Procesamiento del habla, 66.46 y 86.53

Práctica 1: repaso de Señales y Sistemas

Semana 1

Transformada de Fourier, continua, discreta y de corto tiempo

1. *Discriminación espectral en señales de tiempo limitado:* La señal $x(n)$ fue obtenida mediante el muestreo de la señal de tiempo continuo

$$x_c(t) = A\cos(2\pi f_1 t) + B\cos(2\pi f_2 t) \quad (1)$$

Calcule analíticamente el espectro $X_c(\Omega)$ de señal continua $x_c(t)$ y el correspondiente espectro $X(\omega)$ de la señal discreta $x(n)$, para una F_s mayor a la frecuencia de Nyquist.

Suponga que se desea utilizar la transformada discreta de Fourier (DFT) como herramienta de análisis de la señal $x(n)$, y para ello se debe tomar una ventana temporal de la señal de duración infinita $x_L(n)$, entre $n = 0, \ldots, L-1$.

a) Determine analíticamente la longitud de la ventana L y la cantidad de puntos $NFFT$ de la DFT que hacen que sea *evidente* la presencia de dos senoides en la señal. Suponga que $f_1 = 100Hz, f_2 = 200Hz, F_s = 500Hz, A = B = 1$ y calcule la DFT de la señal para los valores L y $NFFT$ determinados. Grafique el espectro de forma que el eje de frecuencias y amplitudes representen los valores correspondientes del espectro continuo $X_c(\Omega)$.

b) Determine la longitud de la ventana L más chica posible y la cantidad de puntos $NFFT$ que hace posible leer a partir del espectro discreto los valores de las constantes A y B.

c) Repita el punto 1*b* para la misma longitud L, pero utilizando $NFFT$ de 8 veces lo elegido en esa ocasión. Qué pasaría si previo al cálculo de la DFT de la señal $x(n)$ para $n = 0, \ldots, L-1$, la misma es multiplicada por una ventana de Hanning de L puntos? Cuál es el "ancho de banda" equivalente de ambas ventanas? (expresadas en Hz, referidos a la frecuencia de la señal continua). Repita utilizando una cantidad de puntos de señal L igual al doble del utilizado en el punto 1*b*.

d) Recalcule los puntos 1*a* y 1*b* para la señal $y_1(n)$ que aparece en el campus de la materia, que corresponde a los puntos $n = 0, \ldots, L-1$ de la señal discreta obtenida mediante el muestreo de una señal continua $y_c(t)$ con una frecuencia de muestreo $F_s = 1000Hz$. Determinar si es posible esperar que $y_c(t)$ esté compuesta de señales sinusoidales, y determine también qué posibles frecuencias tendrían esas componentes y sus amplitudes, mediante una cuidadosa elección de L, $NFFT$ y el tipo de ventana utilizada.

2. *Señales estacionarias y no estacionarias:* Realice el mismo análisis del ejercicio anterior pero para la señal $y_2(n)$ suministrada en el campus, identificando frecuencias presentes y las amplitudes correspondientes a dichas frecuencias. Considere que la frecuencia de muestreo de la misma es $F_s = 1000$Hz. En los items siguientes se comparará dicho análisis (global) con un análisis mediante espectrograma. El espectrograma puede considerarse una visualización en 3D de los valores absolutos de DFTs de ventanas sucesivas de la

señal (con solapamiento temporal), de modo que el análisis realizado en el ítem anterior sobre la longitud L de cada ventana así como $NFFT$ y el tipo de ventana es extrapolable.

a) Utilizando un solapamiento igual a $L/2$, genere un espectrograma de la señal que contenga al menos 5 ventanas completas de la señal. En base al espectrograma observado verifique si la ecuación 1 podría describir a la señal continua de la cual deriva esta señal discreta $y_2(n)$, al menos en los tiempos observados. En caso contrario, proponga una ecuación alternativa, construya la señal discreta que se deriva de ella, y construya su espectrograma, de modo de convalidar la ecuación obtenida.

Señales periódicas: Periodicidad percibida y timbre

3. *Diferencias entre la periodicidad matemática y la percibida (pitch):* Suponga nuevamente que tiene una señal continua que responde a la ecuación 1. Determine el período fundamental T_0 y la frecuencia fundamental $F_0 = 2\pi/T_0$ para los siguientes valores de f_1 y f_2, A y B.

   a) $f_1 = 220Hz$ y $f_2 = 440Hz$, $A = 1$ y $B = 1$.

   b) $f_1 = 220Hz$ y $f_2 = 660Hz$, $A = 2$ y $B = 1$.

   c) $f_1 = 660Hz$ y $f_2 = 880Hz$, $A = 1$ y $B = 0{,}1$.

