

1. (8 pkt.) Zdefiniuj poniższe własności w logice  $\mu$  (w punktach e)-h) użyj operatorów punktu stałego).

- Jeżeli system rozpoczyna działanie od dwóch akcji  $a$ , to po nich możliwe jest wykonanie dwóch akcji  $b$ .
- System może wykonywać tylko akcje  $a$ ,  $b$  lub  $c$ .
- Po wykonaniu akcji  $a$  system nigdy więcej nie wykonuje akcji  $b$ .
- Jeżeli działanie systemu rozpoczyna się od sekwencji akcji  $a, b, c$ , to system nie ma zakleszczeń.
- Możliwe jest wykonanie nieskończonego ciągu przejść, w którym wykonywane są tylko akcje  $a$  lub  $b$ .
- Zawsze po wykonaniu dwóch kolejnych akcji  $a$ , po skończonej liczbie kroków musi być wykonane  $b$ .
- W każdym stanie, który osiągalny jest ze stanu początkowego w wyniku wykonania wyłącznie pewnej liczby akcji  $b$ , możliwe jest wykonanie akcji  $a$ .
- W stanie początkowym system może wykonać tylko skończoną, parzystą liczbę kolejnych akcji  $b$ .

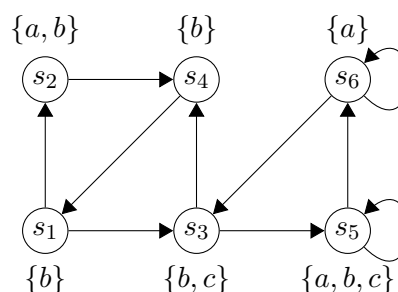
2. (8 pkt.) Dany jest system tranzycyjny o podanym niżej grafie stanów. Wyznacz zbiory stanów  $Sat(\Phi_i)$ ,  $i \in \{a, b, c, d\}$ , dla których spełnione są formuły LTL. Odpowiedź uzasadnij.

a)  $\neg(a \vee c) \wedge (XG\neg c)$

b)  $b W a$

c)  $FGb \vee GFa$

d)  $(a \vee c) \wedge X(a R b)$



3. (8 pkt.) Podaj kontrprzykłady (system tranzycyjny dla którego spełniona jest jedna z formuł, a druga nie jest) pokazujące, że podane formuły nie są równoważne. Ten sam  $TS$  można użyć dla kilku podpunktów. Odpowiedzi uzasadnij.

a)  $\Phi_1 = EF(a \wedge b)$ ,  $\Phi_2 = EFa \wedge EFb$

b)  $\Phi_1 = AXEFa$ ,  $\Phi_2 = EFAXa$

c)  $\Phi_1 = \neg A(a U b)$ ,  $\Phi_2 = E(\neg a U \neg b)$

d)  $\Phi_1 = AGEFa$ ,  $\Phi_2 = EFAGa$

4. (6 pkt.) Podaj kod modelu SMV dla systemu tranzycyjnego z rysunku z zadania 2.

1. (8 pkt.) Zdefiniuj poniższe własności w logice CTL. Zakładamy, że zbiór  $AP$  jest postaci  $AP = \{a, b, c, s = s_0, s = s_1, \dots, s \neq s_0, s \neq s_1, \dots\}$ , gdzie  $s$  jest zmienną typu wyliczeniowego zawierającego wszystkie stany systemu.

- Jeżeli w stanie początkowym spełniona jest własność  $a$ , to możliwe jest, że w dwóch kolejnych stanach spełniona jest własność  $b$ .
- Jeżeli system osiągnie stan, w którym spełniona jest własność  $a$ , to od kolejnego stanu począwszy nigdy więcej nie jest spełniona własność  $b$ .
- Możliwe jest takie wykonanie systemu, że nigdy nie jest spełnione ani  $a$ , ani  $b$ .
- Zawsze po osiągnięciu stanu, w którym zachodzi  $a$ , możliwe jest osiągnięcie innego stanu, w którym zachodzi  $b$ .
- Każda z własności  $a, b, c$  jest spełniona nieskończenie wiele razy, ale nigdy wszystkie trzy nie są spełnione jednocześnie.
- Zanim system osiągnie stan  $s_3$  zawsze spełniona jest własność  $a$  i co najwyżej jedna z własności  $b, c$ .
- Z każdego stanu spełniającego własności  $b$  i  $c$  można powrócić do stanu początkowego.
- W żadnym z trzech pierwszych stanów nie spełniona własność  $c$ .

2. (8 pkt.) Zbuduj etykietowany system przejść, który ma dokładnie 5 stanów, występują w nim wszystkie akcje ze zbioru  $\{a, b, c, d\}$  i spełnia wszystkie podane niżej warunki. Uzasadnij, że wszystkie warunki są spełnione.

