Tutorato di
Calcolo delle Probabilità

Informazioni tecniche

Camilla Righetti

Matteo Franzil

UNIVERSITÀ DI TRENTO
Dipartimento di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica, delle Comunicazioni ed Elettronica

23 marzo 2022

Informazioni tecniche

Quando?

- ogni mercoledì, 15:30 $\Rightarrow$ 17:30

Dove?

- aula A207
  (salvo eccezioni che vi saranno comunicate)

Chi?

- Camilla Righetti
  `camilla.righetti-1@studenti.unitn.it`
- Matteo Franzil
  `matteo.franzil@studenti.unitn.it`

Informazioni tecniche

Va bene tutto, ma cosa si fa?

- supporto alla preparazione delle provette/esami
- risoluzione di problemi proposti:
  - da voi, se avete dubbi
  - da noi, come approfondimento

Cosa NON si fa:

- supporto alla parte teorica
  (scrivete alla prof. Boato, vi saprà rispondere meglio di noi)
- miracoli
  (non saremmo qui a fare tutorato altrimenti)

Informazioni tecniche

Al seguente link trovate un form Google che vi permette (anonimamente!) di inviare:

- problemi agli esercizi che avete incontrato
- suggerimenti di esercizi per l'incontro successivo

Prima provetta

Da qui alla prima provetta avremo i seguenti incontri:

- oggi
- 30 marzo (aula A207)
- 6 aprile (**aula A205**)
- 13 aprile (aula A207)

Se dovesse servire, non esiteremo a fissarne di ulteriori.

Your turn!

- Come procede finora il corso?
- Avete dubbi su qualche argomento in particolare?
- Su cosa preferireste ci concentrassimo?

Esercizio 1.1

Esercizio (1.1, ex. Esercizio 11 PDF "Esercizi con soluzioni" su Moodle)

12 gettoni numerati vengono consegnati casualmente, uno alla volta, ad altrettante persone. Meravigliando tutti sono assegnati secondo l'ordine crescente dei numeri che li distingue. Quale è la probabilità di un simile evento?

Dimostrazione.

La probabilità che la permutazione dei gettoni $[1, 2...12]$ avvenga è esattamente la stessa di una qualunque altra permutazione di gettoni. In altre parole, la probabilità è pari a $\frac{1}{12!}$, dove 12! corrisponde a tutte le permutazioni possibili dei gettoni.

E' possibile vedere questa soluzione in un altro modo: quando assegno il gettone alla prima persona, ho $P = \frac{1}{12}$ di assegnarle il gettone numerato 1. Alla seconda persona, ora ho $P = \frac{1}{11}$ di assegnarle il gettone 2. E così via, ottenendo quindi che la probabilità finale sarà pari a

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{11} \cdot \frac{1}{10} \cdot \dots \cdot 1 = \frac{1}{12!}$$

■

Esercizio 1.2

Esercizio (1.2, ex. Esercizio 20, stesso PDF)

Supponiamo di dover selezionare a caso 5 persone da un gruppo di 20 individui formato da 10 coppie sposate e che si sia interessati a calcolare la probabilità che i cinque individui selezionati non siano in relazione tra loro, ovvero che non ce ne siano due tra loro sposati?

Dimostrazione.

Calcoliamo tutte le possibili combinazioni di 5 persone scelte da un gruppo di 20 individui: $\binom{20}{5} = 15504$.

Calcoliamo ora le combinazioni a noi favorevoli. La prima persona la possiamo scegliere in 20 modi diversi. Una volta scelta la prima persona, siamo necessariamente vincolati a non scegliere il “coniuge”.

Ci rimangono quindi 18 persone da scegliere per la persona successiva, 16 per quella dopo, e così via. Otteniamo quindi $20 \cdot 18 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 12$. Tuttavia, dobbiamo necessariamente dividere questo numero per tutte le permutazioni possibili di 5 persone, ovvero 5!. $\longrightarrow$

Dimostrazione.

In formula:

$$\frac{\frac{20 \cdot 18 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 12}{5!}}{\binom{20}{5}} = \frac{8064}{15504} = \frac{168}{323}$$

P.S.: vi sono svariati modi di risolvere questo esercizio: usando le disposizioni, le combinazioni, oppure con l'approccio classico $\frac{\text{casi favor.}}{\text{casi totali}}$ (come qua sopra).

In generale, molti esercizi ammettono più ragionamenti che vanno benissimo. L'importante è capire perché si è fatta una scelta piuttosto che un'altra. Spesso, ripeterlo a parole aiuta tantissimo. ∎

Un piccolo recap...

Operazione	Con ripetizione	Senza ripetizione
Disposizioni di n elementi in k posizioni	$D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$	$D^r_{n,k} = n^k$
Permutazioni di n elementi	$P_n = n!$	$P^r_{n,k} = n^n$
Combinazioni di n elementi presi k alla volta	$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	$C^r_{n,k} = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$