

Agenda I

1 Introdução

Objetivos

2 Pesquisa Bibliográfica

3 Fundamentação Teórica

Definição de Teoria dos Jogos

Teoria Econômica dos Jogos

Teoria Combinatória dos Jogos

Teoria Computacional dos Jogos

Representação e Soluções de Jogos

4 Big Points

Regras

Exemplo

5 Resultados Parciais

Cálculo do Número de Partidas e Estados



- Quantidade de Partidas Distintas
- Espaço na Memória
- Quantidade de Estados
- Poda por Posição
- Tempo de Cálculo dos Estados

Espaço na Memória

Quantidade de Estados

Poda por Posição

Tempo de Cálculo dos Estados

6 Considerações Finais



- Geral: Encontrar *Winning Move*¹
- Específicos:
 - Estabelecer uma heurística² para maximizar o ganho
 - Criar uma IA capaz de jogar contra uma pessoa

²Heurística é uma abordagem para solucionar um problema sem garantias de que o resultado é a solução ótima.

- Fontes de pesquisa
- Referências (Livros e Artigos)

Biblioteca Central da UnB

- **Livro**

Título *Game Theory: Mathematical models of conflict*

Autor *Antonia Jane Jones*

Ano 1980



Teoria Econômica dos Jogos

1921 Émile Borel, reinventou Minimax

1944 von Neumann and Morgenstern

- Jogo de Soma Zero
- Jogo Cooperativo e Não Cooperativo

1950 John Forbes Nash

- Equilíbrio de Nash (Estratégias Mistas)











1. *Journal of the American Medical Association*, 1997; 277: 1039-1043.



$\downarrow = \{ *|0 \}$, Right sempre ganha

$\downarrow = \{ *|0 \}$, Right sempre ganha



Teoria Computacional dos Jogos

Dois jogadores alternam turnos. O estado do nó indica a situação do jogador da vez. Estados possíveis na árvore:

- *Vencedor* (\exists um nó filho *Perdedor*)
- *Perdedor* (Todos os nós filho são *Vencedores*)
- *Empate* (\nexists nó filho *Perdedor*, \exists nó filho *Empate*)



15 / 63

Representação e Soluções de Jogos

- Dois jogadores: **Renée** e **Peter**
- Três cartas: Rei (**K**), Dez (**T**) e Dois (**D**)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se **Alta** (*K*) ou **Baixa** (*D*)

P erra, R ganha 2

P acerta, R perde 3

- No caso T

Baixa R ganha 1

Alta R escolhe outra carta

P erra, R ganha 3

P acerta, R perde 1



Representação e Soluções de Jogos

- Dois jogadores: **Renée** e **Peter**
- Três cartas: Rei (**K**), Dez (**T**) e Dois (**D**)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se **Alta** (*K*) ou **Baixa** (*D*)

P erra, R ganha 2

P acerta, R perde 3

- No caso T

Baixa R ganha 1

Alta R escolhe outra carta

P erra, R ganha 3

P acerta, R perde 1



Representação e Soluções de Jogos

- Dois jogadores: **Renée** e **Peter**
- Três cartas: Rei (**K**), Dez (**T**) e Dois (**D**)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se **Alta** (K) ou **Baixa** (D)

P erra, R ganha 2

P acerta, R perde 3

- No caso T

Baixa R ganha 1

Alta R escolhe outra carta

P erra, R ganha 3

P acerta, R perde 1



Representação e Soluções de Jogos

- Dois jogadores: **Renée** e **Peter**
- Três cartas: Rei (**K**), Dez (**T**) e Dois (**D**)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se **Alta** (K) ou **Baixa** (D)

P erra, R ganha 2

P acerta, R perde 3

- No caso T

Baixa R ganha 1

Alta R escolhe outra carta

P erra, R ganha 3

P acerta, R perde 1



Representação e Soluções de Jogos

- Dois jogadores: **Renée** e **Peter**
- Três cartas: Rei (**K**), Dez (**T**) e Dois (**D**)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se **Alta** (K) ou **Baixa** (D)

