

## Guía de ejercicios N°1: Repaso

Vázquez, Matías Fernando - 91523  
mfvazquezfiuba@gmail.com

1 de abril de 2018

### 1.

Datos:

- $f = 500 \text{ MHz}$
- $Z_o = 50 \Omega$
- $\alpha = 0,02 \text{ dB/m} = 0,0046 \text{ Np/m}$
- $\beta = 15,7 \text{ rad/m}$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{R + j\omega L} \sqrt{G + j\omega C}$$

$$Z_o = \frac{\sqrt{R + j\omega L}}{\sqrt{G + j\omega C}}$$

Multiplicando ambas ecuaciones:

$$\gamma Z_o = R + j\omega L = \alpha Z_o + j\beta Z_o$$

Tomando solo la parte real:

$$R = \alpha Z_o = 0,02 \text{ dB/m } 50 \Omega = 0,23 \Omega/\text{m}$$

Tomando solo la parte imaginaria:

$$j\omega L = j\beta Z_o$$

Despejo  $L$ :

$$L = \frac{\beta}{\omega} Z_o = \frac{15,7 \text{ rad/m}}{2\pi 500 \text{ MHz}} 50 \Omega = 249 \text{ nH/m}$$

Dividiendo  $\gamma$  por  $Z_o$ :

$$\frac{\gamma}{Z_o} = G + j\omega C = \frac{\alpha}{Z_o} + j\frac{\beta}{Z_o}$$

Tomando solo la parte real:

$$G = \frac{\alpha}{Z_o} = \frac{0,0046 \text{ Np/m}}{50 \Omega} = 92 \mu\text{S/m}$$

Tomando solo la parte imaginaria:

$$j\omega C = j\frac{\beta}{Z_o}$$

Despejo  $C$ :

$$C = \frac{\beta}{\omega Z_o} = \frac{15,7 \text{ rad/m}}{2\pi 500 \text{ MHz } 50 \Omega} = 99,9 \text{ pF/m}$$

## 2.

Datos:

- $f_o = 199 \text{ MHz}$
- $Z_L = 200 \Omega$
- $Z_o = 75 \Omega$

### 2.a.

Siendo  $Z_a$  la impedancia característica del adaptador de cuarto de onda:

$$Z_a = \sqrt{Z_o Z_L} = \sqrt{75 \Omega \cdot 200 \Omega} = 122 \Omega$$

### 2.b.

Se calcula  $\rho$  mediante la siguiente expresión:

$$\rho = \frac{Z_{Lad} - Z_o}{Z_{Lad} + Z_o} \quad (1)$$

Siendo  $Z_{Lad}$  la impedancia del adaptador y la carga.

Para el transformador de cuarto de onda, el producto  $\beta\ell$  puede expresarse como:

$$\beta\ell = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda_o}{4} = \frac{\pi f}{2f_o}$$

Siendo  $\ell$  la longitud del adaptador de cuarto de onda y  $f_o$  la frecuencia para la cual se diseñó el adaptador.

Entonces  $Z_{Lad}$  queda expresado como:

$$Z_{Lad} = Z_a \frac{Z_L + jZ_a \tan\left(\frac{\pi f}{2f_o}\right)}{Z_a + jZ_L \tan\left(\frac{\pi f}{2f_o}\right)} \quad (2)$$

Reemplazando la ecuación 2 en la ecuación 1 se grafica  $\rho$  en función de la frecuencia en la figura 1, marcando los canales de aire la gráfica.

