



Lista 2: Cadeias de Markov Discretas

Professor: Eraldo Silveira e Silva

Aluna: Maria Fernanda Tutui

1. Estudar e implementar no *octave/matlab* o simulador disponibilizado pelo professor.
2. Usar o simulador para computar os resultados em regime estacionário. Use 100000 *steps*. Comparar com os resultados do pacote *queueing*. Qual estado possui maior e menor ocupação?

Solução: Primeiramente, utilizando o *software* Matlab e a partir do código disponibilizado foram criados 2 arquivos: *PMFdata.m* e *SimMarkov.m*.

O primeiro arquivo, *PMFdata.m* contém uma função que gera os resultados para N tentativas de uma experimento para uma variável aleatória discreta. O mesmo não sofreu alterações.

Em seguida, o arquivo *SimMarkov.m* além de conter o simulador recebe os dados da matriz estocástica que representa uma DTMC chamada P. O arquivo é também o principal do programa.

```
1 P = [  
2     0.2  0    0.8  0    0    0    0    0    0    0;  
3     0    0.2  0.3  0.3  0.2  0    0    0    0    0;  
4     0    0    0.1  0    0    0.9  0    0    0    0;  
5     0    0    0    0    0    0    1.0  0    0    0;  
6     0    0    0    0    0    0.3  0.7  0    0    0;  
7     0    0    0    0    0    0    0    0.2  0    0.8;  
8     0    0    0    0    0    0    0    0    0.8  0.2;  
9     1.0  0    0    0    0    0    0    0    0    0;  
10    0    1.0  0    0    0    0    0    0    0    0;  
11    0.2  0.6  0    0    0    0    0    0    0    0.2;  
12 ];
```

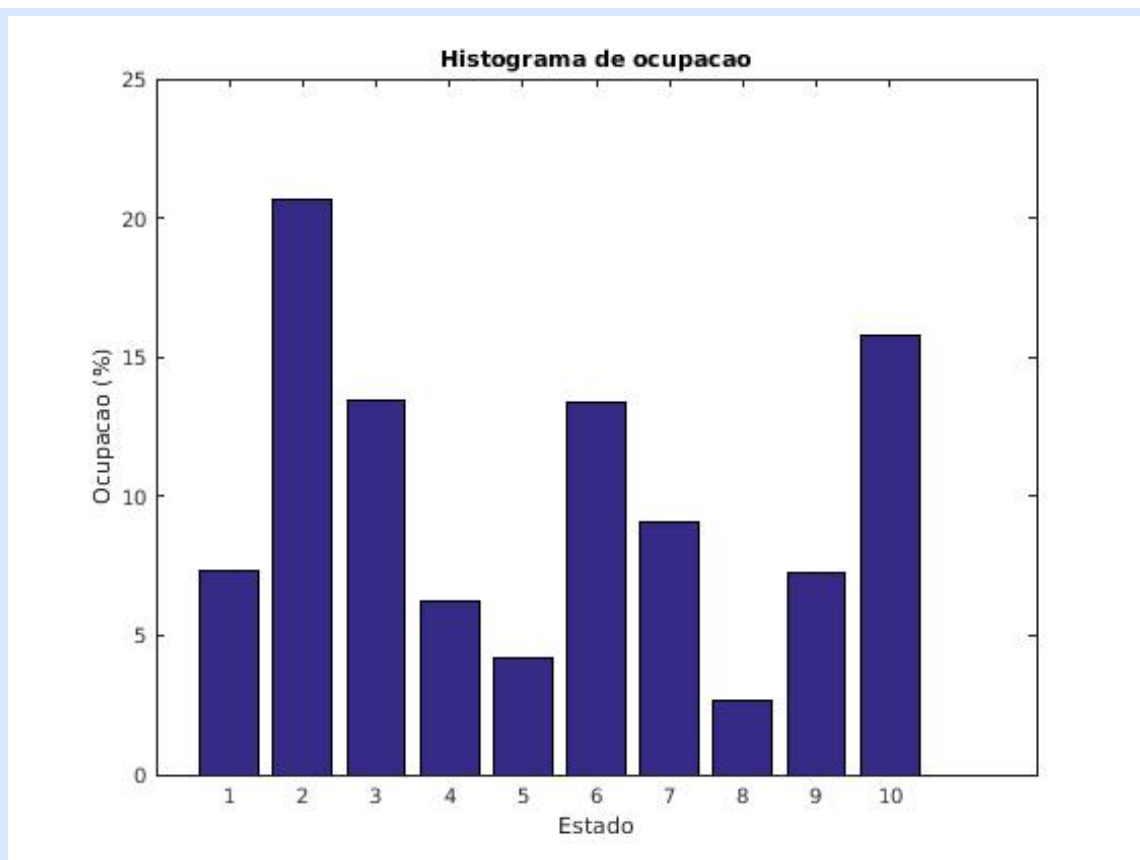
De acordo com a matriz, os demais dados alterados foram, respectivamente: *p0*, contendo o vetor de probabilidade inicial e *xi*, vetor com os estados.

