



# Agenda I

## 1 Introdução

Objetivos

## 2 Pesquisa Bibliográfica

## 3 Fundamentação Teórica

Definição de Teoria dos Jogos

Teoria Econômica dos Jogos

Teoria Combinatória dos Jogos

Teoria Computacional dos Jogos

Representação de Jogos

Forma Extensa

Estratégias Puras

Forma Normal

## 4 Big Points

Regras

Exemplo



## 5 Resultados Parciais

## Tempo de Cálculo dos Estados

## 6 Considerações Finais





- Geral: Encontrar *Winning Move*<sup>1</sup>
- Específicos:
  - Estabelecer uma heurística<sup>2</sup> para maximizar o ganho
  - Criar uma IA capaz de jogar contra uma pessoa

<sup>2</sup>Heurística é uma abordagem para solucionar um problema sem garantias de que o resultado é a solução ótima.











# Biblioteca Central da UnB

- **Livro**

**Título** *Game Theory: Mathematical models of conflict*

**Autor** *Antonia Jane Jones*

Ano 1980

# DuckDuckGo

- **Artigo** - II Bienal da SBM<sup>3</sup>

Local Universidade Federal da Bahia

# Título Uma Introdução a Teoria dos Jogos

Autor Sartini et. al.

Ano 2004

# Definição de Teoria dos Jogos

A **Teoria dos Jogos** é uma área de estudos derivada da matemática que estuda o comportamento de indivíduos sob uma situação de conflito.

- Teoria Econômica dos Jogos
- Teoria Combinatória dos Jogos
- Teoria Computacional dos Jogos





— *Journal of the American Medical Association*, 1997





— *Journal of the American Medical Association*, 1997







1000



$\downarrow = \{ *|0 \}$ , Right sempre ganha







# Teoria Computacional dos Jogos

Engloba jogos que podem ser resolvidos por força bruta ou que podem ser jogados contra uma Inteligência Artificial.

- Para jogos pequenos é possível percorrer todas as possibilidades
- Para jogos maiores, é necessário uma função que avalie a posição atual



# Teoria Computacional dos Jogos

Dois jogadores alternam turnos. O estado do nó indica a situação do jogador da vez. Estados possíveis na árvore:

- *Vencedor* ( $\exists$  um nó filho *Perdedor*)
- *Perdedor* (Todos os nós filho são *Vencedores*)
- *Empate* ( $\nexists$  nó filho *Perdedor*,  $\exists$  nó filho *Empate*)

























# Representação de Jogos

- Dois jogadores: **Renée** e **Peter**
- Três cartas: Rei (**K**), Dez (**T**) e Dois (**D**)