- $[true^*] \langle true \rangle true$
- $\langle a \rangle true \wedge \langle c \rangle true \wedge [b] false \wedge [d] false$
- $[a] \nu X. \langle a.c \rangle X$
- $[c] \nu Y. \langle b.a.a \rangle Y$
- $[true^*.b.b] false$
- $\langle a.a.a \rangle true \wedge [a.a.a.a] false$
- $\langle true^*.b.d \rangle true$
- $[true^*.d] \mu X. [\neg c] X$

3. (8 pkt.) Podaj kontrprzykłady (system tranzycyjny dla którego spełniona jest jedna z formuł, a druga nie jest) pokazujące, że podane formuły nie są równoważne. Ten sam  $TS$  można użyć dla kilku podpunktów. Odpowiedzi uzasadnij.

- $\Phi_1 = XFa, \quad \Phi_2 = FXa$
- $\Phi_1 = FGa \vee FGb, \quad \Phi_2 = FG(a \Rightarrow b)$
- $\Phi_1 = a R b, \quad \Phi_2 = b \wedge X(b U a)$
- $\Phi_1 = GFa, \quad \Phi_2 = GF(a \vee Xa)$

4. (6 pkt.) Do których logik temporalnych poznanych na wykładzie można zaliczyć poniższe formuły? Bierzemy pod uwagę logiki: LTL, CTL (tylko formuły stanu), CTL\* (tylko formuły stanu), HML, Regular HML,  $\mu$ . Należy wskazać wszystkie logiki, do których może być zaliczona dana formuła. Formuła może nie należeć do żadnej z podanych logik.

- $\langle a.b \rangle true \wedge [b.a] false$
- $\mu X. [\neg a] X;$
- $a \vee (b \wedge c);$
- $Ga \vee EFc;$
- $XXFc \vee Xd;$
- $E(a U b) \wedge \neg E(a U c).$

**1.** (8 pt.) Let a transition system with  $AP = \{a, b, c, s = s_0, s = s_1, \dots, s \neq s_0, s \neq s_1, \dots\}$ , where  $s$  is a variable representing system states be given. Define the following properties using CTL logic.

- If the initial states satisfies  $a$ , then it is possible that  $b$  is valid in the next two states.
- Always after reaching a state in which  $a$  is satisfied,  $b$  is not satisfied in any subsequent state.
- There exists an execution such that neither  $a$  nor  $b$  are ever satisfied.
- Always after reaching a state in which  $a$  is satisfied, it is possible to reach a state in which  $b$  is satisfied.
- Each of the properties  $a, b, c$  is satisfied infinitely many times, but they (all) are never satisfied in the same state.
- For any execution, before the system reaches state  $s_3$ , property  $a$  and at most one property from the set  $\{b, c\}$  are satisfied.
- From any state such that  $b$  and  $c$  are satisfied it is possible to return to the initial state  $s_0$ .
- For any execution,  $c$  is not satisfied in any of the first three states.

**2.** (8 pt.) Build a transition system that satisfies the given formulas. The system must consist of 5 states and must contain all actions from the set  $\{a, b, c, d\}$ . Justify that your  $TS$  satisfies all given properties.

- $[true^*] \langle true \rangle true$
- $\langle a \rangle true \wedge \langle c \rangle true \wedge [b] false \wedge [d] false$
- $[a] \nu X. \langle a.c \rangle X$
- $[c] \nu Y. \langle b.a.a \rangle Y$
- $[true^*.b.b] false$
- $\langle a.a.a \rangle true \wedge [a.a.a.a] false$
- $\langle true^*.b.d \rangle true$
- $[true^*.d] \mu X. [\neg c] X$

**3.** (8 pt.) For each pair of formulas give a counterexample (a transition system that satisfies one of the properties and does not satisfy the other) to show that the formulas are not equivalent. The same  $TS$  can be used for more than one pair. Justify your answers.

- $\Phi_1 = XF a, \quad \Phi_2 = FX a$
- $\Phi_1 = FG a \vee FG b, \quad \Phi_2 = FG(a \Rightarrow b)$
- $\Phi_1 = a R b, \quad \Phi_2 = b \wedge X(b U a)$
- $\Phi_1 = GF a, \quad \Phi_2 = GF(a \vee X a)$

**4.** (6 pt.) For each formula indicate temporal logics to which it belongs. We take under consideration the following temporal logics: LTL, CTL (state formulas only), CTL\* (state formulas only), HML, Regular HML,  $\mu$ . A formula may belong to more than one temporal logic. Please indicate all of them. A formula may not belong to any of the given logics.