É apresentado também, ainda no *SimMarkov.m* o código responsável pela verificação dos estados e respectivas ocupações.

Sendo assim, os resultados obtidos através do código foram:

```
13 0 estado 8 possui a menor ocupação, que corresponde a 2.67%.  
14 0 estado 2 possui a maior ocupação, que corresponde a 20.692%.
```

Para melhor visualização um histograma foi gerado e pode ser visto na Figura a seguir.



Dando continuidade ao exercício, em seguida, utilizando o *software* Octave juntamente com o pacote *queueing* e o mesma matriz P a simulação foi feita novamente. O resultado pode ser visto abaixo.

```

15 dtmc(P)
16 ans =
17  0.072210  0.208801  0.133788  0.062640  0.041760  0.132937  0.091873
    0.026587  0.073498  0.155905

```

A partir da avaliação dos dados apresentados, o estado 8 possui a menor ocupação, que corresponde a 2.658% e o estado 2 possui a maior ocupação, que corresponde a 20.88%.

Sendo assim, ambas as simulações obtiveram dados muito semelhantes.

3. Estudar o conceito de Tempo Médio de recorrência. Computar por simulação o tempo médio de recorrência para ir do estado 0 para o estado 5. Comparar o resultado com a função "dtmcfpt" do pacote "queueing".

Solução:

A fim de computar o resultado do tempo médio por recorrência solicitado foi incrementada ao código, uma rotina de verificação e soma de acordo com o estado.

```
18 for i=1:length(X)
19     states(X(i)+1) = states(X(i)+1)+1;
20
21     if X(i) == 0 && flag == 0
22         flag = 1;
23         soma = 0;
24     elseif X(i) == 5 && flag == 1
25         flag = 0;
26         soma = soma + 1;
27         aux = [aux soma];
28     elseif flag == 1
29         soma = soma + 1;
30     end
31 end
```

Como resultado foi verificado que:

```
32 Tempo médio de ocorrência para ir do estado 0 para o estado 5: 2.3589 épocas.
```

A fim de tornar o resultado da simulação feita com o pacote `queueing` mais legível o mesmo será apresentado usando uma tabela. A imagem do resultado pode ser vista a seguir o tempo médio de recorrência para ir do estado 0 para o estado 5 encontra-se destacado.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	13.8484	7.6019	1.2500	20.1359	27.2748	2.3611	16.0564	36.6118	20.2076	4.4514
1	21.2490	4.7892	7.4899	12.5340	19.6729	7.2965	8.4545	41.5473	12.6058	7.5398
2	16.0605	6.3519	7.4745	18.8859	26.0248	1.1111	14.8064	35.3618	18.9576	3.2014
3	23.2365	3.4301	10.2279	15.9641	23.1030	10.0998	1.0000	44.3505	5.1513	8.8318
4	21.0504	4.2733	9.6177	16.8073	23.9462	7.3698	5.1086	41.6206	9.2598	7.1094
5	14.9494	5.2407	7.1939	17.7748	24.9137	7.5224	13.6953	34.2507	17.8465	2.0903
6	22.2365	2.4301	9.2279	14.9641	22.1030	9.0998	10.8846	43.3505	4.1513	7.8318
7	1.0000	8.6019	2.2500	21.1359	28.2748	3.3611	17.0564	37.6118	21.2076	5.4514
8	22.2490	1.0000	8.4899	13.5340	20.6729	8.2965	9.4545	42.5473	13.6058	8.4514
9	17.1867	3.1505	7.1799	15.6845	22.8234	7.3127	11.6050	41.5634	15.7563	6.4142

Com os resultados de 2.3589 épocas para a simulação no Matlab e 2.3611 épocas para o resultado utilizando o pacote `queueing` no Octave é possível notar que os resultados foram muito próximos.

4. Suponha que a DTMC representa uma entidade de protocolo que somente transmite no estado 2. Suponha que um pacote usa exatamente uma época T para ser transmitido e que pacotes possuem tamanho fixo de 1000 bytes. Assumindo que a energia gasta para transmitir um pacote de tempo $T = 10\text{ms}$ é de 0.005J, qual é a potência média gasta para a transmissão em dBm?

Solução:

Levando em consideração que as probabilidades de cada um dos estados pode ser vista na solução do segundo exercício é possível verificar que probabilidade do estado 2 é de 13,37% logo,

$$(0,05/0,01) * 0,13377 = 0,6688$$

para transformar esse valor em dBm,

$$10\log(0,6688/0,001) = 28,25\text{dBm}$$

desse modo, o valor da potência média encontrada é de 28,25dBm.

5. Qual seria a vazão em bps?

Solução: A vazão em bps é feita a partir da quantidades de bits dividida pelo tempo e multiplicada pela probabilidade. Logo,

$$8 * 1000 = 8000\text{bits}$$

$$8000/10\text{m} = 800\text{kbps}$$

$$0,1377 * 800\text{k} = 110,16\text{kbps}$$

sendo assim a vazão é de 110,16kbps.