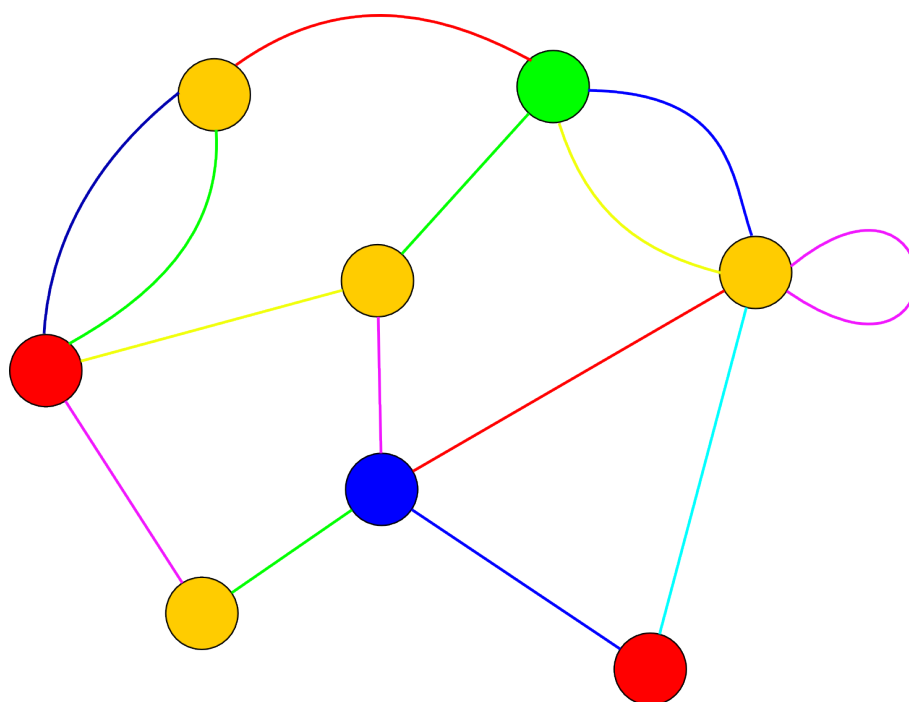


TER : COLORATION DE GRAPHS

Protocole

Tuteur :
Nadia BRAUNER

Etudiant :
Michaël GABAY



LABORATOIRE G-SCOP

Année 2010

1 Généralités

L'objectif de ce document est de décrire la démarche que je vais suivre au long du TER.

On se place dans un multigraphe $G = (V, E)$. Pour le problème de coloration des arrêtes, on considérera G sans boucles (s'il y a une boucle, l'arrête est adjacente avec elle-même et n'admet donc pas de bonne coloration) et dans le cas de la coloration des sommets, on pourra considérer que G est un graphe simple (la multiplicité d'une paire de sommets quelconque ne change rien à la coloration). On pourra également restreindre l'étude aux graphes à une composante connexe car l'identification des composantes connexes se fait en $O(|V| + |E|)$ et le problème est ensuite facilement parallélisable.

Il existe deux types de colorations différentes : la coloration des arrêtes et la coloration des sommets.

L'objectif de ce TER est d'étudier la coloration des sommets. Si le temps le permet, on pourra peut-être ensuite essayer de ramener le problème de coloration des arrêtes à un problème de coloration des sommets.

2 État de l'art

La première partie de l'étude consistera à étudier l'état de l'art en matière de coloration de graphes.

Lors de cette étude, je m'intéresserai dans un premier temps à l'étude théorique et à des résultats généraux puis je rechercherai les algorithmes existants.

J'essaierai également d'intuiter quelque pistes d'algorithmes et de les décrire ou les écrire en pseudo-code.

3 Coloration des sommets

3.1 Formulation du problème

Formuler le problème : réfléchir aux différentes modélisations possibles.
Formuler en PLNE et éventuellement autrement.

3.2 Résolution par PLNE

Il s'agira ici de résoudre les problèmes de coloration par PLNE grâce à des logiciels disponibles.

3.3 Algorithmes

S'il peut-être intéressant de résoudre le problème autrement que par PLNE, il s'agira d'implémenter (ou éventuellement d'utiliser des API disponibles) et de benchmarker des algorithmes exacts permettant de colorer les sommets d'un graphe avec un nombre de couleur minimal (égal au nombre chromatique $\chi(G)$).

Si le temps le permet, je m'intéresserai ensuite à des heuristiques.

Pour chaque algorithme j'adopterai la démarche suivante :

1. Écrire l'algorithme en pseudo-code
2. Étude préliminaire : réfléchir aux propriétés de l'algorithme : dans quelles instances sera-t-il le plus/le moins efficace, complexité, stabilité, à quel comportement s'attendre ? l'algorithme est-il garantit ?...
3. Implémentation
4. Benchmark
5. Questionnement / Analyse des problèmes : les résultats correspondent-ils à ceux attendus ? si non pourquoi ? le temps d'exécution est-il satisfaisant ? peut-on l'améliorer ?
6. Amélioration, optimisation
7. fin ou retour en 4 si l'algorithme a été amélioré

Je m'attacherai lors de cette partie à regarder quels algorithmes sont efficaces dans quels graphes et s'il est intéressant de rechercher des propriétés du graphe (recherche qui peut être coûteuse) afin de déterminer quel algorithme lancer ou de faciliter l'exécution d'un algorithme.

Pour ce qui est des benchmark, je commencerai par exécuter les algorithmes sur de petites instances afin de pouvoir vérifier à la main la bonne coloration (pour le vérifier sur des instances de plus grande taille j'implémenterai peut-être un algorithme). Je les exécuterai ensuite sur des graphes ayant certaines propriétés et enfin, je les exécuterai sur des graphes de plus grande taille pour effectuer des tests de performances.

Afin de pouvoir comparer les algorithmes, je créerai probablement un jeu de tests composé de graphes de grandes tailles incluant des graphes sans propriétés remarquables et d'autres avec.

4 Pour aller plus loin...

Si le temps le permet je pourrais envisager d'autres approches du problème et suivre d'autres pistes telles que la parallélisation (est-ce possible, si oui le faire), l'écriture d'algorithmes probabilistes, la réécriture d'un algorithme dans un autre langage de programmation...

Je pourrais éventuellement essayer d'appliquer les méthodes de coloration des sommets à la coloration des arrêtes à l'aide des graphes de lignes par exemple.

D'autres idées viendront probablement étoffer cette partie au cours du TER.