

GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

Módulo de Formación Básica

FUNDAMENTOS FÍSICOS DE LA INFORMÁTICA

Dr. D. Clemente Cobos Sánchez





Este material es de uso exclusivo para los alumnos de la VIU. No está permitida la reproducción total o parcial de su contenido ni su tratamiento por cualquier método por aquellas personas que no acrediten su relación con la VIU, sin autorización expresa de la misma.

Edita

Universidad Internacional de Valencia

Depósito Legal

En proceso

Grado en

Ingeniería Informática

Fundamentos Físicos de la Informática

Módulo de Formación Básica

6ECTS

Dr. D. Clemente Cobos Sánchez

Índice

TEMA 1. CAMPO ELÉCTRICO	9
1.1. Introducción histórica	9
1.2. Carga eléctrica	10
1.2.1. Conductores, aislantes y semiconductores	11
1.3. Ley de Coulomb	11
1.3.1. Principio de superposición de las fuerzas eléctricas	13
1.4. Campo eléctrico	13
1.4.1. Líneas de campo eléctrico	14
1.4.2. Flujo eléctrico	16
1.5. Campo eléctrico debido a distribuciones de carga	17
1.6. Ley de Gauss del campo eléctrico	18
1.7. Conductores en equilibrio electrostático	19
TEMA 2. POTENCIAL ELÉCTRICO	21
2.1. Energía potencial eléctrica y diferencia de potencial	21
2.2. Diferencia de potencial en un campo eléctrico uniforme	23
2.3. Potencial de una carga puntual	24
2.4. Campo eléctrico y potencial	24
TEMA 3. CORRIENTE ELÉCTRICA	27
3.1. Diferencia de potencial	28
3.2. Resistencia eléctrica	29
3.3. Potencia eléctrica	31
3.4. Resistencias en circuitos eléctricos y electrónicos	33
TEMA 4. CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA	35
4.1. Circuito eléctrico	35
4.2. Fuerza electromotriz	36
4.2.1. Fuente de corriente	37
4.3. Asociación de resistencias	38
4.3.1. Resistencias en serie	38
4.3.2. Resistencias en paralelo	39
4.4. Reglas de Kirchhoff	40
4.4.1. Primera regla de Kirchhoff	40
4.4.2. Segunda regla de Kirchhoff	41
4.4.3. Pautas a seguir al aplicar las reglas de Kirchhoff	41
4.5. Divisor de tensión resistivo	41
4.6. Tierra	42
4.7. Teorema de Thévenin	42
4.6. Teorema de Norton	43
TEMA 5. CONDENSADORES	45
5.1. Capacidad y condensadores	45
5.2. Condensador de placas paralelas	47
5.3. Energía almacenada en un condensador	48
5.4. Asociaciones de condensadores	48

5.4.1. Condensadores en paralelo.....	49
5.4.2. Condensadores en serie	49
5.5. Circuito RC	51
5.5.1. Carga de un condensador	51
5.5.2. Descarga de un condensador	53
5.6. Condensadores en circuitos electrónicos	54
TEMA 6. CAMPO MAGNÉTICO	55
6.1. Introducción.....	55
6.2. Campo magnético	57
6.3. Fuerza ejercida por un campo magnético.....	57
6.4. Fuerza magnética sobre un conductor rectilíneo	58
6.5. Líneas de campo magnético	59
6.6. Ley de Biot-Savart.....	60
6.7. Ley de Ampère	61
6.8. Campo magnético creado por un solenoide	61
6.9. Ley de Gauss del magnetismo	62
TEMA 7. INDUCCIÓN MAGNÉTICA.....	63
7.1. Ley de Faraday.....	63
7.2. Ley de Lenz.....	65
7.3. Leyes de Maxwell.....	65
7.4. Autoinducción e inductancia.....	66
7.5. Energía en un campo magnético.....	67
7.6. Circuito RL	67
7.7. Inductores en circuitos electrónicos.....	69
TEMA 8. CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA	71
8.1. Introducción.....	71
8.2. Generación de corriente alterna.....	73
8.3. Valores eficaces	74
8.4. Resistencias en un circuito de ca	74
8.5. Inductores en un circuito de ca	75
8.6. Condensadores en un circuito de ca.....	75
8.7. Representación compleja de las señales alternas	76
8.8. Impedancia.....	77
8.8.1. Asociación en serie de impedancias	77
8.8.2. Asociación en paralelo de impedancias.....	77
8.9. Circuito RLC en serie	78
8.10. Resonancia en un circuito RLC en serie	79
8.11. Transformador	80
TEMA 9. DIODOS Y CIRCUITOS CON DIODOS	83
9.1. Diodo ideal	83
9.2. Diodo de unión PN	85
9.3. Modelos equivalentes.....	86
9.4. Rectificación	87
9.4.1. Rectificador de media onda	87

