

# Inkrementeller Algorithmus zur Bestimmung der konvexen Hülle.

```
def convex_hull(lop):
    """Bestimme die Eckpunkte des Polygons, das die konvexe Hülle der
    Punktliste lop darstellt (geordnet im mathematisch positiven
    Umlaufsinn): Berechne getrennt den oberen Teil und den unteren Teil
    der konvexen Hülle."""
    # Wandle die Liste in eine_lexikographisch geordnete_
    # (len(lop) x 2) - Matrix um, als erstes einfache: Mache eine
    # (len(lop) x 2) - Matrix aus der Liste:
    dummy = np.array(lop)
    # Als zweites: Transponiere diese Matrix
    dummy_T = dummy.T
    # Drittens: Bestimme jene _Permutation der Indices_, die die
    # Zeilen der transponierten Matrix in lexikographische Ordnung
    # bringt:
    indices = np.lexsort((dummy_T[1], dummy_T[0]))
    # Damit erhalten wir die Punkte (Zeilen der Matrix) in
    # lexikographischer Ordnung:
    lop_array = dummy[indices]

    # Bestimme obere/untere Hälfte der konvexen Hülle (also des
    # Polygons), von links nach rechts:
    upper_points = [lop_array[0], lop_array[1]]
    lower_points = [lop_array[0], lop_array[1]]
    # Längen dieser "Hälften"
    upl = 2
    lpl = 2
    # (D.h.: Die Vereinigungsmenge von upper_points und lower_points
    # entspricht der Menge der Eckpunkte des Polygons; der linkeste
    # und der reteste Punkt in upper_points und lower_points stimmen
    # überein, also upper_points[0] == lower_points[0] und
    # upper_points[-1] == lower_points[-1].)

    # For-Schleife startet beim dritten Punkt in lop_array (Index 2) ...
    for p in lop_array[2:]:
        # Innerhalb der upper_points: Suche den _am weitesten links
        # liegenden_ Punkt q, sodass alle Punkte x _rechts_ von q
        # _unterhalb_ der Verbindungsgeraden p,q liegen. Dass dazu
        # die folgende einfache for-Schleife genügt, muß man sich
        # kurz geometrisch überlegen!
        for k,(q,x) in enumerate(
            zip(
                upper_points[-2::-1],
                upper_points[-1::-1]
            )
        ):
            if side_of_line(q, p, x) > 0:
                k = k-1
                break

        upper_points = upper_points[:upl-k-1]
        upper_points += [p]
        upl = len(upper_points)

        # Innerhalb der lower points: Suche den _am weitesten links
        # liegenden_ Punkt q, sodass alle Punkte x _rechts_ von q
        # _oberhalb_ der Verbindungsgeraden p,q liegen. Dass dazu die
        # folgende einfache for-Schleife genügt, muß man sich (wie
        # zuvor) kurz geometrisch überlegen!
        for k,(q,x) in enumerate(
            zip(
                lower_points[-2::-1],
                lower_points[-1::-1]
            )
        ):
            if side_of_line(q, p, x) < 0:
                k = k-1
                break

        lower_points = lower_points[:lpl-k-1]
        lower_points += [p]
        lpl = len(lower_points)

    return upper_points[:-1]+[ppp for ppp in lower_points[1:][::-1]]
```