Big Points: Uma Análise Baseada na Teoria dos Jogos

Mateus Furquim

Engenharia de Software
Universidade de Brasília

4 de julho de 2017

Agenda I

1. Introdução
   - Objetivos
2. Pesquisa Bibliográfica
3. Fundamentação Teórica
   - Definição de Teoria dos Jogos
     - Teoria Econômica dos Jogos
     - Teoria Combinatória dos Jogos
     - Teoria Computacional dos Jogos
   - Representação de Jogos
     - Forma Extensa
     - Estratégias Puras
     - Forma Normal
4. Big Points
   - Regras
   - Exemplo

Agenda II

5 Resultados Parciais

Cálculo do Número de Partidas e Estados

Quantidade de Partidas Distintas

Espaço na Memória

Quantidade de Estados

Poda por Posição

Tempo de Cálculo dos Estados

6 Considerações Finais

Objetivos

- Geral: Encontrar *Winning Move*[1]
- Específicos:
  - Estabelecer uma heurística[2] para maximizar o ganho
  - Criar uma IA capaz de jogar contra uma pessoa

[1] *Winning move* é um movimento que, a partir de uma determinada jogada, garantirá a vitória independente do resto do jogo

[2] Heurística é uma abordagem para solucionar um problema sem garantias de que o restulado é a solução ótima.

Objetivos

- Geral: Encontrar *Winning Move*[1]
- Específicos:
  - Estabelecer uma heurística[2] para maximizar o ganho
  - Criar uma IA capaz de jogar contra uma pessoa

[1] *Winning move* é um movimento que, a partir de uma determinada jogada, garantirá a vitória independente do resto do jogo

[2] Heurística é uma abordagem para solucionar um problema sem garantias de que o restulado é a solução ótima.

Objetivos

- Geral: Encontrar *Winning Move*[1]
- Específicos:
  - Estabelecer uma heurística[2] para maximizar o ganho
  - Criar uma IA capaz de jogar contra uma pessoa

[1] *Winning move* é um movimento que, a partir de uma determinada jogada, garantirá a vitória independente do resto do jogo

[2] Heurística é uma abordagem para solucionar um problema sem garantias de que o restulado é a solução ótima.

Pesquisa Bibliográfica

- Fontes de pesquisa
- Referências (Livros e Artigos)

Bases de Conhecimento

String: ”Game Theory”

- **Capes Periódicos** 10 Artigos
- **Ebrary** 11 Artigos
- **EBSCOhost** 8 Artigos
  - Leitura do Título
  - Leitura do *Abstract*

Biblioteca Central da UnB

- **Livro**

Título *Game Theory: Mathematical models of conflict*

Autor *Antonia Jane Jones*

Ano 1980

DuckDuckGo

- **Artigo** - II Bienal da SBM[3]

Local Universidade Federal da Bahia
Título Uma Introdução a Teoria dos Jogos
Autor Sartini et. al.
Ano 2004

[3] Sociedade Brasileira de Matemática

Definição de Teoria dos Jogos

A **Teoria dos Jogos** é uma área de estudos derivada da matemática que estuda o comportamento de indivíduos sob uma situação de conflito.

- Teoria Econômica dos Jogos
- Teoria Combinatória dos Jogos
- Teoria Computacional dos Jogos

Teoria Econômica dos Jogos

1921 Émile Borel, reinventou Minimax

1944 von Neumann and Morgenstern

- Jogo de Soma Zero
- Jogo Cooperativo e Não Cooperativo

1950 John Forbes Nash

- Equilíbrio de Nash (Estratégias Mistas)

Representação

```
Game = <Jogadores, Strategy, Payoffs>
```

$$J = \{j_1, j_2, ..., j_i\}$$
$$S_i = \{s_{i1}, s_{i2}, ..., s_{ij}\},$$
$$\forall j_i \in J, \exists s_{ij} \in S_i$$
$$P_i : S_i \to \mathbb{R}$$

Representação

Game = <Jogadores, Strategy, Payoffs>

$$J = \{j_1, j_2, ..., j_i\}$$

$$S_i = \{s_{i1}, s_{i2}, ..., s_{ij}\},$$

$$\forall j_i \in J, \exists s_{ij} \in S_i$$

$$P_i : S_i \rightarrow \mathbb{R}$$

Representação

```
Game = <Jogadores, Strategy, Payoffs>
```

$$J = \{j_1, j_2, ..., j_i\}$$
$$S_i = \{s_{i1}, s_{i2}, ..., s_{ij}\},$$
$$\forall j_i \in J, \exists s_{ij} \in S_i$$
$$P_i : S_i \to \mathbb{R}$$

Representação

```
Game = <Jogadores, Strategy, Payoffs>
```

$$J = \{j_1, j_2, ..., j_i\}$$
$$S_i = \{s_{i1}, s_{i2}, ..., s_{ij}\},$$
$$\forall j_i \in J, \ \exists \ s_{ij} \in S_i$$
$$P_i : S_i \rightarrow \mathbb{R}$$

Representação

```
Game = <Jogadores, Strategy, Payoffs>
```

$$
\begin{aligned}
J &= \{j_1, j_2, ..., j_i\} \\
S_i &= \{s_{i1}, s_{i2}, ..., s_{ij}\}, \\
\forall j_i \in J,\ &\exists\ s_{ij} \in S_i \\
P_i &: S_i \to \mathbb{R}
\end{aligned}
$$

Teoria Combinatória dos Jogos

$$
\begin{aligned}
G &= \{G^L|G^R\}, \text{Representação de jogo} \\
\{\varnothing|\varnothing\} &= \{|\}, \text{Fim de jogo} \\
* &= \{0|0\}, \text{Estrela, próximo jogador ganha} \\
\uparrow &= \{0|*\}, \text{Left sempre ganha} \\
\downarrow &= \{*|0\}, \text{Right sempre ganha}
\end{aligned}
$$

