Señales y Sistemas 66.74
Práctica 1: Señales

1) Graficar las siguientes señales en MATLAB:

   a) $-2\,\delta(n+2)$ $\quad -4 \leq n \leq 4.$

   b) $2^{n}\,u(n)$ $\quad -3 \leq n \leq 3.$

   c) $2^{-n}\,u(n)$ $\quad -3 \leq n \leq 3.$

   d) $2^{-n}\,u(-n)$ $\quad -4 \leq n \leq 4$

   e) $cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)\,u(n-2)$ $\quad 0 \leq n \leq 11.$

2) Evaluar las siguientes sumas (si es posible) y expresar su respuesta en forma cartesiana (rectangular) y polar. Utilizar MATLAB para corroborar los resultados obtenidos.

   a) $\sum_{n=0}^{9} e^{j\frac{\pi}{2}n}$

   b) $\sum_{n=-2}^{7} e^{j\frac{\pi}{2}n}$

   c) $\sum_{n=0}^{9} \left(\frac{1}{2}\right)^{n} e^{j\frac{\pi}{2}n}$

   d) $\sum_{n=0}^{9} cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$

3) Sea $y(n) = (1 + a + ... + a^{n})\,u(n)$, con $a = 2$. Determinar:

   a) $y(3)$

   b) $y(2000)$

   c) $y(\infty)$, si existe.

   d) ídem anteriores con $a = -1/2$.

   e) $y(\infty)$, con $a = 1$.

4) Dado un pulso rectangular discreto $x(n)$, de ancho N y amplitud A, expresarlo como una combinación de dos funciones escalón. Grafique el pulso en MATLAB, en el rango $-2N \leq n \leq 2N$.

5) Para la señal $x(t)$ descripta mediante la Figura 1, determinar:

   a) $x(3\,t / 2 + 1)$

   b) $x(-2\,t - 1)$

   c) $x(t / 2 - 1 / 2)$

d) Representar en MATLAB la señal x(t) original y las halladas en los subitems anteriores, en su versión discreta, es decir $x(t)|_{t=n}$, con n entero.

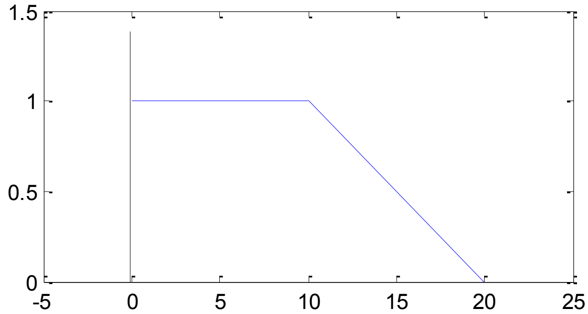

Figura 1

6) Sea la señal discreta x(n) de la Figura 2.

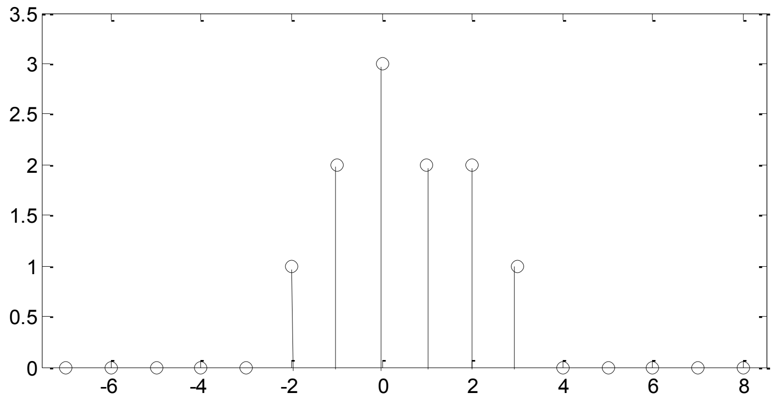

Figura 2

Dibujar y etiquetar cada una de las siguientes señales. Corroborar los resultados obtenidos con MATLAB.

a) $x(n)\, u(2 - n)$

b) $x(n - 1)\, \delta(n - 3)$

c) $\frac{1}{2} x(n) + \frac{1}{2} (-1)^n x(n)$

7) Determinar y dibujar las partes par e impar de las señales ilustradas en la Figura 3. Etiquete cuidadosamente los dibujos.

8) Sea x(t) una señal continua, y sean $y_1(t) = x(2\,t)$, $y_2(t) = x(t / 2)$. La señal $y_1(t)$ representa una versión acelerada de x(t) en el sentido de que la duración de la señal disminuye a la mitad. De manera similar, $y_2(t)$ representa una versión más lenta de x(t) en el sentido de que la duración de la señal se ha duplicado. Considere las siguientes afirmaciones:

a) Si x(t) es periódica, entonces $y_1(t)$ es periódica.

b) Si $y_1(t)$ es periódica, entonces x(t) es periódica.

c) Si x(t) es periódica, entonces $y_2(t)$ es periódica.

d) Si $y_2(t)$ es periódica, entonces x(t) es periódica.

Para cada afirmación, determine si es verdadera, y si lo es, determine la relación entre los periodos fundamentales de las dos señales consideradas en el enunciado. Si no es verdadera puede demostrarlo usando un contra ejemplo.