9.4.2. Rectificador de onda completa.....	88
9.5. Otros diodos	90
9.5.1. Diodo LED.....	90
9.5.2. Fotodiodo	90
9.5.3. Diodo Schottky	90
9.5.4. Diodo Zener.....	91
TEMA 10. TRANSISTORES	93
10.1. Introducción.....	93
10.2. Transistores bipolares (BJT).....	94
10.2.1. Estructura de un BJT	94
10.2.2. Funcionamiento de un BJT	95
10.3. Transistores de efecto campo (FET)	98
10.3.1. Estructura de un MOSFET	99
10.3.2. Funcionamiento de un MOSFET.....	100
10.4. MOSFET como conmutador	103
10.5. Otros transistores de efecto campo	104
10.5.1. MOSFET de depleción	104
10.5.2. JFET	104
TEMA 11. ELECTRÓNICA DIGITAL	105
11.1. Introducción.....	105
11.2. Familias lógicas.....	106
11.3. Características de las familias lógicas	108
11.3.1. Niveles lógicos.....	108
11.3.2. Márgenes de ruido	108
11.3.3. Retardo de propagación	109
11.3.4. Fan-in y Fan-out	111
11.4. Circuitos lógicos con transistores bipolares	111
11.5. Circuitos lógicos CMOS.....	112
APÉNDICE A. SEMICONDUCTORES	115
A.1. Estructura de los sólidos.....	115
A.2. Enlace covalente.....	116
A.3. Bandas de energía.....	116
A.3.1. Aislantes	118
A.3.2. Semiconductor	118
A.3.3. Metal	118
A.4. Portadores de carga en un semiconductor	119
A.5. Semiconductor intrínseco	120
A.6. Semiconductor extrínseco.....	120
A.6.1. Semiconductor extrínseco tipo n	121
A.6.2. Semiconductor extrínseco tipo p	122
A.7. Dispositivos semiconductores	123
GLOSARIO.....	125
ENLACES DE INTERÉS	129
BIBLIOGRAFÍA	131

Leyenda

abc

Glosario

Términos cuya definición correspondiente está en el apartado "Glosario".

Tema 1.

Campo eléctrico

La fuerza electromagnética que se establece entre partículas cargadas es una de las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza. En este tema estudiaremos el caso particular cuando esta interacción se establece entre cargas eléctricas en reposo, lo que se conoce como electrostática. Comenzaremos con una pequeña revisión histórica sobre el conocimiento de la estructura interna de la materia, que fue necesario para entender el concepto de carga, así como los fenómenos eléctricos. Continuaremos estudiando la ley de Coulomb que describe la fuerza entre cargas puntuales. Familiarizados con esta interacción electrostática, será más fácil entender las siguientes secciones que presentan los campos eléctricos creados por una carga puntual y por distribuciones continuas de carga. El cálculo de éste último es, en general, una tarea más compleja, que se puede simplificar considerablemente usando la ley de Gauss, especialmente en problemas que involucren distribuciones de carga con determinados grados de simetría. Finalmente, y a la luz de la ley de Gauss, entenderemos algunas propiedades electrostáticas de los metales.

1.1. Introducción histórica

Actualmente, que se conoce en cierto detalle cómo está constituida la materia, es común usar adjetivos como atómico, nuclear... o incluso hemos oído hablar de partículas subatómicas como son los quarks o el bosón de Higgs, por ejemplo. Pero para llegar a este nivel de conocimiento sobre la

estructura interna de la materia ha hecho falta el esfuerzo muchas generaciones. Las primeras observaciones que se conocen sobre la interacción eléctrica fueron hechas por Tales de Mileto (625-546 a. C.) que descubrió que frotando con piel un trozo de ámbar (*elektron*, en griego), este último atraía pequeños materiales ligeros como cabellos o fibra de lana. Él mismo también observó la atracción que sobre el hierro ejercía un material proveniente de la ciudad de Magnesia, al que se llamó magnetita. Para poder entender estas interacciones, era pues necesario conocer cómo estaban compuestos dichos materiales.

El primer intento para explicar cómo estaba estructurada la materia fue hecho por Demócrito (460-370 a. C.), otro pensador griego, que postuló que ésta se debía componer de una pequeñas partículas indivisible, *átomos*. Aunque este fue el primer modelo sobre la composición de la materia, no conseguía explicar los experimentos de atracción y repulsión eléctrica observadas al frotar ciertos materiales.

No fue hasta siglos más tarde y gracias a las experiencias de numerosos investigadores (William Gilbert, Otto von Guericke, Stephen Gray, Charles du Fay; Serway, R., Jewett, J. (2008). "Física para ciencias e ingeniería". Tomo II. Ed. Thomson, 7ª Ed.) que se llegó a la conclusión de que la materia estaba formada por dos tipos de cargas eléctricas. Concretamente Benjamin Franklin (1706-1790) sugirió llamar a estos dos tipos de carga positiva y negativa, y concluyó que: **dos cargas positivas se repelen entre sí, al igual que dos cargas negativas, y que una carga negativa y otra positiva se atraen.**

Así mismo, para comprender como se dispone la carga dentro la materia, con el paso de los años, surgieron diferentes modelos atómicos (Dalton, Thomson, Rutherford, Bohr; Serway, R., Jewett, J. (2008). "Física para ciencias e ingeniería". Tomo II. Ed. Thomson, 7ª Ed.), que fueron evolucionando a partir del de Demócrito, para explicar, entre otras cosas, la relación que existe entre la carga eléctrica y estructura de la materia.

1.2. Carga eléctrica

A día de hoy sabemos que la materia está constituida por átomos y éstos, a su vez, de otras partículas más simples: protones, electrones y neutrones. Todas ellas poseen masa aunque siendo la de los electrones mucho menor que la de los protones y neutrones (ver tabla 1.1).

Partícula	Carga (C)	Masa (Kg)
<i>Electrón</i>	-1.6×10^{-19}	9.1093×10^{-31}
<i>Protón</i>	$+1.6 \times 10^{-19}$	1.6726×10^{-31}
<i>Neutrón</i>	0	1.6749×10^{-31}

Tabla 1.1. Carga eléctrica y masa de electrones, protones y neutrones.

