

Referencial Teórico

Uma Introdução a Teoria dos Jogos

Autores: Brigida Alexandre Sartini, Gilmar Garbugio, Humberto José Bortolossi, Polyane Alves Santos e Larissa Santana Barreto
II Bienal da SBM, Universidade Federal da Bahia.
25 a 29 de outubro de 2004

Introdução

A teoria dos jogos é uma teoria matemática criada para se modelar fenômenos que podem ser observados quando dois ou mais “agentes de decisão” interagem entre si.

Além de ser usada para estudar assuntos como eleições, leilões, balança de poder e evolução genética, a teoria dos jogos também pode ser estudada no campo de matemática pura.

Há uma diferença entre Teoria Econômica dos Jogos (motivações predominante econômicas) e Teoria Combinatória dos Jogos (aspectos combinatórios de jogos de mesa e não permite elementos imprevisíveis).

História Século XVIII, James Waldergrave analisa um jogo de cartas chamado “*le Her*” e fornece uma solução que é um equilíbrio de estratégia mista, porém não estendeu sua abordagem a uma teoria geral.

Século XIX, Augustin Cournot escreve sobre duopólio [3]. Em 1913, Ernst Zermelo publicou o primeiro teorema matemático da teoria dos jogos [21], afirmando que o xadrez é um jogo estritamente determinado, ou seja, em cada estágio do jogo há pelo menos uma estratégia que garantirá a vitória de um dos jogadores, ou no mínimo conduzirá o jogo a um empate.

Emile Borel reinventou as soluções **minimax** e publicou quatro artigos sobre jogos estratégicos.

Em 1928, John von Neumann demonstrou que todo jogo finito de soma zero com duas pessoas possui uma solução em estratégias mistas [18], utilizando topologia e análise funcional.

Em 1937, Neumann forneceu uma nova demonstração baseada no teorema do ponto fixo de Brouwer.

Em 1944, publicou um trabalho na área da economia com Oscar Morgenstern [19]. Com isso, a teoria dos jogos invadiu a economia e a matemática aplicada.

Em 1950, John Forbes Nash Júnior publicou quatro artigos importantes para a teoria dos jogos não-cooperativos. Em “*Equilibrium Points in n -Person Games*”

[14] e “*Non-cooperative Games*” [16], Nash provou a existência de um equilíbrio de estratégias mistas para jogos não-cooperativos, denominado **equilíbrio de Nash**.

Em 1994, John Forbes Nash Jr., John Harsanyi e Reinhard Selten receberam o prêmio Nobel por suas contribuições para a Teoria dos Jogos.

O que é um jogo? A teoria dos jogos pode ser definida como a teoria dos modelos matemáticos que estuda a escolha de decisões ótimas sob condições de conflito. Os elementos básicos de um jogo são: o conjunto de **jogadores**, onde cada jogador possui um conjunto de **estratégias**. A partir das escolhas de estratégias de cada jogador, temos uma **situação** ou **perfil**.

Em termos matemáticos é dito que um jogador tem uma **função utilidade**, que atribui um **payoff** ou **ganho** para cada situação do jogo, quando este jogador tem um certo interesse ou preferência a uma situação.

Matriz de *payoffs*

Uma solução de um jogo é uma prescrição ou previsão sobre o resultado do jogo.
Dinâmica e equilíbrio de Nash

É dito **estratégia dominante** uma

Exemplos

1. Dilema do prisioneiro
2. A batalha dos sexos
3. *Matching pennies*
4. Chefe e empregado
5. A tragédia dos comuns

Teoremas

1. Teorema Minimax
 - Para jogos de soma zero com dois jogadores
2. Equilíbrio de Nash
 - Para jogos gerais

Bibliografia

- [3] A. A. Cournot, *Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses*, 1838. Traduzido por N. T. Bacon em *Reserches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*, McMillan, New York, 1927.
- [13] J. F. Nash Jr., *Equilibrium Points in n-person Games*. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, pp. 48-49, 1950.
- [14] J. F. Nash Jr., *Non-Cooperative Games*. PhD. Thesis. Princeton University Press, 1950.
- [16] J. F. Nash Jr., *Non-Cooperative Games*. Annals of Mathematics, pp. 286-295, 1951.
- [18] J. von Neumann. *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*. Mathematische Annalen, vol. 100, pp 295-320. Traduzido por S. Bargmann: *On the Theory of Games of Strategy* em *Contributions to the Theory of Games*, vol. 4, pp. 13-42, A. W. Tucker e R. D. Luce (editores), Princeton University Press, 1959.
- [19] J. von Neumann e O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press, 1944.
- [21] E. Zermelo, *Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die theories des Schachspiels*. Atas do Décimo Quinto Congresso Internacional de Matemáticos, vol. 2, pp. 501-504, 1913.

Notas/Extras

- “O Duopólio é uma falha de mercado e tipo específico de oligopólio em que apenas dois produtores existem em um mercado. Esta definição é geralmente usada apenas quando duas empresas têm o controle dominante do mercado.” - [Wikipedia](#)
- Procurar os quatro artigos de Emile Borel sobre jogos estratégicos e teoria **minimax**.
- Pesquisar sobre ponto fixo de Brouwer.

Stanford

Notas

Impartial game means the rules for both players are the same. The inverse of this game, is itself.

Reversible moves are moves which the other player can make to bring the game to a previous state, similar to undoing that player's move.