Teoria Combinatória dos Jogos

$$
\begin{aligned}
G &= \{G^L|G^R\}, \text{Representação de jogo} \\
\{\varnothing|\varnothing\} &= \{|\}, \text{Fim de jogo} \\
* &= \{0|0\}, \text{Estrela, próximo jogador ganha} \\
\uparrow &= \{0|*\}, \text{Left sempre ganha} \\
\downarrow &= \{*|0\}, \text{Right sempre ganha}
\end{aligned}
$$

Teoria Combinatória dos Jogos

$$
\begin{aligned}
G &= \{G^L|G^R\}, \text{Representação de jogo} \\
\{\varnothing|\varnothing\} &= \{|\}, \text{Fim de jogo} \\
* &= \{0|0\}, \text{Estrela, próximo jogador ganha} \\
\uparrow &= \{0|*\}, \text{Left sempre ganha} \\
\downarrow &= \{*|0\}, \text{Right sempre ganha}
\end{aligned}
$$

Teoria Combinatória dos Jogos

$$
\begin{aligned}
G &= \{G^L|G^R\}, \text{Representação de jogo} \\
\{\varnothing|\varnothing\} &= \{|\}, \text{Fim de jogo} \\
* &= \{0|0\}, \text{Estrela, próximo jogador ganha} \\
\uparrow &= \{0|*\}, \text{Left sempre ganha} \\
\downarrow &= \{*|0\}, \text{Right sempre ganha}
\end{aligned}
$$

Teoria Combinatória dos Jogos

$$
\begin{aligned}
G &= \{G^L|G^R\}, \text{Representação de jogo} \\
\{\varnothing|\varnothing\} &= \{|\}, \text{Fim de jogo} \\
* &= \{0|0\}, \text{Estrela, próximo jogador ganha} \\
\uparrow &= \{0|*\}, \text{Left sempre ganha} \\
\downarrow &= \{*|0\}, \text{Right sempre ganha}
\end{aligned}
$$

Teoria Computacional dos Jogos

Engloba jogos que podem ser resolvidos por força bruta ou que podem ser jogados contra uma Inteligência Artificial.

- Para jogos pequenos é possível percorrer todas as possibilidades
- Para jogos maiores, é necessário uma função que avalie a posição atual

Teoria Computacional dos Jogos

Dois jogadores alternam turnos. O estado do nó indica a situação do jogador da vez. Estados possíveis na árvore:

- *Vencedor* ($\exists$ um nó filho *Perdedor*)
- *Perdedor* (Todos os nós filho são *Vencedores*)
- Empate ($\nexists$ nó filho *Perdedor*, $\exists$ nó filho *Empate*)

Fundamentação Teórica

Há duas maneiras de representar um jogo:

- Forma Extensa
- Forma Normal (Matriz de *payoff*)

Representação de Jogos

- Dois jogadores: ***Renée*** e ***Peter***
- Três cartas: Rei (***K***), Dez (***T***) e Dois (***D***)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se ***Alta*** (*K*) ou ***Baixa*** (*D*)

P erra, *R* ganha 2

P acerta, *R* perde 3

- No caso T

Baixa *R* ganha 1

Alta *R* escolhe outra carta

P erra, *R* ganha 3

P acerta, *R* perde 1

Representação de Jogos

- Dois jogadores: ***Renée*** e ***Peter***
- Três cartas: Rei (***K***), Dez (***T***) e Dois (***D***)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se ***Alta*** (*K*) ou ***Baixa*** (*D*)

- *P* erra, *R* ganha 2
- *P* acerta, *R* perde 3

- No caso T

Baixa *R* ganha 1

Alta *R* escolhe outra carta

- *P* erra, *R* ganha 3
- *P* acerta, *R* perde 1

Representação de Jogos

- Dois jogadores: ***Renée*** e ***Peter***
- Três cartas: Rei (***K***), Dez (***T***) e Dois (***D***)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se ***Alta*** (*K*) ou ***Baixa*** (*D*)

P erra, *R* ganha 2

P acerta, *R* perde 3

- No caso T

Baixa *R* ganha 1

Alta *R* escolhe outra carta

P erra, *R* ganha 3

P acerta, *R* perde 1

Representação de Jogos

- Dois jogadores: ***Renée*** e ***Peter***
- Três cartas: Rei (***K***), Dez (***T***) e Dois (***D***)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se ***Alta*** (*K*) ou ***Baixa*** (*D*)

P erra, *R* ganha 2

P acerta, *R* perde 3

- No caso T

Baixa *R* ganha 1

Alta *R* escolhe outra carta

P erra, *R* ganha 3

P acerta, *R* perde 1

Representação de Jogos

- Dois jogadores: ***Renée*** e ***Peter***
- Três cartas: Rei (***K***), Dez (***T***) e Dois (***D***)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se ***Alta*** (*K*) ou ***Baixa*** (*D*)

P erra, *R* ganha 2

P acerta, *R* perde 3

- No caso T

Baixa *R* ganha 1

Alta *R* escolhe outra carta

P erra, *R* ganha 3

P acerta, *R* perde 1

Representação de Jogos

- Dois jogadores: ***Renée*** e ***Peter***
- Três cartas: Rei (***K***), Dez (***T***) e Dois (***D***)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se ***Alta*** (*K*) ou ***Baixa*** (*D*)

- *P* erra, *R* ganha 2
- *P* acerta, *R* perde 3

- No caso T

Baixa *R* ganha 1

Alta *R* escolhe outra carta

- *P* erra, *R* ganha 3
- *P* acerta, *R* perde 1

Representação de Jogos

- Dois jogadores: ***Renée*** e ***Peter***
- Três cartas: Rei (***K***), Dez (***T***) e Dois (***D***)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se ***Alta*** (*K*) ou ***Baixa*** (*D*)

- *P* erra, *R* ganha 2
- *P* acerta, *R* perde 3

- No caso T

Baixa *R* ganha 1

Alta *R* escolhe outra carta

- *P* erra, *R* ganha 3
- *P* acerta, *R* perde 1

Representação de Jogos

- Dois jogadores: ***Renée*** e ***Peter***
- Três cartas: Rei (***K***), Dez (***T***) e Dois (***D***)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se ***Alta*** (*K*) ou ***Baixa*** (*D*)