Los protones y los electrones tienen otra **propiedad fundamental** (como la masa) a la que llamamos **carga eléctrica**, y que tiene las siguientes características:

- Presenta dos polaridades: positiva y negativa. La carga positiva (la de los protones) y la negativa (la de los electrones) se comporta como describía Benjamin Franklin en sus experimentos.

Así pues, los protones repelen a otros protones y atraen a electrones de igual manera que los electrones repelen a otros electrones y atraen a protones. Los neutrones carecen de carga, como su propio nombre indica, así que los protones o los electrones no ejercen atracción o repulsión eléctrica sobre ellos.

- La suma algebraica de todas las cargas eléctricas en cualquier sistema cerrado es constante. La magnitud de la carga del electrón o del protón es la unidad natural de carga. Toda cantidad observable de carga eléctrica siempre es un múltiplo entero de esta unidad básica. Decimos que **la carga está cuantizada**.

La carga de un electrón es igual a $q_e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, mientras que la carga del protón es de igual magnitud pero positiva $q_p = -q_e = +1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; donde C (culombio) es la unidad de carga en el Sistema Internacional (SI).

La materia es generalmente neutra, esto es, el número total de protones es mismo que el número total de electrones. Aunque puede ocurrir que un cuerpo tenga una carga excedente, debido, en la mayoría de casos, a que se agregan o se eliminan electrones con carga negativa (y muy móviles). Un cuerpo cargado positivamente es aquel que ha perdido algunos de sus electrones. Mientras que un cuerpo cargado negativamente ha ganado electrones.

Esto es precisamente, lo que pasa al frotar entre sí ciertos materiales, que se produce paso de electrones de un cuerpo a otro, adquiriendo ambos cargas contrarias. Esto se conoce como electrización por frotamiento o fricción.

En general, se llama **electrización** al proceso mediante el cual un objeto adquiere carga eléctrica, ya sea negativa (ha ganado electrones) o positiva (ha perdido electrones).

Un ejemplo de electrización por rozamiento se produce en los coches que por fricción con el aire sobre la pintura adquieren cierta carga, que queda aislada en la estructura metálica del coche, ya que los neumáticos son aislantes. Por eso cuando alguien toca el coche después de un viaje puede sufrir una descarga de electricidad estática.

1.2.1. Conductores, aislantes y semiconductores

Es común clasificar los materiales en función de la facilidad que tienen los electrones a moverse a través de ellos. En muchos materiales (como los metales) parte de los electrones pueden moverse libremente en el seno de dicho material, estos se conocen como **conductores**. En otros materiales, como la madera o vidrio, todos los electrones están muy ligados a átomos próximos y ninguno puede moverse libremente. Estos materiales se conocen como **aislantes o dieléctricos**. Existe un tercer tipo de materiales, los **semiconductores** (como el Silicio o Germanio) que se caracterizan porque la facilidad con que se mueven los electrones a través de ellos se puede variar. Pero esto lo veremos con mucho más detalle en temas posteriores.

1.3. Ley de Coulomb

Experiencias como la de atracción o repulsión de materiales electrificados evidencian la existencia de fuerzas de origen eléctrico.

Charles A. Coulomb (1736-1806) estudió con detalle la atracción y repulsión de partículas cargadas mediante una balanza de torsión que él mismo inventó. Como resultado de los experimentos, Coulomb llegó a las siguientes conclusiones sobre la fuerza que se establece entre cargas puntuales¹ inmóviles:

1. Es atractiva si las cargas son de signo opuesto y repulsiva si las cargas tienen el mismo signo (*indica el sentido de la fuerza*).
2. La dirección en la que se manifiesta dicha fuerza viene determinada por una recta que pasa por ambas cargas (*indica la dirección de la fuerza*).
3. La magnitud de la fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa y directamente proporcional al producto de las cargas (*indica el modulo o magnitud de la fuerza*).

Estas conclusiones son conocidas como la **ley de Coulomb**.

Matemáticamente la tercera conclusión referente al módulo de la fuerza se puede escribir como:

$$|\mathbf{F}| = F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

Ecuación 1.1.

donde $k \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}$ es la conocida como la **constante de Coulomb** y está relacionada con la permitividad del vacío $\epsilon_0 = 1/(4\pi k)$.

La ecuación 1 nos da el módulo o magnitud de la fuerza entre dos cargas puntuales, pero tenemos que recordar que la fuerza es una magnitud vectorial. La ley de Coulomb expresada de forma vectorial para la fuerza eléctrica ejercida por una carga q_1 sobre una segunda carga q_2 , que escribiremos como \mathbf{F}_{12} , es:

$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^3} \mathbf{r}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}$$

Ecuación 1.2.

donde \mathbf{r}_{12} es el que define la posición de q_2 respecto de q_1 , y $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ es el vector unitario ($|\hat{\mathbf{r}}_{12}| = 1$) en esa dirección, o lo que es lo mismo, es el vector unitario dirigido de q_1 hacia q_2 . Está claro, que al igual que la carga q_1 ejerce una fuerza, \mathbf{F}_{12} , sobre la carga q_2 , esta segunda carga q_2 ejercerá una fuerza, \mathbf{F}_{21} , sobre la carga q_1 . Estas dos fuerzas obedecen la tercera ley de Newton; siempre tienen la misma magnitud y dirección opuesta.

