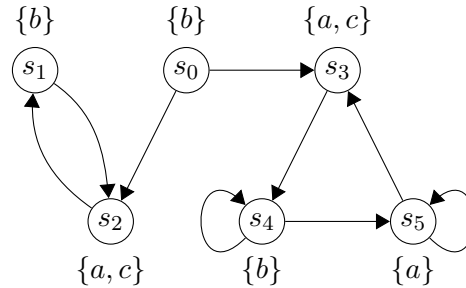


1. (8 pkt.) Zdefiniuj poniższe własności w logice LTL. Zakładamy, że zbiór AP jest postaci $AP = \{a, b, c, d\}$.

- Jeżeli w stanie początkowym spełnione są wszystkie własności, to w kolejnym stanie spełnione jest tylko d .
- Jeżeli w kolejnych dwóch stanach spełnione jest c , to od drugiego z nich począwszy nigdy nie zachodzi d .
- Od pewnego stanu począwszy spełniona jest co najmniej jedna własność.
- Zawsze od osiągnięcia stanu, w którym zachodzi d , pozostaje ono spełnione już zawsze lub do momentu, gdy zachodzi razem z c .
- Każda z własności a, b, c jest spełniona nieskończenie wiele razy, ale nigdy wszystkie trzy nie są spełnione jednocześnie.
- Zanim system osiągnie stan spełniający d zawsze spełnione jest a i co najmniej jedna z własności b lub c .
- Z każdego stanu spełniającego własności b i c można przejść do stanu spełniającego d .
- W żadnym z trzech pierwszych stanów nie są spełnione a i b jednocześnie.

2. (8 pkt.) Dany jest system tranzycyjny o podanym niżej grafie stanów. Wyznacz zbiory stanów $Sat(\Phi_i)$, $i \in \{a, b, c, d\}$, dla których spełnione są formuły CTL. Odpowiedź uzasadnij.

- $E[(a \wedge \neg(b \vee c)) \cup (\neg a \wedge \neg(b \vee c))]$
- $AXEFAG(b \vee c)$
- $AFE[b \cup (a \wedge \neg c)]$
- $AXAX(a \Rightarrow \neg c)$

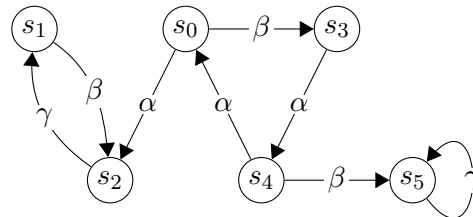


3. (8 pkt.) Zbuduj etykietowany system przejść, który ma dokładnie 4 stany, występują w nim wszystkie akcje ze zbioru $\{a, b, c\}$, nie zawiera stanów terminalnych i spełnia wszystkie podane niżej warunki. Uzasadnij, że wszystkie warunki są spełnione.

- $\langle c.a \rangle \text{ true} \wedge \langle b.a \rangle \text{ true}$
- $[true^*.c] \langle a \rangle \text{ true}$
- $[(\neg c)^*.c.true^*.b] \text{ false}$
- $[(\neg b)^*.b.true^*.\neg(a \vee c)] \text{ false}$
- $\langle a^+ \rangle \nu Z.(\langle c \rangle Z)$
- $\mu X.(\langle a \rangle \text{ true} \wedge [b] X)$
- $\nu X.(\langle a \rangle \text{ true} \wedge [c] X)$
- $[true^*.c] \nu X.(\nu Y.(\langle a \rangle X \vee \langle c \rangle Y))$

4. (6 pkt.) Dla podanych założeń dotyczących sprawiedliwości wskaż zbiory sprawiedliwych ścieżek. Odpowiedź uzasadnij.

- $\mathcal{F} = (\{\{\alpha\}\}, \emptyset, \emptyset)$
- $\mathcal{F} = (\{\{\beta, \gamma\}\}, \emptyset, \emptyset)$
- $\mathcal{F} = (\emptyset, \{\{\gamma\}\}, \emptyset)$

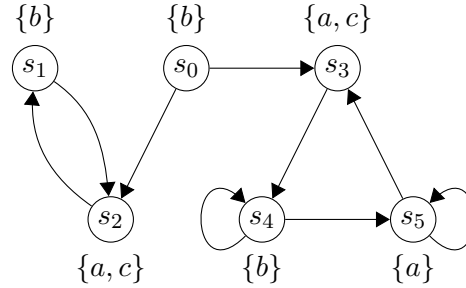


1. (8 pt.) Let a transition system with $AP = \{a, b, c, d\}$. Define the following properties using LTL logic.

- If the initial states satisfies all properties, then the next state satisfies only d .
- If any two consecutive states satisfy c then starting from the latter d never holds.
- TS reaches a state such that starting from the state at least one property holds.
- Always if d holds for a given state that starting from the state d always holds or d holds until d and c hold together.
- Each of the properties a, b, c is satisfied infinitely many times, but they (all) are never satisfied in the same state.
- For any execution, before the system reaches a state that satisfies d , property a and at least one property from the set $\{b, c\}$ are satisfied.
- From any state such that b and c are satisfied it is possible reach a state such that d holds.
- None of the first three states satisfies both a and b .