- *P* erra, *R* ganha 2
- *P* acerta, *R* perde 3

- No caso T

Baixa *R* ganha 1

Alta *R* escolhe outra carta

- *P* erra, *R* ganha 3
- *P* acerta, *R* perde 1

Representação de Jogos

- Dois jogadores: ***Renée*** e ***Peter***
- Três cartas: Rei (***K***), Dez (***T***) e Dois (***D***)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se ***Alta*** (*K*) ou ***Baixa*** (*D*)

- *P* erra, *R* ganha 2
- *P* acerta, *R* perde 3

- No caso T

Baixa *R* ganha 1

Alta *R* escolhe outra carta

- *P* erra, *R* ganha 3
- *P* acerta, *R* perde 1

Representação de Jogos

- Dois jogadores: ***Renée*** e ***Peter***
- Três cartas: Rei (***K***), Dez (***T***) e Dois (***D***)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se ***Alta*** (*K*) ou ***Baixa*** (*D*)

- *P* erra, *R* ganha 2
- *P* acerta, *R* perde 3

- No caso T

Baixa *R* ganha 1

Alta *R* escolhe outra carta

- *P* erra, *R* ganha 3
- *P* acerta, *R* perde 1

Representação de Jogos

- Dois jogadores: ***Renée*** e ***Peter***
- Três cartas: Rei (***K***), Dez (***T***) e Dois (***D***)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se ***Alta*** (*K*) ou ***Baixa*** (*D*)