1. El término carga puntual hace referencia a una partícula con carga de tamaño cero. Electrones y protones se pueden aproximar bastante bien a cargas puntuales.

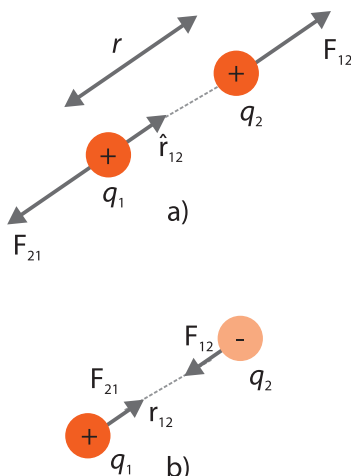


Figura 1.1. Dos cargas puntuales separadas por una distancia r . La fuerza \mathbf{F}_{21} ejercida por q_2 sobre q_1 es igual en magnitud pero en sentido opuesto a la fuerza \mathbf{F}_{12} ejercida por q_1 sobre q_2 . a) Cuando las cargas tienen el mismo signo, la fuerza es de repulsión. b) Cuando las cargas tienen signos opuestos la fuerza es de atracción. Fuente: elaboración propia.

1.3.1. Principio de superposición de las fuerzas eléctricas

Supongamos una carga q puntual en reposo; y frente a ella B cargas puntuales q_1, q_2, \dots, q_n también en reposo, se comprueba experimentalmente que la fuerza total, \mathbf{F} , sobre la carga q , debida a dichas cargas viene dada por:

$$\mathbf{F} = \sum_i^n \mathbf{F}_i = \sum_i^n k \frac{q_i q}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i = kq \sum_i^n \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i$$

Ecuación 1.3.

donde \mathbf{F}_i es la fuerza que realiza la carga q_i sobre q , r_i es la distancia entre q y la carga q_i y $\hat{\mathbf{r}}_i$ el vector unitario dirigido de q_i hacia q . Este resultado constituye el **Principio de Superposición**: la fuerza sobre una carga en reposo debida a otras también fijas actuando simultáneamente, es igual a la suma vectorial de las fuerzas ejercida por cada una de ellas actuando por separado como si las demás no existiesen.

1.4. Campo eléctrico

Se dice que una carga q_0 crea un campo eléctrico \mathbf{E} en un punto del espacio, si sobre una carga q colocada en dicho punto se ejerce una fuerza, \mathbf{F} , de origen eléctrico tal que:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}.$$

Ecuación 1.4.

Así podemos definir el campo eléctrico, \mathbf{E} , en un punto como la fuerza eléctrica que experimenta una **carga de prueba**² q en dicho punto, dividida entre el valor de dicha carga. Es decir, el campo eléctrico

2. La carga q se denomina carga de prueba, y se utiliza para comprobar la existencia de un campo \mathbf{E} creado por q_0 , que se llama carga fuente.

en cierto punto es igual a la fuerza eléctrica por unidad de carga que una carga experimenta en ese punto:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}.$$

Ecuación 1.5.

La unidad de fuerza en el SI es el newton (N) y la de la carga el culombio (C), luego la unidad del campo eléctrico en el sistema internacional es el newton por culombio (N/C). Como se puede ver en la ecuación 1.5, el campo eléctrico es un vector que tiene la misma dirección que la fuerza. Así mismo, el sentido del campo será igual a la de la fuerza si q es positiva y opuesto si q es negativa.

El campo eléctrico producido por una carga puntual q_0 en un punto P se puede calcular usando la ley de Coulomb. Si situamos una pequeña carga testigo q en P, la fuerza que actúa sobre ella debido a q_0 es:

$$\mathbf{F} = k \frac{q_0 q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

Ecuación 1.6.

donde $\hat{\mathbf{r}}$ es el vector unitario que apunta de q_0 a la carga q , y r la distancia entre ellas, es decir, la distancia entre q_0 y el punto P donde queremos calcular el campo. Así el campo eléctrico en el punto P debido a la carga q_0 es por tanto:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q} = k \frac{q_0}{r^2} \hat{\mathbf{r}}.$$

Ecuación 1.7.

Como en el caso de la fuerza electrostática, el campo eléctrico resultante debido a una distribución de cargas puntuales sigue el principio de superposición y se determina sumando los campos originados por cada carga separadamente. Esto es, supongamos n cargas puntuales q_1, q_2, \dots, q_n en reposo, el campo eléctrico total en un punto P, debido a dichas cargas viene dado por:

$$\mathbf{E} = \sum_i^n \mathbf{E}_i = \sum_i^n k \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i,$$

Ecuación 1.8.

donde \mathbf{E}_i es el campo que crea la carga q_i , r_i es la distancia entre q_i y el punto P, y $\hat{\mathbf{r}}_i$ el vector unitario en esa dirección.

1.4.1. Líneas de campo eléctrico

Acabamos de ver que el campo eléctrico creado por una o varias cargas es una propiedad que existe en cada punto del espacio. Una forma de visualizarlo gráficamente se basa en dibujar las líneas que indican la dirección del campo en cualquier punto, son líneas, por tanto, tangentes en cada uno de sus puntos al vector campo (ver figura 1.2 de la página siguiente).