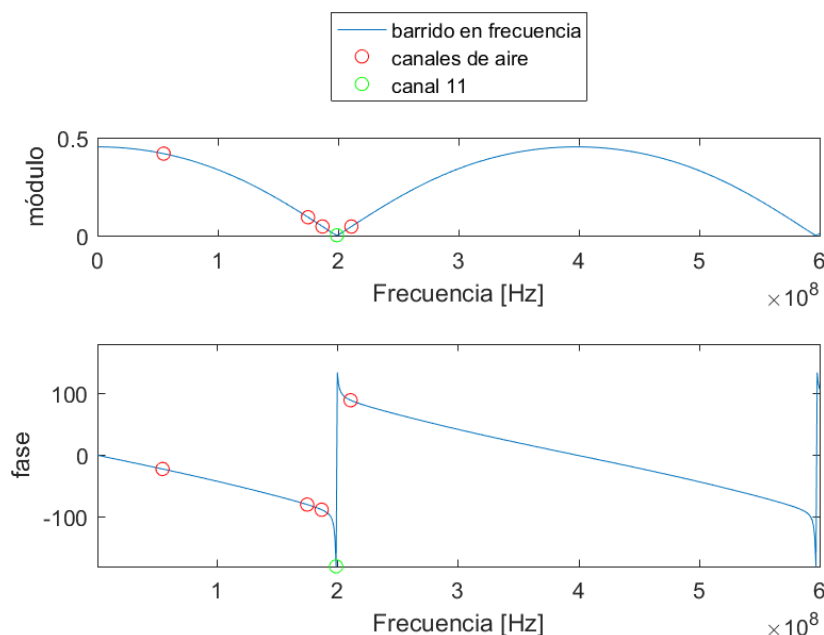


Figura 1: Módulo y fase de  $\rho$

## 2.c.

Mediante la ecuación 3 utilizando los  $\rho$  calculados, se obtiene el grafico mostrado en la figura 2

$$ROE = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|} \quad (3)$$

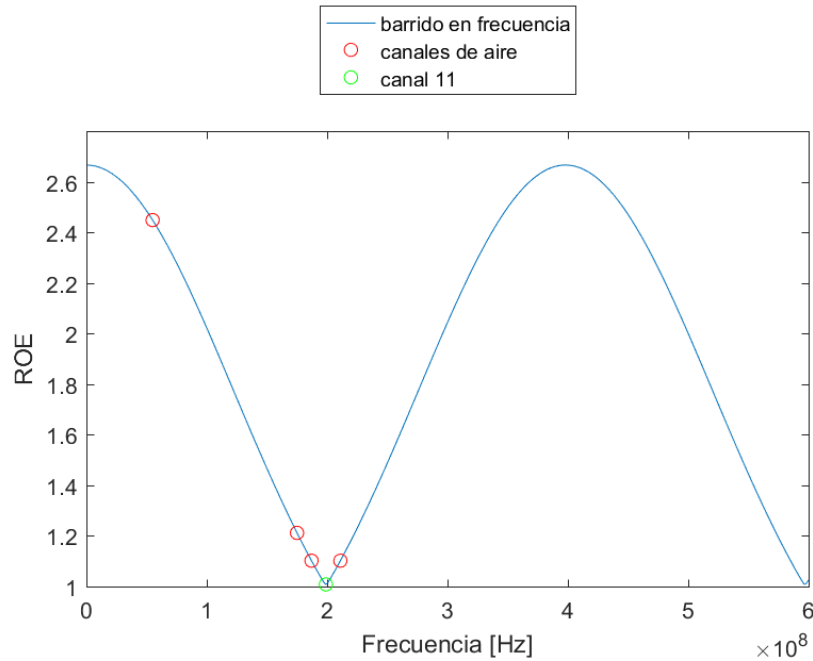


Figura 2: ROE

El ancho de banda para frecuencias entre 1 MHz y 600 MHz se obtiene de las frecuencias donde se cumple  $ROE \leq 2$ . Se detectaron 2 bandas de frecuencia en donde se cumple dicha condición. Una entre 103 MHz y 295 MHz y la otra entre 501 MHz y 600 MHz. Frecuencias mayores a 600 MHz deberían cumplir con esta condición pero no fueron consideradas.