- *P* erra, *R* ganha 2
- *P* acerta, *R* perde 3

- No caso T

Baixa *R* ganha 1

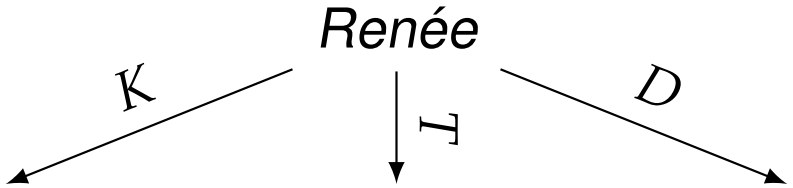
Alta *R* escolhe outra carta

- *P* erra, *R* ganha 3
- *P* acerta, *R* perde 1

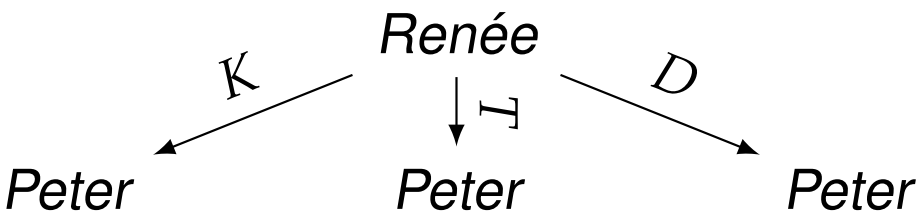
Forma Extensa
Vez de *Renée*

Renée

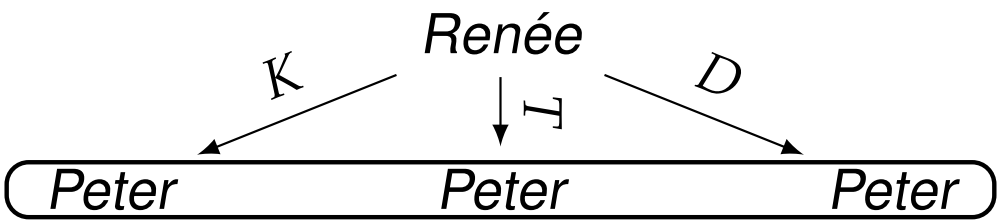
Forma Extensa
Opções de *Renée*



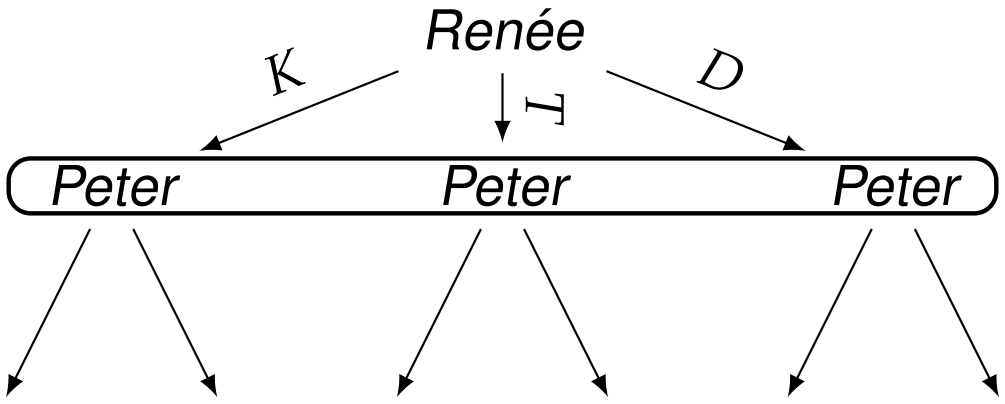
Forma Extensa
Vez de *Peter*



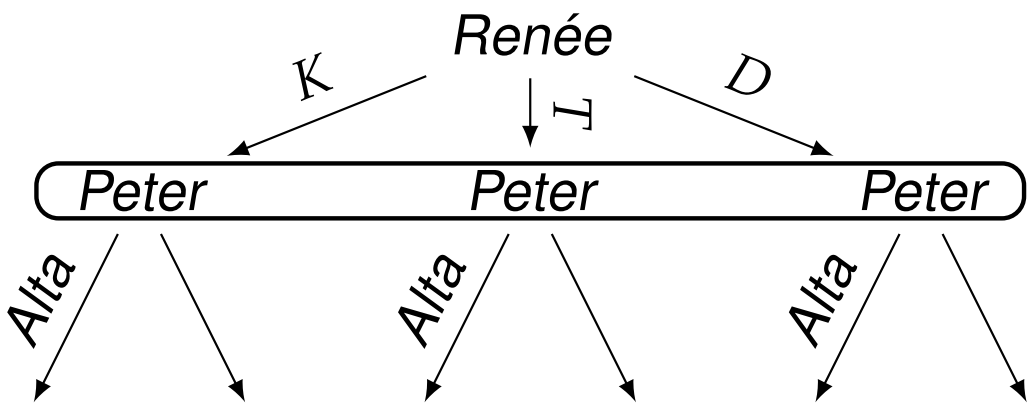
Forma Extensa
Conjunto de Informação



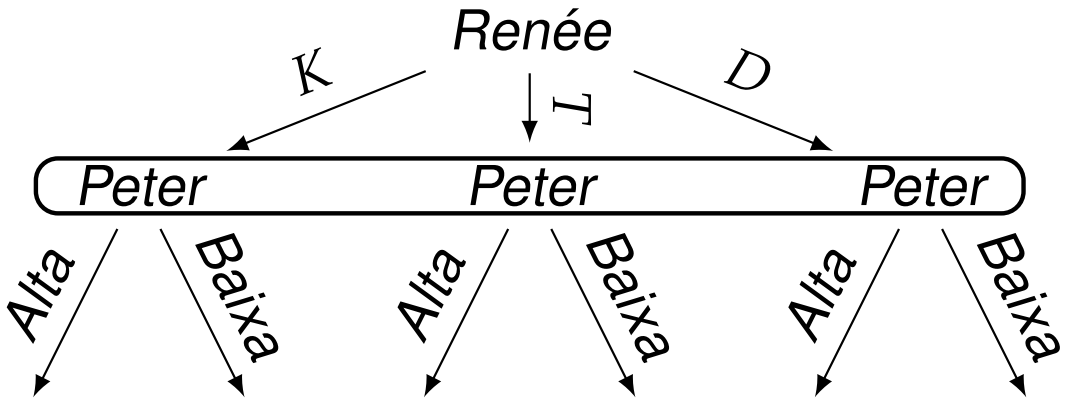
Forma Extensa
Opções de *Peter*



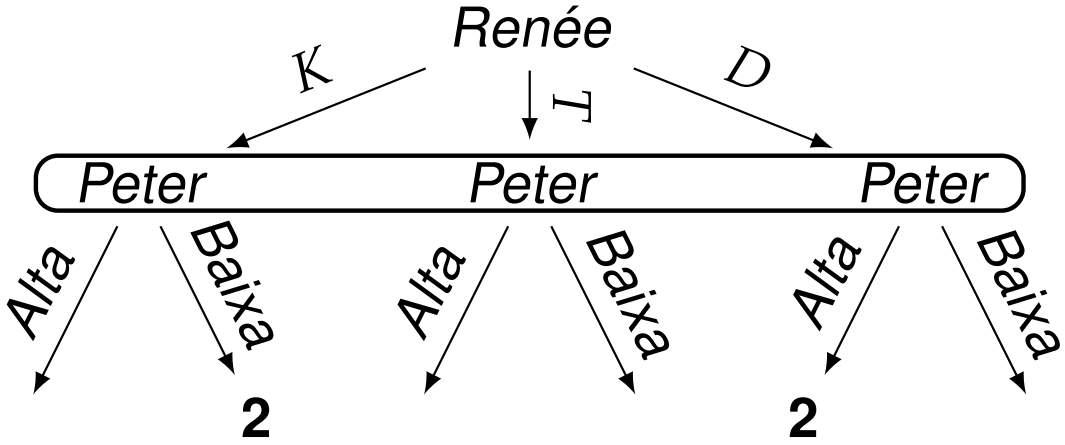
Forma Extensa
Opções de *Peter*



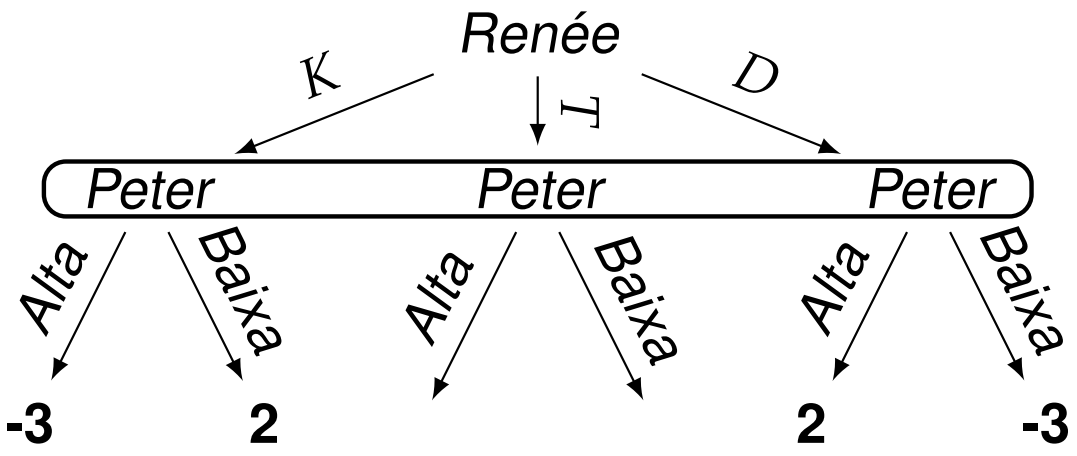
Forma Extensa
Opções de *Peter*



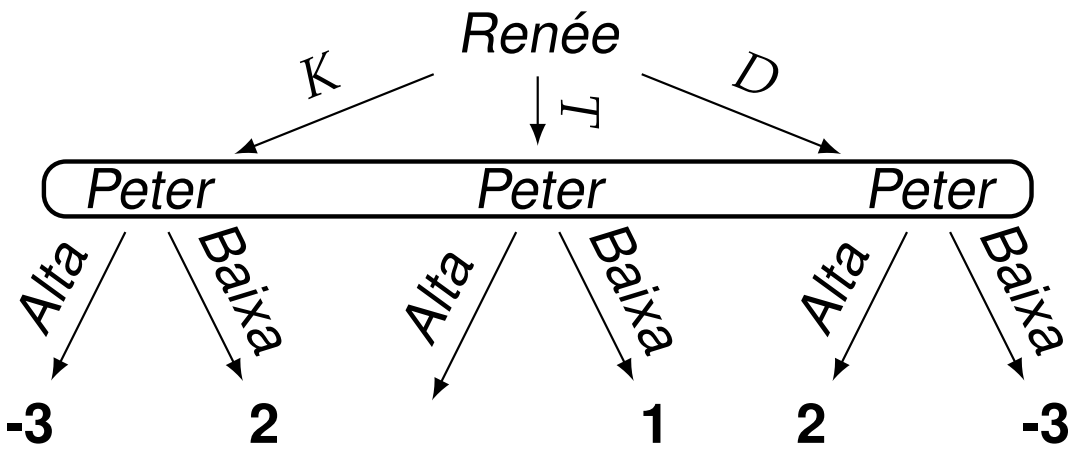