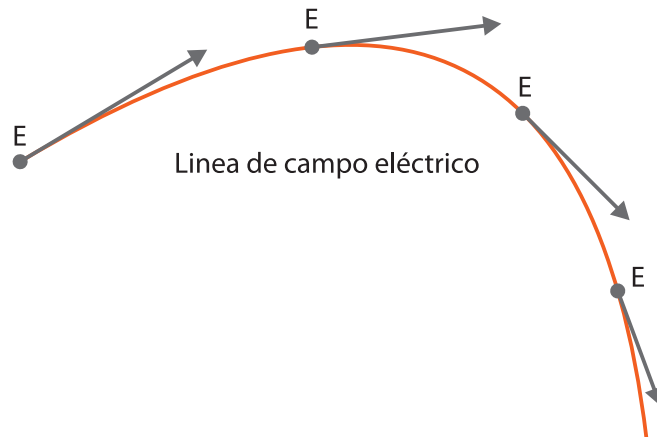


Figura 1.2. La dirección del campo eléctrico en un punto cualquiera es tangente a la línea de campo que pasa por ese punto.
Fuente: elaboración propia.

En el caso del campo eléctrico, estas líneas también se pueden ver como líneas de fuerza, ya que muestran la dirección de la fuerza ejercida sobre una carga testigo positiva.

Las líneas de campo eléctrico divergen desde un punto ocupado por una carga positiva, ya que el campo eléctrico apunta radialmente alejándose de la carga. Igualmente, el campo eléctrico próximo a una carga negativa apunta radialmente hacia esta carga, y por tanto las líneas de campo están dirigidas siempre hacia una carga negativa (ver figura 1.3).

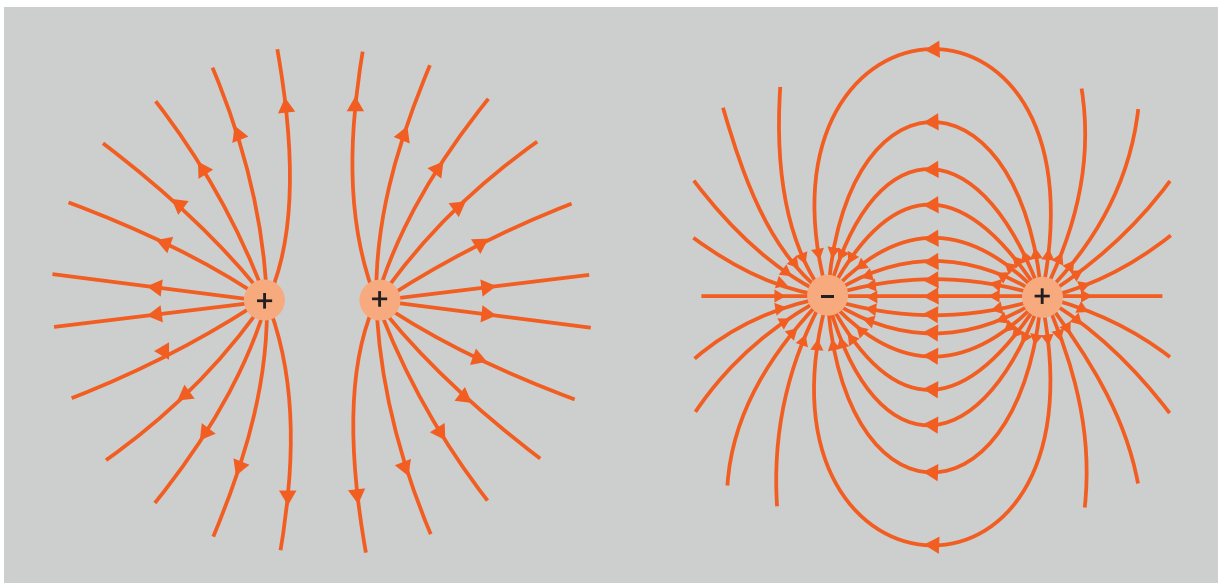


Figura 1.3. Líneas de campo eléctrico producido por dos cargas de igual magnitud y signo y por dos cargas de igual magnitud y signo opuesto (esta estructura se le conoce como dipolo). Fuente: Wikipedia.

Algunas reglas para dibujar las líneas de campo eléctrico:

- Las líneas de campo eléctrico siempre comienzan en las cargas positivas (o en el infinito) y terminan en las negativas (o en el infinito).
- Las líneas se dibujan simétricamente entrando y saliendo en la carga.

- La densidad de líneas (número de ellas por unidad de área perpendicular a las mismas) en un punto es proporcional al valor del campo en dicho punto.
- No pueden cortarse nunca dos líneas de campo.

Esta última regla se deduce del hecho de que **E** tiene una dirección única en cualquier punto del espacio. Si se cortasen dos líneas existirían dos direcciones para **E** en el punto de intersección.

1.4.2. Flujo eléctrico

Después de presentar la idea de líneas de campo, el siguiente paso es estudiar otro concepto íntimamente relacionado: el flujo eléctrico, Φ_E , que permite cuantificar la cantidad de líneas. El flujo eléctrico Φ_E se puede relacionar con la cantidad de líneas de campo que pasan por una superficie dada, esto es, el flujo siempre se define para una área o superficie concreta.

Empecemos por un ejemplo sencillo, consideremos una región del espacio donde existe un campo eléctrico **uniforme**, **E**, esto es, que es igual en cada punto de la región. Tomemos una superficie plana de área S en esta región del espacio, entonces el flujo eléctrico a través de esta superficie plana S es:

$$\Phi_E = \mathbf{E} \cdot \mathbf{S} = ES \cos \theta.$$

Ecuación 1.9.

