎，才將麥克斯韋的電磁理論看作和廣義相對論類似的規範場論，在物理學上，這是一個偉大的突破。二十多年以後，泡利 (Wolfgang Pauli)、楊振寧和米爾斯 (Robert L. Mills) 將規範群推廣到非交換群後，完成了一般的規範場理論，成為近代物理學標準模型的基礎。

有趣的是，外爾說：假如理論和見到的現象界有衝突，而這個理論漂亮而簡潔的時候，我寧願相信理論。這個看法對規範場理論的發展，有很大的幫助！在這裡，我們看到文學家和科學家

類似的。狄拉克在完成他的方程後，他說他的方程比他自己更有深度，因為它優美地描述了基本粒子的性質，並在實驗室中得到證明，有些性質是狄拉克在創造這個方程前沒有辦法想像的。這是科學創新中產生的一個奇妙的現象，我們用以瞭解真理的工具往往會帶領我們向前，不斷地向前摸索！

將一個問題或現象完美化，然後，將完美化後的結果應用到新的數學理論，來解釋新的現象，這是數學家的慣用手法，這與文學家有很多相似的地方，只不過文學家用這種手法來表達他們的感情罷了。

舉例來說，在中國古代有很多傳說，很多是憑想像，將得到的一些知識，循當時作者或當政者的需要而完成一些著作，所以我們看到東漢劉向父子作偽經，也看到山海經的寫作，誇大地描述很多無法證明的事件。

中國詩詞也有不少的例子。例如，李商隱和李白就創作了「錦瑟無端五十弦」和「白髮三千丈」這兩句誇大的詩句。

在明清的傳奇小說裡，這種寫法更加流行，西遊記裡面描述的很多事情只有很少部分是事實，三國演義裡孔明借東風的事是作者爲了誇大諸葛亮的能力而寫出來的。

文學家爲了欣賞現象或者舒解情懷而誇大而完美化，但數學家卻爲了瞭解現象而構建完美的背景。我們在現象界可能看不到數學家虛擬結構的背景，但正如數學家創造虛數的過程一樣，這些虛擬的背景卻有能力來解釋自然界的奇妙現象，在數學家的眼中，這些虛擬背景，往往在現象界中呼之欲出，對很多數學家來說，虛數和圓球的觀念都可以看作自然界的一部分。現在粒子物理學裡面有一個成功的理論叫作誇克理論，它和虛數理論有異曲同工之妙，人們從來沒有看見過誇克，但是我們感覺到它的存在。

有些時候，數學家利用幾千頁紙的理論來將一些模糊不清的具體現象用極度抽象的方法去統一、去描述、去解釋。這是數學家追求完美化的極致，值得驚奇的是，這些抽象的方法居然可以解決一些極爲重要的具體問題，最出名的例子就是格羅滕迪克 (Alexandre Grothendieck) 在韋伊猜想上的偉大工作。物理學家在 70 年代引進的超對稱也是將對稱的觀念極度推廣，我們雖然在實驗室還沒有見到超對稱的現象，但它已經引發了很多重要的物理和數學上的思維。

10. 優秀的科學家需要人文的訓練

近代數學家在數學不同的分支取得巨大的成果，與文學家的手段極爲類似。所以我說好的數學家最好有人文的訓練，從變化多姿的人生和大自然界得到靈感來將我們的科學和數學完美化，而不是禁錮自己的腳步和眼光，只跟著前人的著作，做小量的改進，就以爲自己是一個大學者。

中國數學家太注重應用，不在乎數學嚴格的推導，更不在乎數學的完美化，到了明清時期，中國數學家實在無法跟文藝復興時期的數學家比擬。

有清一代，數學更是不行，沒有原創性！可能是受到乾嘉考證的影響，大多好的數學家跑去考證九章算術和唐宋的數學著作，不做原創性的工作。和同一個時代，文藝復興以後的義大利、英國、德法的學者不斷嘗試的態度迥異。找尋原創性的數學思想，影響了牛頓力學，因此產生了多次的工業革命。

到今天，中國的理論科學家在原創性方面還是比不上世界最先進的水準，我想一個重要的原因是我們的科學家在人文方面的修養還是不夠，對自然界的真和美感情不夠豐富！這種感情對科學家和文學家說，其實是共通的。我們中華民族是一個富有感情和富有深度的民族。上述的文學家、詩人、小說家的作品，比諸全世界，都不遑多讓！

但是我們的科學家對人文的修養卻不大注意，我們管理教育的官員們卻有很奇怪的教育政策，他們大概認為語文和歷史的教育並不重要，用了一些淺顯而沒有深度的通識教育來代替這些重要的學問，大概他們以為國外注重通識教育的緣故吧。但這是捨本逐末的事情。坦白說，我還沒有看到過哪個有水準的國家和城市不反反覆覆地去教導國民們本國或本地的歷史的。我的兩個孩子在美國一個小鎮讀書。他們在小學、在中學將美國三百年的事情念得滾瓜爛熟！因為這是美國文化的基礎。

我敢說：不懂或是不熟讀歷史的國民，他們必定認為自己是無根的一代，一般來說，他們的文化根基比較膚淺，容易受人愚弄和誤導。這是因為他們看不清楚現在發生事情的前因後果。史為明鏡，它不單指出古代偉人成功和失敗的原因，它也將千年來我們祖先留下來的感情傳給我們，我們為秦皇漢武、唐宗宋祖創下的豐功偉績感到驕傲，為他們的子孫走錯的路而感歎！中國五千年豐富的文化使我們充滿自信心！我們為什麼不好好地利用祖先留給我們的遺產？