P erra, R ganha 2

P acerta, R perde 3

- No caso T

Baixa R ganha 1

Alta R escolhe outra carta

P erra, R ganha 3

P acerta, R perde 1



Representação e Soluções de Jogos

- Dois jogadores: **Renée** e **Peter**
- Três cartas: Rei (**K**), Dez (**T**) e Dois (**D**)

R Escolhe uma carta

P Adivinha se **Alta** (K) ou **Baixa** (D)

P erra, R ganha 2

P acerta, R perde 3

- No caso T

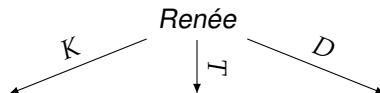
Baixa R ganha 1

Alta R escolhe outra carta

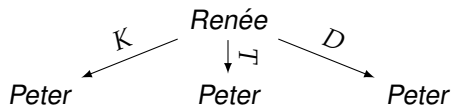
P erra, R ganha 3

P acerta, R perde 1



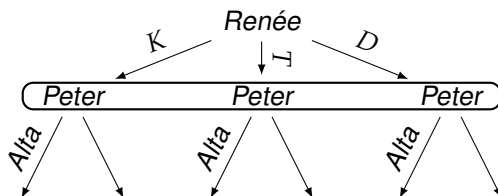


Forma Extensa
Vez de *Peter*



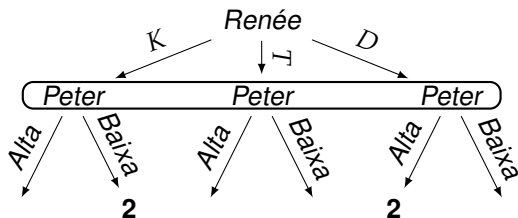
Forma Extensa

Opções de *Peter*

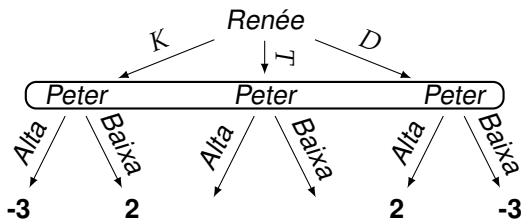


Forma Extensa

Se *Peter* errar

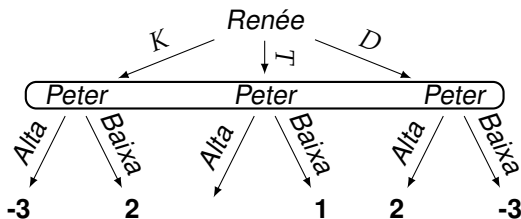


Forma Extensa
Se *Peter* acertar



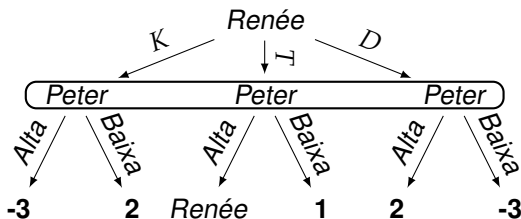
Forma Extensa

Caso T



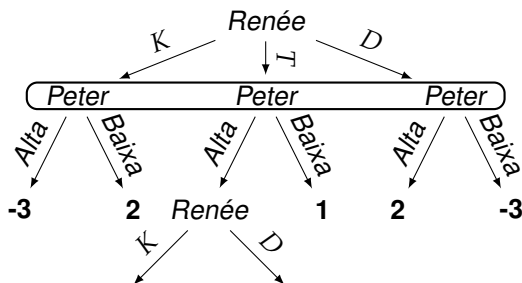
Forma Extensa

Vez de *Renée*



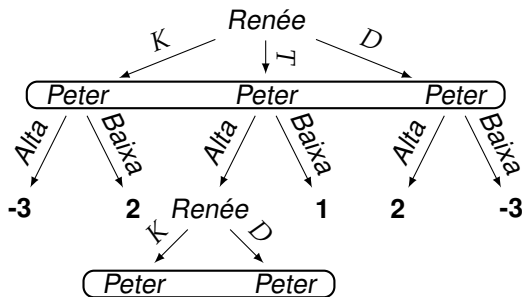
Forma Extensa

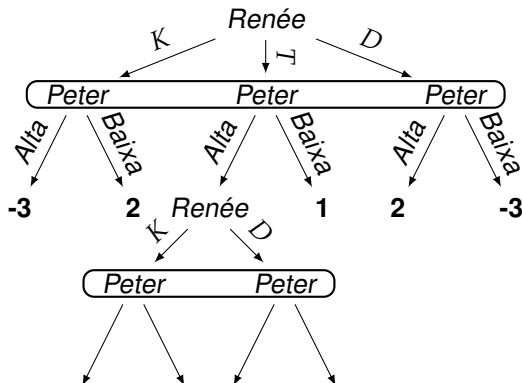
Opções de *Renée*



Forma Extensa

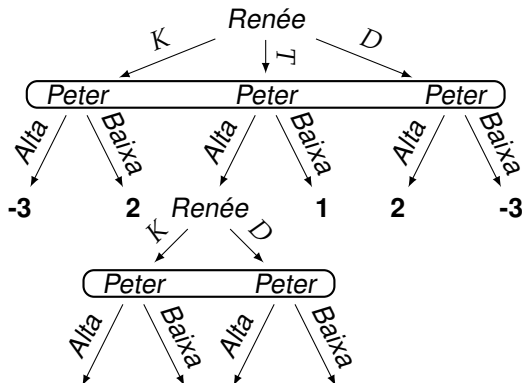
Vez de *Peter*





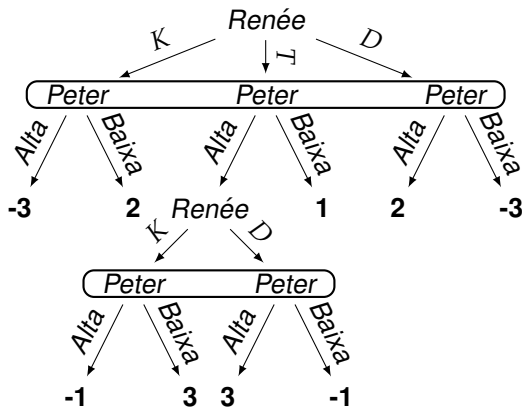
Forma Extensa

Opções de *Peter*



Forma Extensa

Ganhos em relação à *Renée*



Estratégias Puras

Peter

- PI* – Escolher *Alta*; Se *R* escolher *T*, escolher *Alta*.
- PII* – Escolher *Alta*; Se *R* escolher *T*, escolher *Baixa*.
- PIII* – Escolher *Baixa*.



Representação e Soluções de Jogos

		<i>Peter</i>		
		I	II	III
<i>Renée</i>	I	<i>P</i>	<i>P</i>	<i>R</i>
	II	<i>P</i>	<i>R</i>	<i>P</i>