Donde **S** es el vector superficie, es decir, un vector que tiene por módulo el área S de la superficie y cuya dirección es normal al plano de la superficie.

Como hemos mencionado el flujo eléctrico en una superficie dada es proporcional al número de las líneas de campo que entran en dicha superficie, luego si aumentamos la superficie aumenta el flujo. Igualmente, un campo más intenso significa mayor densidad de líneas de **E**, por lo que hay más líneas que pasan por unidad de área, lo que también incrementa el flujo. De la misma manera, la orientación de la superficie con el campo (el ángulo que forma **E** con **S** lo llamaremos θ) influye en el número de líneas de campo que pueden entrar en el área considerada. Concretamente vemos en la figura 1.4, que si la dirección del campo es perpendicular al vector superficie (o lo que es lo mismo, si el campo es paralelo al plano de la superficie) entonces el flujo es cero al no pasar ninguna línea de campo a través de S .

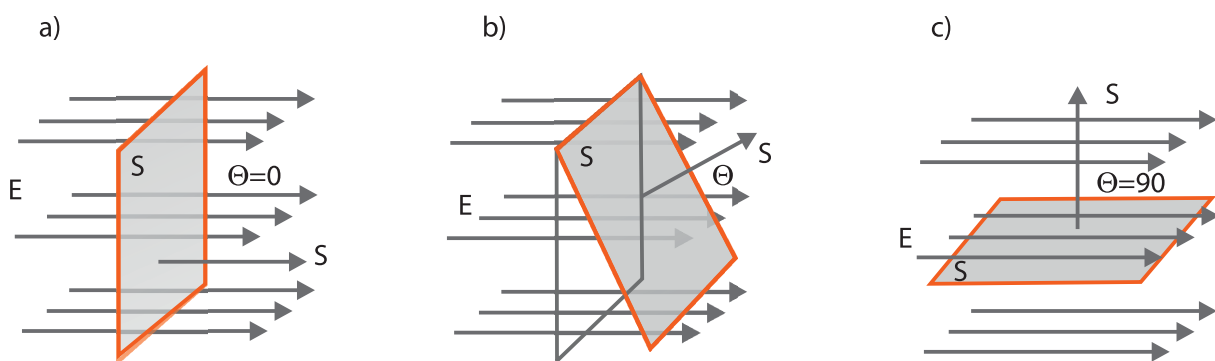


Figura 1.4. Una superficie plana en un campo eléctrico uniforme. El flujo eléctrico Φ_E a través de la superficie es igual al producto escalar del campo eléctrico **E** y el vector de área **S**. a) La superficie es perpendicular al campo, esto es, **E** y **S** son paralelos ($\theta = 0$), en este caso $\Phi_E = ES$. b) La superficie está inclinada con un ángulo θ respecto a **E**, en este caso $\Phi_E = ES \cos \theta$. c) La superficie es paralela al campo, esto es, **E** y **S** son perpendiculares ($\theta = 90^\circ$), en este caso $\Phi_E = 0$. Fuente: elaboración propia.

Esto que acabamos de ver es el flujo a través de una superficie plana en el seno de un campo eléctrico uniforme, que representa un caso particular, pero en general, podemos extender el concepto de flujo para cualquier superficie S (que no tiene por qué ser plana) en una región del espacio donde exista un campo eléctrico \mathbf{E} (que no tiene por qué ser uniforme) como:

$$\Phi_E = \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S},$$

Ecuación 1.10.

esta integral se llama integral de superficie, y representa la suma de los flujo eléctrico que hay en cada uno de los muchos elementos pequeños dS (diferencial de superficie) en que S puede ser dividida, ver figura 1.5. Así $d\mathbf{S}$ es el vector diferencial de superficie, es decir, un vector que tiene por módulo el área del elemento diferencial y dirección y sentido normales a la superficie, ver figura 1.5.

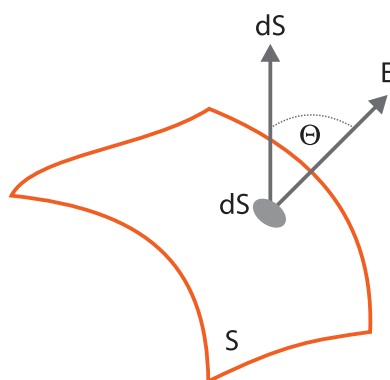


Figura 1.5. Flujo del campo eléctrico a través de un diferencial de superficie dS de la superficie S . El flujo eléctrico neto en una superficie cerrada está relacionado con la cantidad de líneas que salen de la superficie menos la cantidad de líneas que entran.
Fuente: elaboración propia.

Cuando la superficie es cerrada el flujo total o neto sobre ella, esto es el número de líneas que salen menos las que entran, se escribe como:

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S},$$

Ecuación 1.11.

donde el símbolo \oint se usa para representar que el dominio de integración es cerrado, en este caso una superficie cerrada.

1.5. Campo eléctrico debido a distribuciones de carga

Hasta ahora hemos estudiado las cargas puntuales y la interacción entre las mismas. También vimos que la carga está cuantizada, hecho que es especialmente relevante a escala microscópica, sin embargo a nivel macroscópico con frecuencia se presentan situaciones en las que un gran número de cargas están tan próximas que la carga total puede considerarse distribuida continuamente en el espacio. Esto sucede, por ejemplo, cuando en un grupo de cargas, la distancia existente entre ellas es mucho más reducida que la distancia entre el punto donde se desea calcular el campo eléctrico. En

esta situación el sistema de cargas se modela como si fuese continuo, es decir, el sistema de cargas espaciadas es equivalente a una carga total que es distribuida de forma continua a largo del cuerpo que las contiene.