- $\langle a.b \rangle true \wedge [b.a] false$
- $\mu X. [\neg a] X;$
- $a \vee (b \wedge c);$
- $G a \vee EF c;$
- $XXF c \vee X d;$
- $E(a U b) \wedge \neg E(a U c).$

1. (8 pkt.) Zdefiniuj poniższe własności w logice LTL. Zakładamy, że zbiór  $AP$  jest postaci  $AP = \{a, b, c, s = s_0, s = s_1, \dots, s \neq s_0, s \neq s_1, \dots\}$ , gdzie  $s$  jest zmienną typu wyliczeniowego zawierającego wszystkie stany systemu.

- Jeżeli w dwóch pierwszych stanach spełnione jest  $a$ , to od trzeciego stanu począwszy nigdy nie jest spełnione  $b$ .
- Jeżeli w jakimś stanie spełnione jest  $a$ , to w kolejnym stanie spełnione są jednocześnie  $a, b$  i  $c$ .
- Z każdego stanu spełniającego własności  $a$  i  $b$  można powrócić do stanu początkowego.
- Zanim system osiągnie stan  $s_2$  własności  $a, b$  i  $c$  nigdy nie są spełnione jednocześnie.
- Począwszy od stanu początkowego  $a$  jest spełnione cały czas lub do momentu gdy jednocześnie zachodzi  $a$  i  $b$  lub  $a$  i  $c$ .
- Zawsze gdy spełniona jest własność  $a$ , to pozostaje ona spełniona tak długo, aż spełnione będzie  $c$  lub system osiągnie stan  $s_5$ . Ani spełnienie  $c$ , ani osiągnięcie stanu  $s_5$  nie jest gwarantowane.
- Stany  $s_1$  i  $s_2$  są osiągnięte nieskończenie wiele razy, ale nigdy nie przechodzimy bezpośrednio z  $s_1$  do  $s_2$ .
- Własność  $b$  nigdy nie jest spełniona w trzech kolejnych stanach.

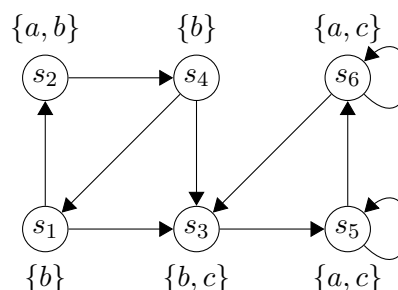
2. (8 pkt.) Dany jest system tranzycyjny o podanym niżej grafie stanów. Wyznacz zbiory stanów  $Sat(\Phi_i)$ ,  $i \in \{a, b, c, d\}$ , dla których spełnione są formuły CTL. Odpowiedź uzasadnij.

a)  $EX AGc$

b)  $A(b U (a \wedge \neg b))$

c)  $AX AX AFb$

d)  $AG AFa \wedge AF AGc$



3. (8 pkt.) Podaj kontrprzykłady (LTS dla którego spełniona jest jedna z formuł, a druga nie jest) pokazujące, że podane formuły nie są równoważne. Ten sam LTS można użyć dla kilku podpunktów. Odpowiedzi uzasadnij.

a)  $\Phi_1 = [(\neg b)^*.a] false$ ,  $\Phi_2 = [(\neg b)^*.a.true^*.b] false$

b)  $\Phi_1 = \nu X. [true] false \vee [a] X$ ,  $\Phi_2 = \mu X. [true] false \vee [a] X$

c)  $\Phi_1 = [true^*.a] \langle (\neg a)^*.a \rangle true$ ,  $\Phi_2 = [true^*.a] \mu Z. (\langle true \rangle true \wedge [\neg a] Z)$

d)  $\Phi_1 = \nu X. \langle b \rangle true \wedge [a] X$ ,  $\Phi_2 = [true^*.a] \langle b \rangle true$

4. (6 pkt.) Niech dany będzie zbiór formuł atomowych  $AP = \{a, b, c\}$ . Które z poniższych LT-własności można zakwalifikować jako własności bezpieczeństwa, własności żywotności i jako niezmienniki (dana własność może być zakwalifikowana do kilku grup, może też nie należeć do żadnej). W przypadku niezmienników podaj formułę niezmiennika. W przypadku własności bezpieczeństwa podaj przykład błędnego prefiksu.

- własności  $a$  i  $b$  są spełnione co najmniej 50 razy każda;
- $a$  jest spełniona w co najwyżej 5 kolejnych razy;
- własność  $a$  jest spełniona co najmniej 10 razy i własność  $b$  jest spełniona co najwyżej 10 razy;
- własności  $a$  i  $b$  są zawsze spełnione jednocześnie;
- własności  $a, b, c$  choć raz są spełnione jednocześnie;
- jeżeli w pewnym stanie spełniona jest tylko własność  $a$ , to w kolejnych stanach własność  $b$  nie jest spełniona tak długo, dopóki nie osiągniemy stanu, w którym spełniona jest tylko własność  $c$ .