Forma Extensa
Se *Peter* errar



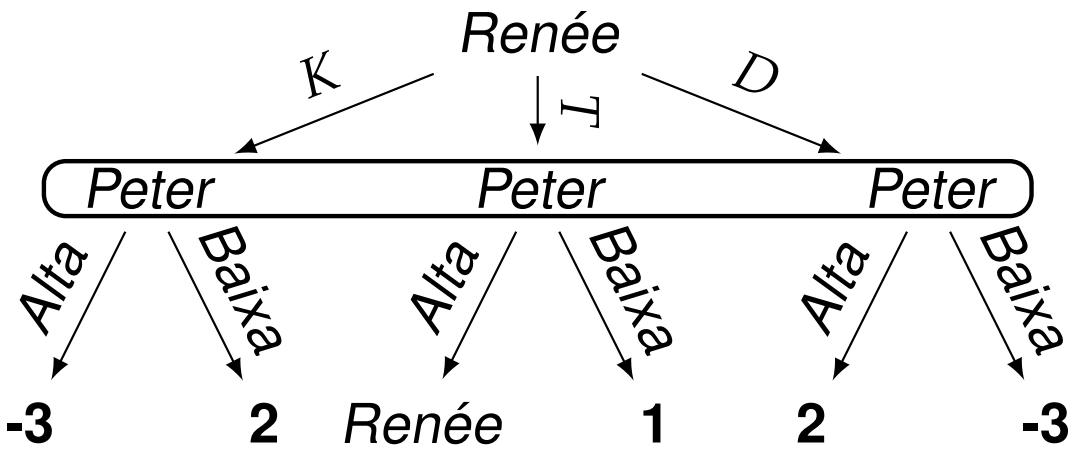
Forma Extensa
Se *Peter* acertar



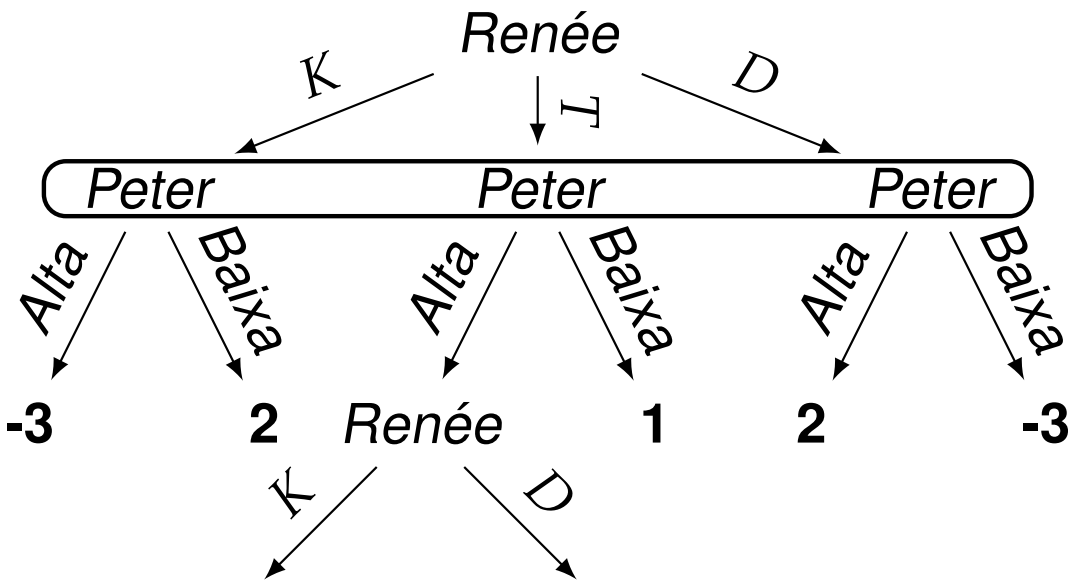
Forma Extensa
Caso *T*



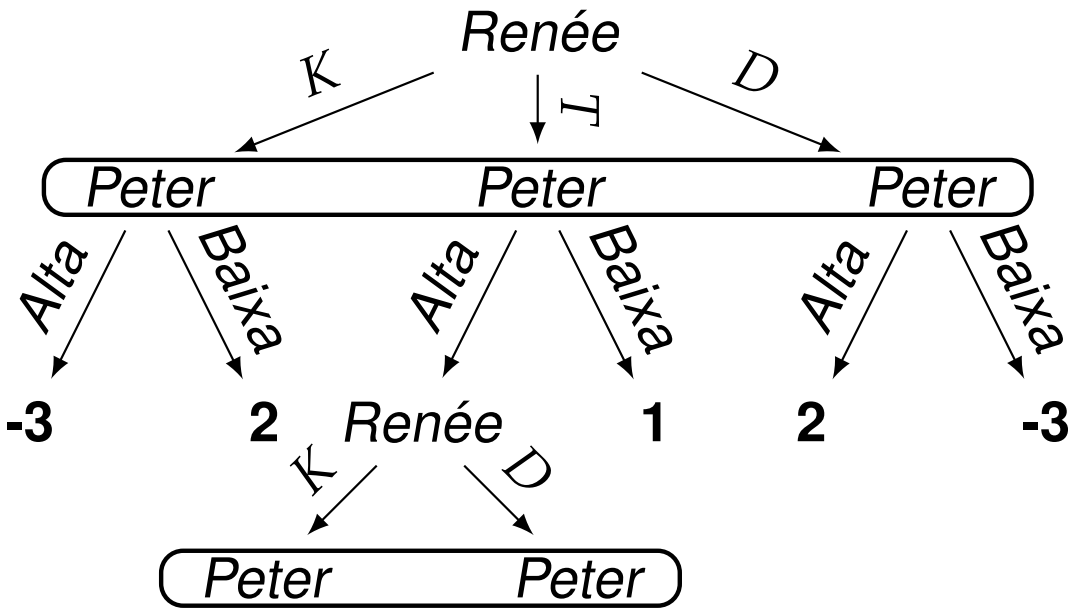
Forma Extensa
Vez de *Renée*



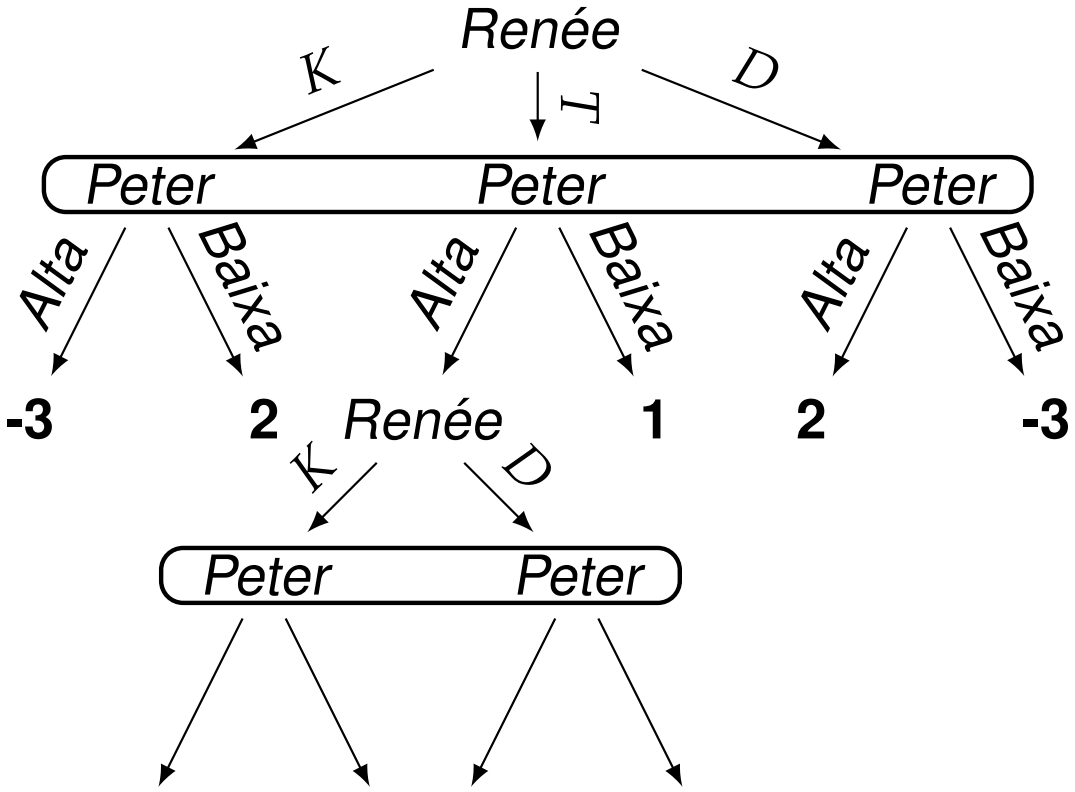
Forma Extensa
Opções de *Renée*



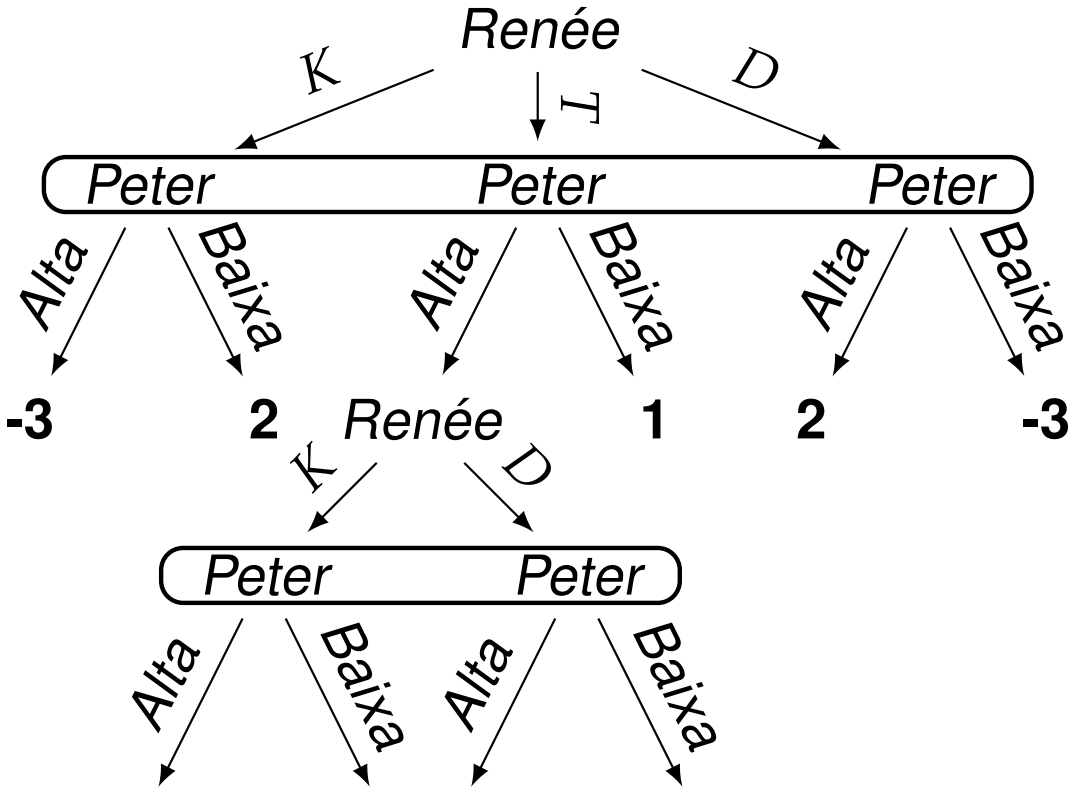
Forma Extensa
Vez de *Peter*



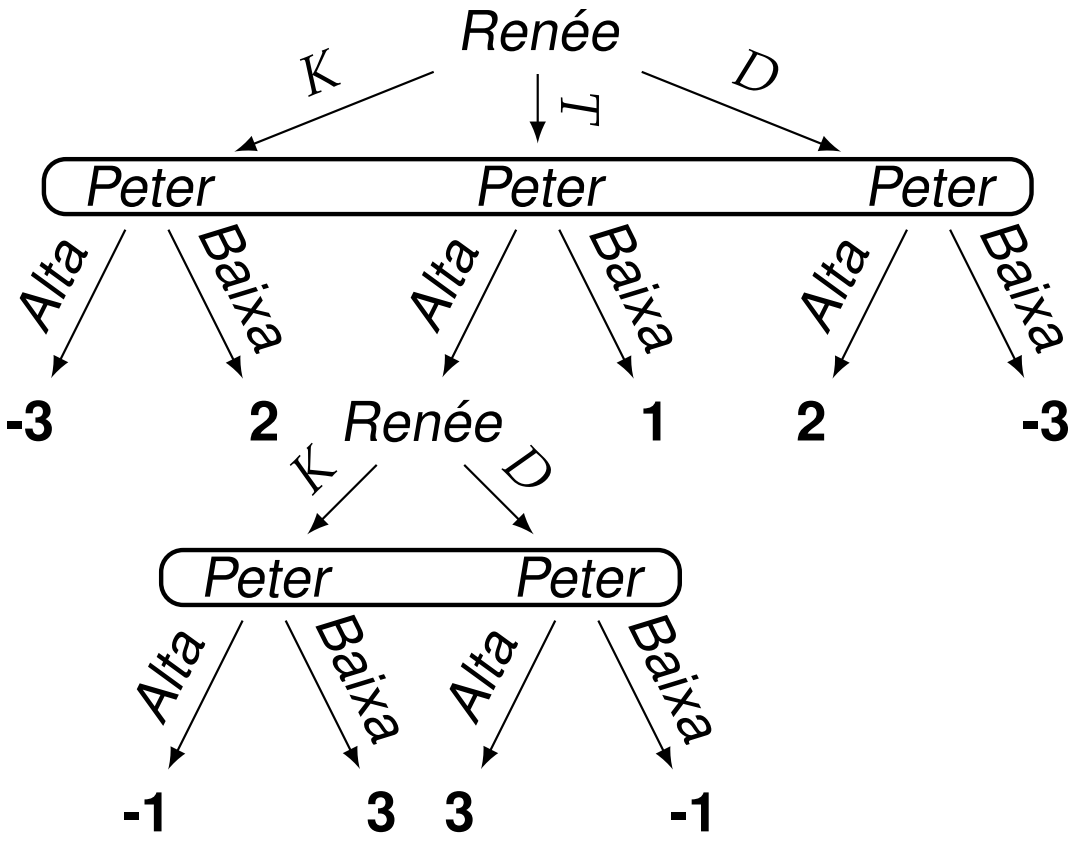
Forma Extensa
Opções de *Peter*



Forma Extensa
Opções de *Peter*



Forma Extensa
Ganhos em relação à *Renée*



Estratégias Puras
Peter

PI – Escolher *Alta*; Se *R* escolher T, escolher *Alta*.

PII – Escolher *Alta*; Se *R* escolher T, escolher *Baixa*.

$PIII$ – Escolher *Baixa*.

Estratégias Puras
Renée