En un cuerpo cargado su carga total q_{tot} puede estar uniformemente distribuida por todo el volumen V del cuerpo. En tal caso se define ρ como la **densidad volumétrica de carga** o carga por unidad de volumen:

$$\rho = \frac{q_{tot}}{V}$$

Ecuación 1.12.

y se medirá en culombios por metro cúbico (C/m³).

Análogamente si la carga está uniformemente distribuida sobre una superficie, S , podemos definir una **densidad superficial de carga**, que se nota como σ y se define:

$$\sigma = \frac{q_{tot}}{S}$$

Ecuación 1.13.

y que se mide en culombios por metro cuadrado (C/m²).

Finalmente, cuando encontramos una carga uniformemente distribuida en un cuerpo lineal de longitud L es útil definir una **densidad lineal de carga**, λ , que se define como:

$$\lambda = \frac{q_{tot}}{L}$$

Ecuación 1.14.

y que se mide en culombios por metro (C/m).

El campo eléctrico total producido por distribuciones continuas de carga se puede ver como el generado por una superposición de elementos diferenciales infinitesimales de carga, dq :

$$\mathbf{E} = \int_V k \frac{dq}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

Ecuación 1.15.

La resolución de la integral en la ecuación. 1.15 a veces puede ser bastante complicada.

En la siguiente sección vamos a presentar la ley de Gauss, que se puede utilizar para calcular de una forma más simple el campo eléctrico producido por distribuciones de carga que presenten cierto grado de simetría.

1.6. Ley de Gauss del campo eléctrico

La ley de Gauss establece una relación entre el flujo del campo eléctrico a través de **una superficie cerrada** (que con frecuencia se llama superficie gaussina) y la carga encerrada por dicha superficie.

Concretamente la ley de Gauss establece que el flujo del campo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga eléctrica neta (esto es la suma de cargas positivas más negativas) encerrada en esa superficie dividido por la constante ϵ_0 . Matemáticamente esto se puede escribir:

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}.$$

Ecuación 1.16.

Donde q_{int} es la carga neta contenida dentro de la superficie gaussiana S .

Además de para computar el flujo eléctrico, la ley de Gauss se puede resolver en función del \mathbf{E} , para así determinar el campo eléctrico debido a sistemas de cargas o distribuciones de continuas de carga que presenten determinados grados de simetría.

1.7. Conductores en equilibrio electrostático

Un conductor es un material que se caracteriza por tener cargas (electrones) que pueden moverse libremente dentro de él. Cuando se aplica un campo eléctrico, \mathbf{E} , estos electrones se mueven originando una corriente eléctrica. Los electrones se mueven, ya que al aplicar el campo sobre cada uno de ellos surge una fuerza $q_e \mathbf{E}$. Los electrones continuaran moviéndose hasta que campo eléctrico sea cero en todos los puntos interiores del mismo.

Y esto es precisamente lo que ocurre en los buenos conductores, cuando se aplica un campo eléctrico externo, la carga libre de un conductor se mueve **situándose en la superficie del conductor** y creando un segundo campo eléctrico que anula el campo externo en el interior del conductor. Se dice entonces que el conductor está en **equilibrio electrostático**, que se caracteriza porque **el campo eléctrico en cualquier punto del interior del conductor es cero**.

Cualquier exceso de carga en un conductor aislado está situada enteramente en sobre la superficie. En un conductor de forma irregular la carga tiende a acumularse en las puntas.

Por ejemplo, teniendo en cuenta que el campo eléctrico es cero dentro de un conductor en equilibrio, se puede demostrar usando la ley de Gauss que toda la carga eléctrica reside en la superficie de este. Para ello consideremos una superficie gaussiana justamente en el interior de la superficie real de un conductor en equilibrio electrostático. Como el campo es cero en todos los puntos dentro conductor, será también cero en la superficie gaussiana, luego el flujo neto a través de la superficie debe ser cero. Como esto ocurre para cualquier superficie gaussiana dentro del conductor, sólo es posible, según la ley de Gauss, si la carga neta en el interior de la superficie gaussiana es cero.

Tema 2.

Potencial Eléctrico

En Física, es frecuente que un mismo problema pueda ser abordado de formas diferentes. Por ejemplo, en mecánica la mayoría de los problemas pueden ser planteados y resueltos en términos fuerzas, aunque también pueden ser descritos usando la energía que entran en juego. Así pues, cuando existen varias opciones para resolver un problema, lo más sensato es buscar la forma más fácil. En electrostática, como vamos a ver en este tema, el empleo de las ideas de energía permite un planteamiento alternativo de los problemas, que frecuentemente, es más cómodo para la resolución de los mismos.

2.1. Energía potencial eléctrica y diferencia de potencial

El trabajo que realiza el campo electrostático para mover una carga puntual q desde el punto A hasta otro B , vendrá dado por:

$$W = \int_A^B q\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = q \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}.$$

Ecuación 2.1.

Esta integral es independiente del camino de integración, esto se debe a que **la fuerza electrostática es conservativa**, y por tanto la integral de línea no depende de la trayectoria que se siga para ir de A a B, dependiendo única y exclusivamente de dichos punto inicial y final.