   Genere archivos de audio con un segmento temporal de duración $0{,}2seg$ de las señales anteriores, con una $F_s = 8000Hz$. Qué influencia tiene el valor de A y B en la definición de frecuencia fundamental desde el punto de vista matemático? Qué influencia tiene desde el punto de vista perceptivo?

4. El script `bientemperada.m` es una extensión un poco más compleja del caso anterior. El script genera una canción, en la cual hay una sucesión de notas que pueden modelizarse como una suma de una frecuencia fundamental (diferente para cada nota) y varios armónicos de la misma.

   a) Genere el espectrograma del audio `cancion.wav` generado por el script, de modo que sea posible visualizar los armónicos separadamente y también los silencios entre notas. Identifique sobre el espectrograma la frecuencia fundamental de cada nota y la amplitud de sus armónicos.

   b) Repitir para el audio `cancion2.wav`. Describa los cambios que se producen entre los 2 audios. Qué diferencia perceptiva se produjo? (para responder esa pregunta, intentar cantar la canción al mismo tiempo que se escucha).

   c) (Optativo) Finalice la canción en cada versión, utilizando el script.

5. *Otros fenómenos perceptuales (timbre:)* La señal $y_3(n)$ presenta otro fenómeno perceptual diferente relacionado a las amplitudes de los armónicos de una señal periódica. Grafique el espectrograma de la señal, de modo que sea posible identificar los armónicos individuales. Describa las diferentes partes de la señal, y anticipe cómo se escucharía. Luego verifíquelo.

Filtros, respuesta al impulso, respuesta en frecuencia

6. *Filtros FIR*

   Para el sistema LTI dado por la siguiente ecuación en diferencias

$$y(n) = x(n) - A\,x(n-1)$$

a) Determine si el mismo corresponde a un filtro pasaaltos, pasabajos o ninguno de ellos, de manera analítica.

b) Grafique el espectro utilizando DFT y `freqz` de Matlab.

c) Grafique el espectro de la señal $y_2(n)$ correspondiente al ejercicio 2*a*. Grafique también el resultado de la convolución entre la respuesta al impulso del sistema anterior e $y_2(n)$ para $A = 0{,}1$ y $A = -2$. Verifique en el espectrograma los cambios producidos.

7. *Filtros IIR*

Repetir el ejercicio anterior para el sistema LTI dado por la siguiente ecuación en diferencias

$$y(n) = x(n) + A\, y(n-1)$$

con condiciones iniciales de reposo. Analice las diferencias con el caso anterior, respecto a

a) De qué manera se obtiene la respuesta al impulso.

b) Estabilidad y su relación con la *existencia* de la respuesta en frecuencia.

c) Tipo de respuesta en frecuencia y la manera de graficarla en Matlab.

d) La manera de implementar la convolución pedida.

8. *Filtros IIR de segundo orden*

Los sistemas de segundo orden suelen ser considerados desde un punto de vista práctico el caso más simple de "resonador". En su versión discreta, nos referimos al sistema LTI con condiciones iniciales de reposo, descripto por la siguiente ecuación en diferencias

$$y(n) = b\, x(n) - a_1\, y(n-1) - a_2\, y(n-2)$$

a) Una expresión usual para la respuesta en frecuencia del resonador de segundo orden es la siguiente:

$$H(\omega) = \frac{b}{1 - 2r\cos(\theta)e^{-j\omega} + r^2 e^{-j2\omega}}$$

Determine las condiciones que deben cumplir a_1 y a_2 para que la anterior expresión sea válida. Exprese las constantes r y θ en función de a_1 y a_2.

b) Genere las respuestas en frecuencia e impulsiva correspondiente al sistema con $\theta = \pi/4$ y $r =$ 0.5, 0.7, 0.9 y 0.99, utilizando `freqz` para la respuesta en frecuencia, y `filter` para la respuesta impulsiva.

c) Dibuje el diagrama de polos y ceros de estos sistemas correspondientes al punto anterior, y en base a este diagrama explique la respuesta en frecuencia y la impulsiva obtenidas en cada caso. Qué combinación de parámetros elegiría para construir un resonador en base a un sistema de segundo orden? Qué parámetro determina la frecuencia de resonancia y cuál el Q del sistema?

d) Genere una señal que suene "La" (f=440Hz) mediante la grabación de la respuesta al impulso de un resonador de 2do orden.