RI – Escolher K.

RII – Escolher T; Se P escolher *Alta*, escolher K.

$RIII$ – Escolher T; Se P escolher *Alta*, escolher D.

RIV – Escolher D.

Representação de Jogos

		Peter		
		I	II	III
Renée	I	*P*	*P*	*R*
	II	*P*	*R*	*P*
	III	*R*	*P*	*P*
	IV	*R*	*R*	*P*

Tabela: Forma normal do jogo *Renée v Peter*

Representação de Jogos

		Peter		
		I	II	III
Renée	I	-3	-3	2
	II	-1	3	-2
	III	3	-1	-2
	IV	2	2	-3

Tabela: Matriz de *payoff* do jogo *Renée v Peter*

Representação de Jogos

		Peter		
		I	II	III
Renée	I	(-3,3)	(-3,3)	(2,-2)
	II	(-1,1)	(3,-3)	(-2,2)
	III	(3,-3)	(-1,1)	(-2,2)
	IV	(2,-2)	(2,-2)	(-3,3)

Tabela: *Renée v Peter*, Jogo de Soma Zero

Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão

Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão

Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão

Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão

Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão

Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão

Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão

Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão

Big Points- Exemplo

Jogador 1:
Jogador 2:

```
                        _   o
                      _|2|  o
R G B o o o o o o _|1   |  o
```

Big Points- Exemplo

Jogador 1:
Jogador 2:

```
                        _   o
                      _|2|  o
R   B o G o o o o _|1   |  o
```

Big Points- Exemplo

Jogador 1: o

Jogador 2:

```
                        _   o
                      _|2|  o
R   B   G o o o o _|1   |  o
```