## 2.d.

A excepción del canal 2, los otros canales están incluidos en el ancho de banda de la antena.

canal	Frecuencia	$\rho$	$ROE$
2	55 MHz	0.4201	2.4490
7	175 MHz	0.0957	1.2115
9	187 MHz	0.0484	1.1013
11	199 MHz	0	1
13	211 MHz	0.0482	1.1013

Tabla 1: Parámetros obtenidos para los canales de aire

## 2.e.

Se diseña un STUB, siendo  $d_s$  la distancia del STUB a la carga y  $\ell_s$  el largo del STUB.

$$\ell_s = \frac{\lambda_o}{2\pi} \arctan \left( \frac{\sqrt{Z_L Z_o}}{Z_L - Z_o} \right)$$

$$d_s = \frac{\lambda_o}{2\pi} \arctan \sqrt{\frac{Z_L}{Z_o}}$$

Desde el nodo que conecta la línea con el STUB, la impedancia del STUB es:

$$Z_{STUB} = jZ_o \tan \left( \frac{2\pi}{\lambda} \ell_s \right) = jZ_o \tan \left[ \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda_o}{2\pi} \arctan \left( \frac{\sqrt{Z_L Z_o}}{Z_L - Z_o} \right) \right] = jZ_o \tan \left[ \frac{\lambda_o}{\lambda} \arctan \left( \frac{\sqrt{Z_L Z_o}}{Z_L - Z_o} \right) \right]$$

Finalmente:

$$Z_{STUB} = jZ_o \tan \left[ \frac{f}{f_o} \arctan \left( \frac{\sqrt{Z_L Z_o}}{Z_L - Z_o} \right) \right]$$

Desde el nodo que conecta la línea con el STUB, la impedancia de la línea de largo  $\ell_s$  junto a la carga  $Z_L$  es:

$$Z_{Lds} = Z_o \frac{Z_L + jZ_o \tan(\beta d_s)}{Z_o + jZ_L \tan(\beta d_s)} \quad (4)$$

La expresión  $\beta d_s$  puede reemplazarse por:

$$\beta d_s = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda_o}{2\pi} \arctan \sqrt{\frac{Z_L}{Z_o}} = \frac{\lambda_o}{\lambda} \arctan \sqrt{\frac{Z_L}{Z_o}}$$

Finalmente:

$$\beta d_s = \frac{f}{f_o} \arctan \sqrt{\frac{Z_L}{Z_o}} \quad (5)$$

Reemplazando la ecuación 5 en la ecuación 4 se obtiene  $Z_{Lds}$  en función de la frecuencia.

Luego la carga vista desde el nodo ubicado a una distancia  $d_s$  de la carga es:

$$Z_{ds} = \left( \frac{1}{Z_{STUB}} + \frac{1}{Z_{Lds}} \right)^{-1}$$

Luego se obtiene  $\rho$  mediante:

$$\rho = \frac{Z_{ds} - Z_o}{Z_{ds} + Z_o}$$

En la figura 3 se muestra el módulo y fase de  $\rho$  en función de la frecuencia, también se marcan los canales de aire y el canal 11 para el cual fue diseñado el adaptador.