或許有人說，我不想做大科學家，所以不用走你所說的道路。其實這事並沒有矛盾。當一個年輕人對自己要學習的學問有濃厚的感情後，學習任何學問都會輕而易舉！至於數學和語文並重，則是先進國家（如美國等）一向認為是理所當然的。美國比較好的大學收學生時都看 SAT 的成績，最重要部分，考的就是語文和數學。

除了考試以外，美國好的中學也鼓勵孩子多元化，儘量涉獵包括人文和數理的科目。美國有很多高品質的科普雜誌，銷量往往都在百萬本以上。而中國好的科普不多，銷量也少得可憐，從這點就可以看到中西文化的異同，希望我們會逐漸改進！

11. 博雅教育

最後要指出，數理人文和所謂博雅教育 (liberal education) 有莫大關係。哈佛大學文理

學院院長在2006年的周年通訊中說：「讓我重申博雅教育的重要性。」博雅教育的目標廣闊，既著眼於基礎知識，鑒古知今，推理分析，又能培養學生在藝術上的創造性，兼且對科學的概念和實驗的精準性有所瞭解，同時也強調因材施教 (Bildung)，反對重複不斷地操練 (Übung)，頂住了過早學科化 (specialization) 和專業化 (professionalization) 的潮流。以培養專業人才為目標是好些名校的優良傳統，但這絕非哈佛大學的使命。哈佛學子在專注于某門學問的同時，我們希望他們成為一個事事關心、善於分析和獨立思考的人，畢業後矢志貢獻於社會，並終生學習不已。

臺灣實業家、台積電董事長張忠謀先生對上述看法甚為贊同。他說：「博雅教育啟發我的興趣，充實我的人生，影響非常大。我曾說過，如果沒有紅樓夢、莎士比亞、貝多芬等，我的生命會缺少一塊。對於我的工作而言，博雅教育增進我的獨立判斷的思考能力，讓我從工程師、工程經理、總經理、執行長到董事長一路走來，無論擔任任何種職務都受益良多。」

張董事長在企業上極為成功，可以見到數理和人文關係的重要性。

美國名校的教育使得不少學者跨越不同的領域而得到極大的成就！有些學生在本科時讀英文系，畢業後卻可以成功地創立高科技公司。對當代數學物理有極為傑出貢獻的威騰 (Edward Witten) 教授在本科時念歷史系。這些例子在美國名校不勝枚舉，但在華人社會卻不多見。這應當歸功於美國博雅教育的結果，也就是數理與人文並重的結果。

中國的教育始終離不開科舉的陰影，以考試取士，系統化地出題目，學生們對學問的興趣，集中在解題上，科研的精神仍是學徒制，很難看到尋找真理的樂趣。西方博雅教育的精神確實能增廣我們的視野，激勵我們的感情，更能夠培養大學問的成長。舉例來說，哈佛大學的 freshman seminar，可以說是於學無所不窺！連我前幾年寫的一本叫作《大字之形》的科普書，物理系有些教授也用來作為通識課本。多讀多看課本以外的書，對我們做學問、做人處世都會大有說明！

好的文學詩詞，發自作者內心，生生不息，將人與人的關係、人對自然界的感受表現出來。激情處，可以動天地，泣鬼神。而至於萬古長存，不朽不滅！偉大的科學家不也是同樣要找到自然界的真實和它永恆的美麗嗎？

12. 後記

我在中國博物館看到羅丹 (A. Rodin) 的遺囑，在這遺囑裡我們看到雕塑家和科學家有著相同的目標。節錄如下：

生在你們以前的大師，你們要虔誠地愛他們。

可是要小心，不要模仿你的前輩。尊重傳統，把傳統所包含永遠富有生命力的東西區別出來對「自然」的愛好和真摯，這才是天才作家的兩種強烈的渴望。他們都崇拜自然，從沒有說過

說。所以傳統把鑰匙交給你們，依靠這把鑰匙，你們能避開守舊的桎梏。也正是傳統，告誡你們要不斷地探求真實，並阻止你們盲從任何一位大師。

但願「自然」成為你們唯一的女神。

對於自然，你們要絕對信仰。你們要確信，「自然」是永遠不會醜惡的，要一心一意忠於自然。

在藝術家眼中，一切都是美的，因為他銳利的目光能夠穿透任何人或物，發現其「性格」，換句話說，能夠發現其外形下透露出的內在真理；而這個真理就是美的本身。虔誠地鑽研吧，你們一定能找到美，因為你們將會發現真實。奮發地工作吧！

要有耐心！不要指望靈感。靈感是不存在的。藝術家的優良品質，無非是智慧、專心、真摯、意志。像一個誠實的工人一樣完成你們的工作吧。

在我看來，羅丹教導我們的，何止是藝術，他每一句話都可用在科研的創新上，我們用真摯純樸的感情去找尋大自然的美麗、大自然的真實。我們都感謝以前的大師，我們在他們的肩膀上向前摸索，但我們也知道他們的道路不是唯一的，讓我們勇往直前，建立我們自己瞭解大自然的道路！

—本文作者為哈佛大學終身教授—

2016 全國技專院校「文以載數創作獎」作品選集

圓謊

文 / 解佳宜

我撒了一個謊，正試圖求半徑來圓這個謊。
完美的圓，我把謊言圈在圓裡，
謊言由圓心點開始向外蔓延；
覆蓋了真相；超出圓周長；
圓就要露餡，我又圈了個圓，
罪惡感被謊言吞噬，圓膨脹起來，越脹越大，
懷疑不斷刺探著圓，圓就要被戳破，
我畫了更大的一個圓...
我撒了一個謊，我還要再畫幾個圓來圓這個謊？

—本文作者就讀長庚科技大學護理系—