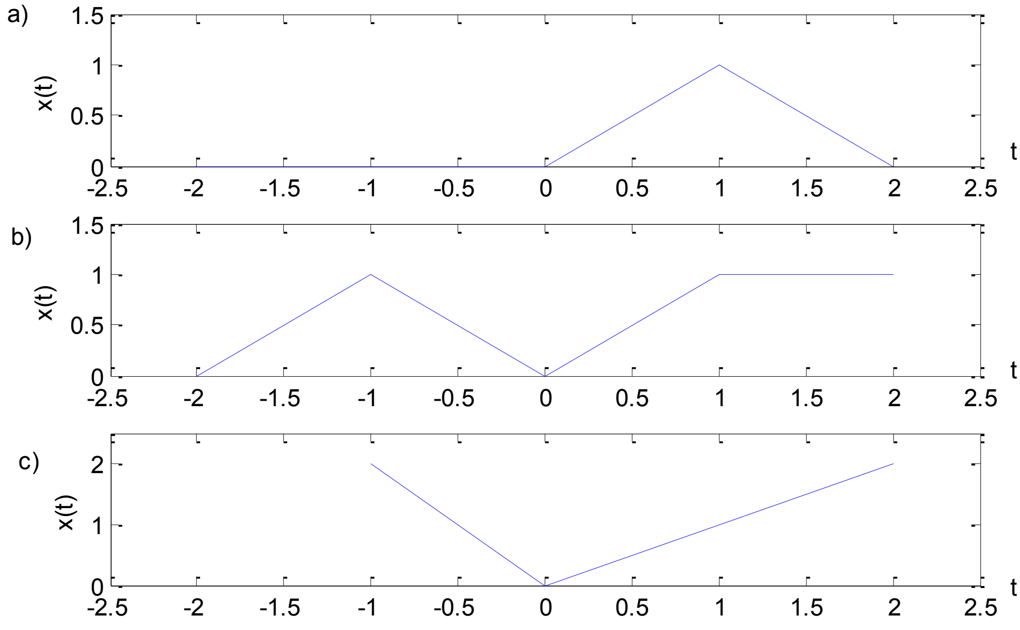

Figura 3

9) Sea x(n) una señal discreta, y sean $y_1 = x(2\,n)$, y

$$y_2 = \begin{cases} x\left(\frac{n}{2}\right) & si\ n\ es\ par \\ 0\ en\ otro\ caso \end{cases}$$

Las señales $y_1(n)$ e $y_2(n)$ representan respectivamente en algún sentido las versiones acelerada y retardada de x(n). Sin embargo, se debe notar que las nociones de tiempo discreto de la aceleración y el retardo tienen sutiles diferencias con respecto a sus contrapartes continuas. Considere las siguientes afirmaciones:

a) Si x(n) es periódica, entonces $y_1(n)$ es periódica.

b) Si $y_1(n)$ es periódica, entonces x(n) es periódica.

c) Si x(n) es periódica, entonces $y_2(n)$ es periódica.

d) Si $y_2(n)$ es periódica, entonces x(n) es periódica.

Para cada afirmación, determine si es verdadera, y si lo es, determine la relación entre los períodos fundamentales de las dos señales consideradas en el enunciado. Si no es verdadera, haga un contra ejemplo de la afirmación. Explique las diferencias con el ejercicio 7.

10) Implemente una función en MATLAB que reciba una secuencia de entrada, x(n), y devuelva $y_1(n)$ e $y_2(n)$, según se definen en el ejercicio anterior. Opcional: inténtelo sin utilizar bucles.

11) Implemente en MATLAB la función de autocorrelación. Estime y grafique la autocorrelación de una señal senoidal de 3 Hz y de una señal aleatoria, de 1 s de duración en ambos casos. En caso de ser posible obtenga el período de la señal.

12) Sea x(t) la señal exponencial compleja continua $x(t) = e^{j\omega_0 t}$ con periodo fundamental $T_0 = 2\pi / \omega_0$. Considere la señal discreta obtenida al tomar muestras de x(t) igualmente espaciadas, esto es:

$$x_d = e^{j\omega_0 t}\Big|_{t=nT_s} = e^{j\omega_0 n T_s}\Big|$$

a) Demuestre que $x_d(n)$ es periódica si y solo si $T0/T_s$ es un número racional, es decir, si y sólo si algún múltiplo del intervalo de muestreo es exactamente igual a un múltiplo del periodo T0.

b) Suponga que $x_d(n)$ es periódica, esto es, que:

$$\frac{T_0}{Ts} = \frac{p}{q} \qquad \text{(ec. 1)}$$

Donde p y q son enteros. Cuáles el periodo fundamental y cuál la frecuencia fundamental de $x_d(n)$? Exprese la frecuencia fundamental como una fracción deT0.

c) Suponiendo nuevamente que satisface la ecuación (1), determine con precisión T_s cuántos periodos de T_0 se necesitan para obtener las muestras que forman un solo período de $x_d(n)$

13) Responder Verdadero o Falso:

a) La suma de dos señales senoidales de tiempo continuo de frecuencias f_1 y f_2 es siempre una señal periódica.

b) Ídem para dos señales periódicas de tiempo discreto.

14) Grafique en MATLAB las siguientes señales y determine si son o periódicas:

a) x(n) = cos(2 π n / 12)

b) x(n) = cos(8 π n / 31)

c) x(n) = cos(n / 6)

d) x(n) definida como las muestras de una senoide de frecuencia 10Hz, muestreada con T_s= 1 / 1000Hz.

e) $x(n) = \sum_{k=0}^{50} cos(\pi\, k\, n\ /\ 32)$

f) $x(n) = \sum_{k=0}^{50} \Re\left\{a_k e^{\frac{\pi k n}{32}}\right\}$ con $a_k = \frac{1}{\pi k} sin(\pi\, k\ /4)$

g) $x(n) = \sum_{k=0}^{50} cos(\pi\, f(k)\ n\ /\ 2)$ con $f(k) = 10\ tan(3\,\pi\, k\ \ /\ 400)$