	III	<i>R</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
	IV	<i>R</i>	<i>R</i>	<i>P</i>

Tabela: Forma normal do jogo *Renée v Peter*

Representação e Soluções de Jogos

		<i>Peter</i>		
		I	II	III
<i>Renée</i>	I	-3	-3	2
	II	-1	3	-2
	III	3	-1	-2
	IV	2	2	-3

Tabela: Matriz de *payoff* do jogo *Renée v Peter*

Representação e Soluções de Jogos

		<i>Peter</i>		
		I	II	III
<i>Renée</i>	I	$(-3,3)$	$(-3,3)$	$(2,-2)$
	II	$(-1,1)$	$(3,-3)$	$(-2,2)$
	III	$(3,-3)$	$(-1,1)$	$(-2,2)$
	IV	$(2,-2)$	$(2,-2)$	$(-3,3)$

Tabela: *Renée v Peter*, Jogo de Soma Zero

Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
 - 9 de cada cor comum
 - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão



Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
 - 9 de cada cor comum
 - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão



Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
 - 9 de cada cor comum
 - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão



Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
 - 9 de cada cor comum
 - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão



Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
 - 9 de cada cor comum
 - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão



Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
 - 9 de cada cor comum
 - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão



Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
 - 9 de cada cor comum
 - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão



Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
 - 9 de cada cor comum
 - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão



1 2



1 2



1 1 2



1 1 2



Big Points- Exemplo

Jogador 1: ○

Jogador 2: ○

R B ○ ○ ○ G _ | 2 | ○
_ | 1 | ○



Jogador 2: 0

R o B o G _ | 1 | o



1 2



Big Points- Exemplo

Jogador 1: ○ ○

Jogador 2: ○

R
○
○
G

 _ | 1 | ○
B
○
 _ | 2 | ○



Jogador 2: 0 0

R 0 0 G | 1 | 0



1 1 2

$$\begin{array}{ccccc} & & & & \text{B} \\ & & & \text{--|2|} & \text{O} \\ \text{O} & \text{R} & \text{G} & \text{--|1|} & \text{O} \end{array}$$


1.1. Introduction

				B	
			-	2	o
R	G		-	1	o



Jogador 2: 0 0

Jogador 2: 0 0

$$\begin{array}{ccccc} & & & & \text{B} \\ & & & & \text{R} \mid \text{2} \mid \text{o} \\ \text{o} & \text{G} & - & \mid \text{1} \mid & \text{o} \end{array}$$


Jogador 2: o o o

$$\begin{array}{ccccc} & & & & \text{B} \\ & & & \text{R} & | \text{2} | \\ \text{O} & \text{G} & - & | \text{1} | & \text{O} \end{array}$$


— — —

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & B \\ & & & & & R & | \quad 2 \quad | \\ O & O & & G & | \quad 1 \quad | & & O \end{array}$$


References

•



1 2 3 4 5 6

•



Cálculo do Número de Partidas e Estados- Quantidade de Estados

$$Estados = [B] \cdot [P] \cdot [E] \cdot [D] \cdot [J]$$

$$[B] = 55 \text{ discos, disponíveis ou não}$$

$$[P] = 5 \text{ peões, com 61 locais possíveis}$$

$$[E] = \sum_{i=0}^5 A_{5,i}$$

$$[D] = \binom{15}{5} \cdot \binom{10}{5}$$

$$[J] = 5$$

$$Estados = 2^{55} \cdot 61^5 \cdot 326 \cdot 3003^5 \cdot 252^2 \cdot 5$$

$$Estados \approx 6 \times 10^{37}$$



Resultados Parciais- Tempo de Cálculo dos Estados

Dado $d \in [2, 9]$ discos e $p \in [2, 5]$ peões, tem-se $\#B$ estados do tabuleiro calculados em Seg segundos:

p	d	$\#B$	Seg
2	2	27	0
2	3	102	0
2	4	361	0
2	5	1251	0
2	6	4296	0
2	7	14746	1
2	8	50746	3
2	9	175230	19

Tabela: Quantidade de Estados e Tempo com $p = 2$

Resultados Parciais- Tempo de Cálculo dos Estados

Dado $d \in [2, 9]$ discos e $p \in [2, 5]$ peões, tem-se $\#B$ estados do tabuleiro calculados em Seg segundos:

p	d	$\#B$	Seg
3	2	150	0
3	3	1219	1
3	4	9082	1
3	5	65195	19
3	6	457855	653
3	7	3173596	19929

Tabela: Quantidade de Estados e Tempo com $p = 3$



Resultados Parciais- Tempo de Cálculo dos Estados

Dado $d \in [2, 9]$ discos e $p \in [2, 5]$ peões, tem-se $\#B$ estados do tabuleiro calculados em Seg segundos:

p	d	$\#B$	Seg
4	2	825	0
4	3	14907	2
4	4	243200	462

Tabela: Quantidade de Estados e Tempo com $p = 4$



Resultados Parciais- Tempo de Cálculo dos Estados

Dado $d \in [2, 9]$ discos e $p \in [2, 5]$ peões, tem-se $\#B$ estados do tabuleiro calculados em Seg segundos:

p	d	$\#B$	Seg
5	2	4513	0
5	3	178898	505
5	4	6303528	526949

Tabela: Quantidade de Estados e Tempo com $p = 5$



Considerações Finais

Os cálculos da quantidade de estados do jogo e os cálculos dos estados do tabuleiro fornecem um limite superior e inferior à estimativa.

- Não é possível resolver todo o jogo
- Resolver uma versão simplificada
- Encontrar *Winning Move*
- Encontrar heurística para melhores jogadas