**R** Escolhe uma carta

**P** Adivinha se **Alta** ( $K$ ) ou **Baixa** ( $D$ )

$P$  erra,  $R$  ganha 2

$P$  acerta,  $R$  perde 3

- No caso  $T$

*Baixa*  $R$  ganha 1

*Alta* R escolhe outra carta

$P$  erra,  $R$  ganha 3

$P$  acerta,  $R$  perde 1



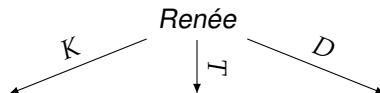




Forma Extensa  
Vez de *Renée*

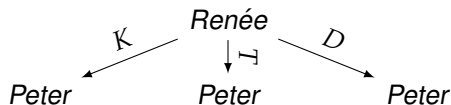
*Renée*

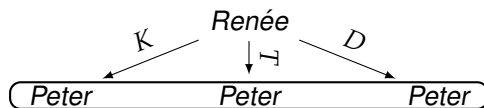




## Representação de Jogos

Forma Extensa  
Vez de *Peter*

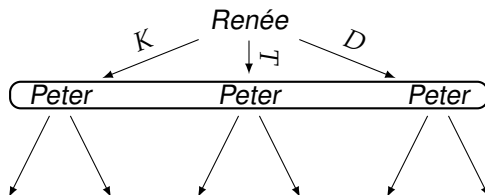


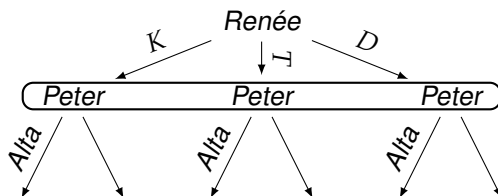




# Forma Extensa

## Opções de *Peter*

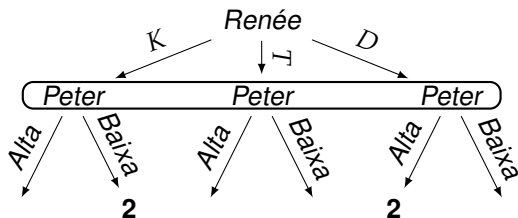




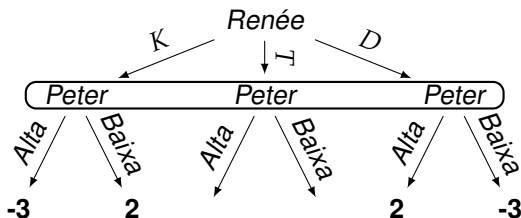


# Forma Extensa

## Se *Peter* errar



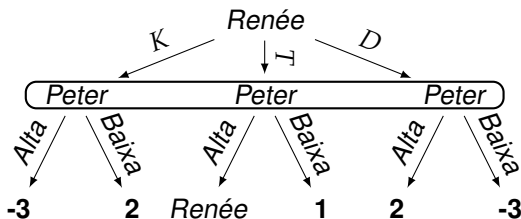
Forma Extensa  
Se *Peter* acertar





# Forma Extensa

## Vez de *Renée*



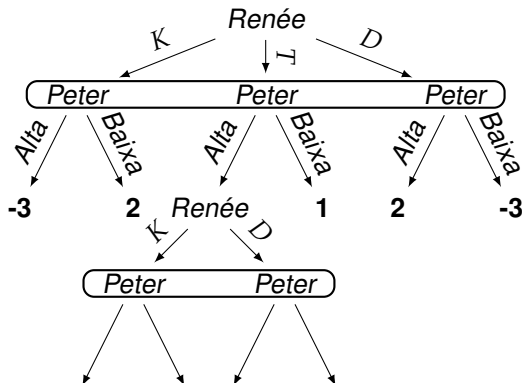






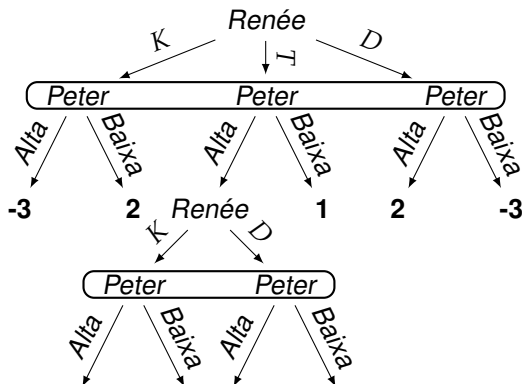
# Forma Extensa

## Opções de *Peter*



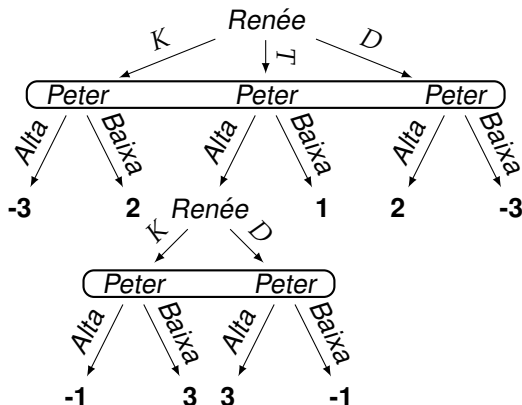
# Forma Extensa

## Opções de *Peter*



# Forma Extensa

## Ganhos em relação à *Renée*



# Estratégias Puras

## *Peter*

- PI* – Escolher *Alta*; Se *R* escolher *T*, escolher *Alta*.
- PII* – Escolher *Alta*; Se *R* escolher *T*, escolher *Baixa*.
- PIII* – Escolher *Baixa*.





# Representação de Jogos

		<i>Peter</i>		
		I	II	III
<i>Renée</i>	I	<i>P</i>	<i>P</i>	<i>R</i>
	II	<i>P</i>	<i>R</i>	<i>P</i>
	III	<i>R</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
	IV	<i>R</i>	<i>R</i>	<i>P</i>

Tabela: Forma normal do jogo *Renée v Peter*

# Representação de Jogos

		<i>Peter</i>		
		I	II	III
<i>Renée</i>	I	-3	-3	2
	II	-1	3	-2
	III	3	-1	-2
	IV	2	2	-3

Tabela: Matriz de *payoff* do jogo *Renée v Peter*



# Representação de Jogos

		<i>Peter</i>		
		I	II	III
<i>Renée</i>	I	$(-3,3)$	$(-3,3)$	$(2,-2)$
	II	$(-1,1)$	$(3,-3)$	$(-2,2)$
	III	$(3,-3)$	$(-1,1)$	$(-2,2)$
	IV	$(2,-2)$	$(2,-2)$	$(-3,3)$

Tabela: *Renée* v *Peter*, Jogo de Soma Zero

# Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão



# Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão



# Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão



# Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão



# Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão



# Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão



# Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão





# Big Points- Regras

- 2 a 5 Jogadores
- 5 peões de cores distintas
- 55 discos
  - 9 de cada cor comum
  - 5 de cada cor especial
- Cada jogador, no seu turno, escolhe um peão
- O peão é movido para o primeiro disco de sua cor
- O jogador da vez recolhe um disco disponível à frente ou atrás do peão