2. (8 pt.) Determine the satisfaction sets $Sat(\Phi_i)$, $i \in \{a, b, c, d\}$ for the following CTL formulas and the given transition system. Justify your answers.

- $E[(a \wedge \neg(b \vee c)) \cup (\neg a \wedge \neg(b \vee c))]$
- $AXEFAG(b \vee c)$
- $AFE[b \cup (a \wedge \neg c)]$
- $AXAX(a \Rightarrow \neg c)$

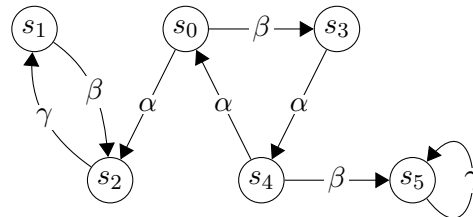


3. (8 pt.) Build a transition system without terminal states that satisfies the given formulas. The system must consist of 4 states and must contain all actions from the set $\{a, b, c\}$. Justify that your TS satisfies all given properties.

- $\langle c.a \rangle \text{ true} \wedge \langle b.a \rangle \text{ true}$
- $[true^*.c] \langle a \rangle \text{ true}$
- $[(\neg c)^*.c.true^*.b] \text{ false}$
- $[(\neg b)^*.b.true^*.\neg(a \vee c)] \text{ false}$
- $\langle a^+ \rangle \nu Z.(\langle c \rangle Z)$
- $\mu X.(\langle a \rangle \text{ true} \wedge [b] X)$
- $\nu X.(\langle a \rangle \text{ true} \wedge [c] X)$
- $[true^*.c] \nu X.(\nu Y.(\langle a \rangle X \vee \langle c \rangle Y))$

4. (6 pt.) Give all fair paths for the following fairness assumptions and the given labelled transition system. Justify your answers.

- $\mathcal{F} = (\{\{\alpha\}\}, \emptyset, \emptyset)$
- $\mathcal{F} = (\{\{\beta, \gamma\}\}, \emptyset, \emptyset)$
- $\mathcal{F} = (\emptyset, \{\{\gamma\}\}, \emptyset)$

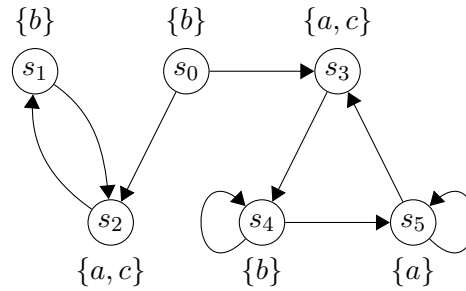


1. (8 pkt.) Zdefiniuj poniższe własności w logice μ (w punktach e)-h) użyj operatorów punktu stałego).

- Po każdym wykonaniu akcji b może zostać wykonane c (nie jest gwarantowane i nie musi wystąpić bezpośrednio po b).
- Akcje a i b nigdy nie są wykonywane po sobie (w żadnej kolejności).
- Po pierwszym wystąpieniu akcji a nigdy nie występuje sekwencja dwóch kolejnych akcji c .
- Akcja c nigdy nie występuje pomiędzy a i b .
- Po każdym wykonaniu akcji b musi zostać wykonane c (jest to gwarantowane, ale nie musi wystąpić bezpośrednio po b).
- Po wykonaniu dwóch (dowolnych) akcji system może wykonać skończoną liczbę razy sekwencję akcji $a.a.b$
- W dowolnym stanie system może realizować nieskończoną sekwencję akcji a .
- System musi rozpocząć działanie od akcji c i może wykonać tylko skończoną, nieparzystą liczbę kolejnych akcji c .

2. (8 pkt.) Dany jest system tranzycyjny o podanym niżej grafie stanów. Wyznacz zbiory stanów $Sat(\Phi_i)$, $i \in \{a, b, c, d\}$, dla których spełnione są formuły LTL. Odpowiedź uzasadnij.

- $a R (b \vee c)$
- $GF(b \Rightarrow \neg c)$
- $X(\neg a \cup b)$
- $XX\neg(a \vee c)$



3. (8 pkt.) Zbuduj system tranzycyjny bez stanów terminalnych, który ma dokładnie 4 stany i spełnia wszystkie podane niżej warunki. Zakładamy, że $AP = \{a, b, c\}$ Uzasadnij, że wszystkie warunki są spełnione.

- $a \wedge b \wedge \neg c$
- $a \wedge Xa \wedge XX(\neg a \wedge Fa)$
- $G(a \Rightarrow \neg c)$
- $GFa \wedge FGb$
- $GFc \wedge \neg FGc$
- $G(a \cup c)$
- $F(a \wedge Xc)$
- $G((a \vee b \vee c) \wedge \neg(a \wedge b \wedge c))$

4. (6 pkt.) Wykaż (podając odpowiednie przykłady systemów tranzycyjnych), że dla podanych formuł logiki CTL, nie istnieją równoważne formuły w logice LTL.

- $EF(AXa \vee EXb)$
- $AXA(a \cup (EXb))$
- $AGEF(a \wedge c)$