Big Points- Exemplo

```
Jogador 1: o
Jogador 2:
                          _   o
                        _|2|  o
R   B   o o o G o _|1    |  o
```

Big Points- Exemplo

Jogador 1: o
Jogador 2: o

```
                          _   o
                        _|2|  o
R   B   o o o G       _|1   |  o
```

Big Points- Exemplo

Jogador 1: o
Jogador 2: o

```
                          _   o
                        _|2|  o
R        o B o G      _|1   |  o
```

Big Points- Exemplo

Jogador 1: o o
Jogador 2: o

```
                    _   o
                  _|2|  o
R         B o G   _|1  |  o
```

Big Points- Exemplo

```
Jogador 1: o o
Jogador 2: o
                          B   o
                        _|2|  o
R           o o G     _|1   |  o
```

Big Points- Exemplo

```
Jogador 1: o o
Jogador 2: o o
                          B
                        _|2|  o
R           o o G     _|1   |  o
```

Big Points- Exemplo

```
Jogador 1: o o
Jogador 2: o o
                    B
                  _|2|  o
          o R G   _|1  |  o
```

Big Points- Exemplo

Jogador 1: o o o
Jogador 2: o o

B
_|2| o
R G _|1 | o

Big Points- Exemplo

```
Jogador 1: o o o
Jogador 2: o o
```

```
                B
              R|2|  o
        o G   _|1  |  o
```

Big Points- Exemplo

```
Jogador 1: o o o
Jogador 2: o o o
                B
              R|2|
        o G   _|1  | o
```

Big Points- Exemplo

```
Jogador 1: o o o
Jogador 2: o o o
                B
              R|2|
        o o   G|1  | o
```

Big Points- Exemplo

```
Jogador 1: o o o o
Jogador 2: o o o
                    B
                  R|2|
          o o   G|1  |
```

Big Points- Exemplo

```
Jogador 1: 1+0+2+0 = 3
Jogador 2: 2+2+1   = 5
                      B
                   R|2|
          o o    G|1  |
```

Cálculo do Número de Partidas e Estados- Quantidade de Partidas Distintas

$$Partidas = 4 \cdot \binom{55}{5} \cdot \binom{50}{5} \cdot \binom{45}{9} \cdot \binom{36}{9} \cdot \binom{27}{9} \cdot \binom{18}{9} \cdot \binom{9}{9}$$

$$Partidas \approx 5 \times 10^{41}$$

Cálculo do Número de Partidas e Estados- Espaço na Memória

$$
\begin{aligned}
Bytes &= \frac{Mask}{8} + 5\ \text{Peões} \cdot \text{char} + 5\ \text{Jogadores} \cdot 7\ \text{Cores} \cdot \text{char} \\
Bytes &= \frac{55}{8} + 5 \cdot 1 + 5 \cdot 7 \cdot 1 \\
Bytes &= 47\ bytes
\end{aligned}
$$

Cálculo do Número de Partidas e Estados- Quantidade de Estados

$$
\begin{aligned}
Estados &= [B] \cdot [P] \cdot [E] \cdot [D] \cdot [J] \\
[B] &= 55 \text{ discos, disponíveis ou não} \\
[P] &= 5 \text{ peões, com } 61 \text{ locais possíveis} \\
[E] &= \sum_{i=0}^{5} A_{5,i} \\
[D] &= \binom{15}{5} \cdot \binom{10}{5} \\
[J] &= 5 \\
Estados &= 2^{55} \cdot 61^5 \cdot 326 \cdot 3003^5 \cdot 252^2 \cdot 5 \\
Estados &\approx 6 \times 10^{37}
\end{aligned}
$$

Cálculo do Número de Partidas e Estados-Poda por Posição

$$
\begin{aligned}
Estados &= 2^{55} \cdot 11^5 \cdot 326 \cdot 3003^5 \cdot 252^2 \cdot 5 \\
Estados &\approx 1 \times 10^{34}
\end{aligned}
$$

Resultados Parciais- Tempo de Cálculo dos Estados

Dado $d \in [2,9]$ discos e $p \in [2,5]$ peões, tem-se #*B* estados do tabuleiro calculados em *Seg* segundos:

p	*d*	#*B*	*Seg*
2	2	27	0
2	3	102	0
2	4	361	0
2	5	1251	0
2	6	4296	0
2	7	14746	1
2	8	50746	3
2	9	175230	19

Tabela: Quantidade de Estados e Tempo com $p = 2$

Resultados Parciais- Tempo de Cálculo dos Estados

Dado $d \in [2,9]$ discos e $p \in [2,5]$ peões, tem-se #*B* estados do tabuleiro calculados em *Seg* segundos:

p	*d*	#*B*	*Seg*
3	2	150	0
3	3	1219	1
3	4	9082	1
3	5	65195	19
3	6	457855	653
3	7	3173596	19929

Tabela: Quantidade de Estados e Tempo com $p = 3$

Resultados Parciais- Tempo de Cálculo dos Estados

Dado $d \in [2,9]$ discos e $p \in [2,5]$ peões, tem-se #*B* estados do tabuleiro calculados em *Seg* segundos:

p	*d*	#*B*	*Seg*
4	2	825	0
4	3	14907	2
4	4	243200	462

Tabela: Quantidade de Estados e Tempo com $p = 4$

Resultados Parciais- Tempo de Cálculo dos Estados

Dado $d \in [2,9]$ discos e $p \in [2,5]$ peões, tem-se #*B* estados do tabuleiro calculados em *Seg* segundos:

p	*d*	#*B*	*Seg*
5	2	4513	0
5	3	178898	505
5	4	6303528	526949

Tabela: Quantidade de Estados e Tempo com $p = 5$

Considerações Finais

Os cálculos da quantidade de estados do jogo e os cálculos dos estados do tabuleiro fornecem um limite superior e inferior à estimativa.

- Não é possível resolver todo o jogo
- Resolver uma versão simplificada
- Encontrar *Winning Move*
- Encontrar heurística para melhores jogadas