1 1 2



1 2



1 1 2



1 1 2



# Big Points- Exemplo

Jogador 1: ○

Jogador 2: ○

R   B   ○ ○ ○ G   \_ | 2 | ○  
\_ | 1 | ○



Jogador 2: **o**

R            o B o G    \_ | 1   | o



1 2





# Big Points- Exemplo

Jogador 1: ○ ●

Jogador 2: ○

R
○
○
G

 B
 

2

○
  


1

○

**Jogador 2: 0 0**

R                  O O G    \_ | 1     |    O



1 1 2

$$\begin{array}{ccccc} & & & & \text{B} \\ & & & \text{--|2|} & \text{O} \\ \text{O} & \text{R} & \text{G} & \text{--|1|} & \text{O} \end{array}$$


# Big Points- Exemplo

Jogador 1: ○ ● ○

Jogador 2: ○ ○

				B	
			— 2	○	
R	G	— 1		○	



Jogador 2: 0 0

Jogador 2: 0 0

$$\begin{array}{ccccc} & & & \text{B} & \\ & & & \text{R} & | \text{2} & | \text{O} \\ \text{O} & \text{G} & - & | \text{1} & | & \text{O} \end{array}$$


**Jogador 2:** o o o

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \text{B} \\ & & & & & \text{R} & | \text{2} | \\ \text{O} & \text{G} & & - & | \text{1} & | & \text{O} \end{array}$$


### Discussion

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & B \\ & & & & & R & | & 2 & | \\ O & O & & G & | & 1 & & | & O \end{array}$$


1 1 2

•





1 2 3 4 5 6

100







# Cálculo do Número de Partidas e Estados- Quantidade de Estados

$$Estados = [B] \cdot [P] \cdot [E] \cdot [D] \cdot [J]$$

$$[B] = 55 \text{ discos, disponíveis ou não}$$

$$[P] = 5 \text{ peões, com 61 locais possíveis}$$

$$[E] = \sum_{i=0}^5 A_{5,i}$$

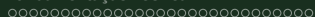
$$[D] = \binom{15}{5} \cdot \binom{10}{5}$$

$$[J] = 5$$

$$Estados = 2^{55} \cdot 61^5 \cdot 326 \cdot 3003^5 \cdot 252^2 \cdot 5$$

$$Estados \approx 6 \times 10^{37}$$





# Cálculo do Número de Partidas e Estados-Poda por Posição

$$Estados = 2^{55} \cdot 11^5 \cdot 326 \cdot 3003^5 \cdot 252^2 \cdot 5$$

$$Estados \approx 1 \times 10^{34}$$



# Resultados Parciais- Tempo de Cálculo dos Estados

Dado  $d \in [2, 9]$  discos e  $p \in [2, 5]$  peões, tem-se  $\#B$  estados do tabuleiro calculados em  $Seg$  segundos:

$p$	$d$	$\#B$	$Seg$
2	2	27	0
2	3	102	0
2	4	361	0
2	5	1251	0
2	6	4296	0
2	7	14746	1
2	8	50746	3
2	9	175230	19

Tabela: Quantidade de Estados e Tempo com  $p = 2$

# Resultados Parciais- Tempo de Cálculo dos Estados

Dado  $d \in [2, 9]$  discos e  $p \in [2, 5]$  peões, tem-se  $\#B$  estados do tabuleiro calculados em  $Seg$  segundos:

$p$	$d$	$\#B$	$Seg$
3	2	150	0
3	3	1219	1
3	4	9082	1
3	5	65195	19
3	6	457855	653
3	7	3173596	19929

Tabela: Quantidade de Estados e Tempo com  $p = 3$



# Resultados Parciais- Tempo de Cálculo dos Estados

Dado  $d \in [2, 9]$  discos e  $p \in [2, 5]$  peões, tem-se  $\#B$  estados do tabuleiro calculados em  $Seg$  segundos:

$p$	$d$	$\#B$	$Seg$
4	2	825	0
4	3	14907	2
4	4	243200	462

**Tabela:** Quantidade de Estados e Tempo com  $p = 4$





# Resultados Parciais- Tempo de Cálculo dos Estados

Dado  $d \in [2, 9]$  discos e  $p \in [2, 5]$  peões, tem-se  $\#B$  estados do tabuleiro calculados em  $Seg$  segundos:

$p$	$d$	$\#B$	$Seg$
5	2	4513	0
5	3	178898	505
5	4	6303528	526949

**Tabela:** Quantidade de Estados e Tempo com  $p = 5$



## Considerações Finais

Os cálculos da quantidade de estados do jogo e os cálculos dos estados do tabuleiro fornecem um limite superior e inferior à estimativa.

- Não é possível resolver todo o jogo
- Resolver uma versão simplificada
- Encontrar *Winning Move*
- Encontrar heurística para melhores jogadas