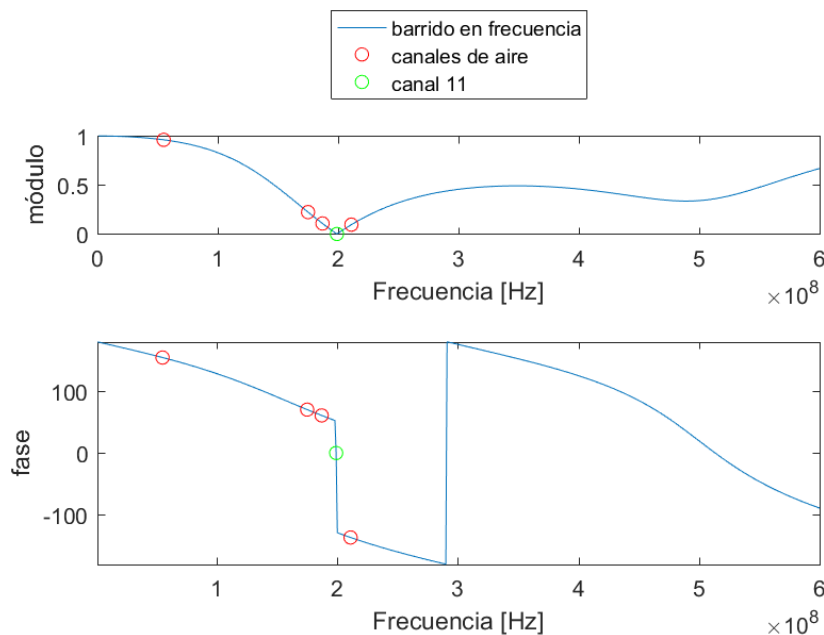


Figura 3:  $\rho$  en función de la frecuencia

Reemplazando  $\rho$  en la ecuación 3 se obtiene la curva de  $ROE$ :

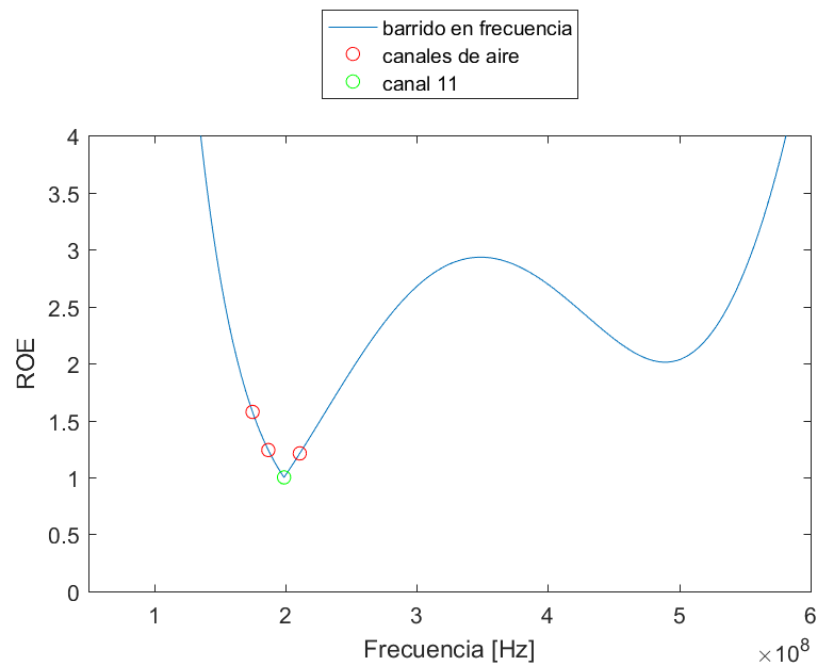


Figura 4:  $\rho$  en función de la frecuencia

El ancho de banda está comprendido entre 164 MHz y 253 MHz.

Al igual que el adaptador de cuarto de onda, el único canal que no está incluido en el ancho de banda es el canal 2.

En la tabla 2

canal	Frecuencia	$\rho$	$ROE$
2	55 MHz	0.9607	49.9553
7	175 MHz	0.2231	1.5744
9	187 MHz	0.1071	1.2400
11	199 MHz	0	1
13	211 MHz	0.0954	1.2109

Tabla 2: Parámetros obtenidos para los canales de aire

### 3.

Datos:

- $Z_o = 50 \Omega$
- $ROE = 3$
- 40 cm entre dos mínimos sucesivos

#### 3.a.

$$\lambda = \frac{d_{min}}{2} = 20 \text{ cm}$$

#### 3.b.

De la ecuación 3 se despeja  $|\rho|$ :

$$|\rho| = \frac{ROE - 1}{ROE + 1} = 0,5$$

**3.c.**

$$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{2\pi f}{\lambda f} = 31,4 \text{ rad/m}$$

**4.**

Datos:

- $Z_o = 50 \Omega$
- $P_o = 25 \text{ W}$

**4.a.**

$$P = 10 \log \frac{P_o}{1 \text{ W}} = 13,98 \text{ dBW}$$

**4.b.**

$$P = 10 \log \frac{P_o}{1 \text{ mW}} = 43,98 \text{ dBW}$$

**5.**

Datos:

- $\hat{E} = 5 \text{ V/m}$
- $\hat{H} = 0,0132 \text{ A/m}$

$$E_{ef} = \frac{\hat{E}}{\sqrt{2}} = 3,5355 \text{ V/m}$$

$$H_{ef} = \frac{\hat{H}}{\sqrt{2}} = 0,009334 \text{ A/m}$$

**5.a.**

$$E = 20 \log \frac{3,5355 \text{ V/m}}{1 \mu\text{V/m}} = 131 \text{ dB}\mu\text{V/m}$$

$$E = 20 \log \frac{3,5355 \text{ V/m}}{1 \text{ mV/m}} = 71,0 \text{ dBmV/m}$$

$$E = 20 \log \frac{3,5355 \text{ V/m}}{1 \text{ V/m}} = 11,0 \text{ dBV/m}$$

**5.b.**

$$H = 20 \log \frac{0,009334 \text{ A/m}}{1 \mu\text{A/m}} = 79,4 \text{ dB}\mu\text{A/m}$$

$$H = 20 \log \frac{0,009334 \text{ A/m}}{1 \text{ mA/m}} = 19,4 \text{ dBmA/m}$$

$$H = 20 \log \frac{0,009334 \text{ A/m}}{1 \text{ A/m}} = -40,6 \text{ dBA/m}$$

**5.c.**

$$\langle N \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\hat{E} \hat{H}) = 0,033 \text{ W/m}^2$$

**6.**

Datos del coaxil RG-58:

- $\epsilon_r = 2,26$
- $a = 0,406 \text{ mm}$
- $b = 1,48 \text{ mm}$
- $\mu = \mu_o$

**6.a.**

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o \epsilon_r}} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{\eta_o}{\sqrt{\epsilon_r}} = 250 \Omega$$

$$Z_o = \frac{\eta}{2\pi} \ln \frac{b}{a} = 51,46 \Omega$$

**6.b.**

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = c 0,66$$

Entonces:

$$v = 66 \% c$$

## A. Código utilizado en el ejercicio 2

```
1 clear
2 close all
3
4 Zo = 75;
5 Zl = 200;
6
7 f = 1e6:1e6:600e6;
8 f_aire = [55e6 175e6 187e6 199e6 211e6];
9
10 fo = 199e6;
11
12 ROE = @(rho) ((1+abs(rho))./(1-abs(rho)));
13 rho = @(Zal) (Zal - Zo) ./ (Zal + Zo);
14
15
16 %%ADAPTADOR DE CUARTO DE ONDA
17
18 Za = 122;
19
20 Zal = @(f) (Za * (Zl + 1i*Za * tan((pi/2)*(f/199e6)))./ (Za + 1i*Zl * tan((
    pi/2)*(f/199e6))));
21
22 rho_barrido = rho(Zal(f));
23 rho_aire = rho(Zal(f_aire));
24 rho_canal = rho(Zal(fo));
25
26 fig_cuarto_de_onda = figure;
27 subplot(2,1,1);
28 plot(f,abs(rho_barrido))
29 hold on;
30 plot(f_aire, abs(rho_aire), 'ro')
31 hold on;
32 plot(fo, abs(rho(Zal(fo))), 'go')
33 legend('barrido en frecuencia','canales de aire','canal 11');
34 legend('Location','northoutside')
35 xlabel('Frecuencia [Hz]')
36 ylabel('modulo')
37
38 subplot(2,1,2);
39 plot(f,rad2deg(angle(rho_barrido)))
40 hold on;
41 plot(f_aire, rad2deg(angle(rho_aire)), 'ro')
42 hold on;
43 plot(fo, rad2deg(angle(rho_canal)), 'go')
44 axis([f(1) f(end) -180 180])
45 xlabel('Frecuencia [Hz]')
46 ylabel('fase')
47
48 saveas(fig_cuarto_de_onda, 'rho_cuarto_de_onda.png')
49
50 ROE_barrido = ROE(rho_barrido);
51 ROE_aire = ROE(rho_aire);
52 ROE_canal = ROE(rho(Zal(fo)));
53
54 fig_roe_cuarto_de_onda = figure;
55 plot(f,ROE_barrido)
56 hold on;
57 plot(f_aire, ROE_aire, 'ro')
```



```
58 hold on;
59 plot(f, ROE_canal, 'go')
60 legend('barrido en frecuencia', 'canales de aire', 'canal 11');
61 legend('Location', 'northoutside')
62 xlabel('Frecuencia [Hz]')
63 ylabel('ROE')
64
65 saveas(fig_roe_cuarto_de_onda, 'ROE_cuarto_de_onda.png')
66
67 f_aceptables_cuarto_de_onda = f(ROE_barrido <= 2);
68
69 %%STUB
70
71 Beta_ls = @(f) ((f/fo) * atan(sqrt(Zl*Zo)/(Zl-Zo)));
72 Zstub = @(Beta_l) (1i*Zo * tan(Beta_l));
73
74 Beta_ds = @(f) ((f/fo) * atan(sqrt(Zl/Zo)));
75 Zds = @(Beta_l) (Zo * (Zl + 1i*Zo * tan(Beta_l))./(Zo + 1i*Zl * tan(Beta_l
    )));
76
77 Zadaptador = @(Zstub, Zds) (1./Zstub + 1./Zds).^-1;
78
79 rho_barrido = rho(Zadaptador(Zstub(Beta_ls(f)), Zds(Beta_ds(f))));
80 rho_aire = rho(Zadaptador(Zstub(Beta_ls(f_aire)), Zds(Beta_ds(f_aire))));
81 rho_canal = rho(Zadaptador(Zstub(Beta_ls(f)), Zds(Beta_ds(f))));
82
83 fig_stub = figure;
84 subplot(2,1,1);
85 plot(f, abs(rho_barrido))
86 hold on;
87 plot(f_aire, abs(rho_aire), 'ro')
88 hold on;
89 plot(f, abs(rho_canal), 'go')
90 legend('barrido en frecuencia', 'canales de aire', 'canal 11');
91 legend('Location', 'northoutside')
92 xlabel('Frecuencia [Hz]')
93 ylabel('modulo')
94
95 subplot(2,1,2);
96 plot(f, rad2deg(angle(rho_barrido)))
97 hold on;
98 plot(f_aire, rad2deg(angle(rho_aire)), 'ro')
99 hold on;
100 plot(f, rad2deg(angle(rho_canal)), 'go')
101 axis([f(1) f(end) -180 180])
102 xlabel('Frecuencia [Hz]')
103 ylabel('fase')
104
105 saveas(fig_stub, 'stub.png')
106
107 f = 50e6:1e6:600e6;
108 rho_barrido = rho(Zadaptador(Zstub(Beta_ls(f)), Zds(Beta_ds(f))));
109
110 ROE_barrido = ROE(rho_barrido);
111 ROE_aire = ROE(rho_aire);
112 ROE_canal = ROE(rho_canal);
113
114 fig_roe_stub = figure;
115 plot(f, ROE_barrido)
116 hold on;
```

```
117 plot(f_aire,ROE_aire , 'ro')
118 hold on;
119 plot(fo, ROE_canal, 'go')
120 legend('barrido en frecuencia','canales de aire', 'canal 11');
121 legend('Location','northoutside')
122 xlabel('Frecuencia [Hz]')
123 ylabel('ROE')
124 axis([f(1) f(end) 0 60]);
125
126 saveas(fig_roe_stub,'ROE_stub.png')
127
128 f_acceptables_stub = f(ROE_barrido <= 2);
```