El trabajo realizado, W , por la fuerza electrostática se hace a costa de la energía potencial, U , del sistema carga-campo. De hecho, dicho trabajo es independiente del camino seguido, y depende única y exclusivamente del punto inicial y final. La variación de energía potencial en este desplazamiento de la carga es igual al trabajo realizado por el campo cambiado de signo $\Delta U = -W$. Esto es:

$$\Delta U = U_B - U_A = -q \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}.$$

Ecuación 2.2.

Vemos que la variación de energía potencial, ΔU , es proporcional a la magnitud de la carga que se desplaza.

Merece la pena, antes de seguir, hacer aquí un breve comentario respecto a la energía potencial y su relación con el trabajo realizado por el campo eléctrico sobre una carga que se mueve dentro de él. Según hemos visto si una carga se mueve de un punto A a otro B, el trabajo sobre la carga viene dado por $W = \Delta U = U_B - U_A$.

Si $U_A > U_B$, es decir, $\Delta U < 0$, la carga 'cae' de un punto con mayor energía a otro con menor (esto es lo que pasaría si colocamos una carga negativa en el campo creado por una positiva), el sistema pierde energía que es el trabajo que el campo realiza llevarla carga de A a B.

Si $U_A < U_B$, es decir, $\Delta U > 0$, habría que 'subir' la carga de un punto A a otro B que tiene mayor en el que la energía es mayor (por ejemplo, al empujar dos cargas positivas para acercarlas), en este caso es necesario aplicar una fuerza externa que realiza un trabajo que se invierte en incrementar la energía del sistema.

Imaginemos ahora una carga q situada en punto A de una región del espacio en la que existe un campo eléctrico. El potencial eléctrico en dicho lugar, V_A , es la energía potencial en el punto por una unidad de carga, $V_A = U_A / q$. Es interesante notar que el potencial eléctrico V , al igual que el campo eléctrico no depende de la carga testigo q , y es una propiedad del punto A (se dice que es un campo escalar). Así **la variación del potencial eléctrico, diferencia de potencial o simplemente potencial entre dos puntos A y B** se puede definir como:

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l},$$

Ecuación 2.3.

la diferencia de potencial ΔV entre los puntos A y B es, pues, el cambio en energía potencial en el sistema al mover una carga de prueba q entre dichos puntos, dividido entre el valor de esta carga de prueba; o equivalentemente el cambio en energía potencial cuando una carga positiva unidad ($q = 1\text{C}$) se desplaza desde el punto A al punto B. Como el potencial eléctrico es la energía potencial electrostática por unidad de carga, la unidad SI para la diferencia de potencial es el julio por culombio (J/C), también llamada **voltio V**.

2.2. Diferencia de potencial en un campo eléctrico uniforme

Usando la ecuación 2.3 podemos encontrar diferencia de potencial entre dos puntos dados a partir del campo eléctrico existente entre ellos. En esta sección vamos a aplicar esta idea para el caso sencillo en el que el campo eléctrico es uniforme³.

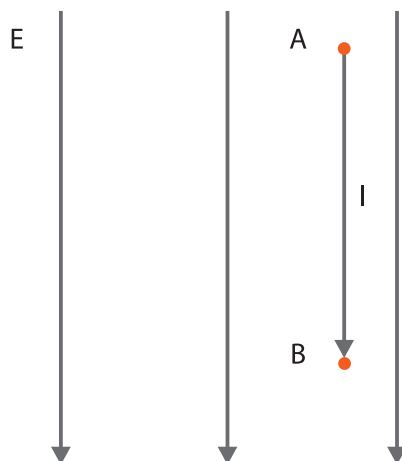


Figura 2.1. El campo eléctrico uniforme \mathbf{E} y \mathbf{I} son paralelos. El campo eléctrico apunta siempre en la dirección en que se disminuye el potencial eléctrico. Fuente: elaboración propia.

Supongamos un campo eléctrico uniforme, \mathbf{E} , en la dirección que indica la figura 2.1, y consideremos dos puntos A y B separados por una distancia $|\mathbf{I}| = l$, donde el vector \mathbf{I} es paralelo al campo \mathbf{E} . Recordando que el potencial es la integral de camino del campo eléctrico, tenemos:

$$\Delta V = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{I} = - \int_A^B E \cos \theta dl = -E \int_A^B dl = -El$$

Ecuación 2.4.

como vemos $\Delta V = V_B - V_A < 0$, es decir, el punto B tiene menor potencial que el A. Y en general podemos concluir que **las líneas de campo eléctrico apuntan siempre en la dirección en que disminuye el potencial eléctrico**.

Supongamos que una carga q se mueve desde A hacia B, la variación de energía potencial es:

$$\Delta U = q\Delta V = -qEl.$$

Ecuación 2.5.

Vemos que si la carga es positiva, $q > 0$, la variación de energía potencial es negativa, $\Delta U < 0$ es decir una carga positiva en un campo eléctrico pierde energía potencial cuando se mueve en la dirección del campo. El campo eléctrico realiza este trabajo.

Si $q < 0$ entonces $\Delta U > 0$, es decir, para que la carga negativa se mueva en la dirección opuesta al campo debe de haber una fuerza externa que realice un trabajo sobre la carga para incrementar su energía potencial.

3. Recordad que un campo uniforme en una región es aquel que tiene igual magnitud y dirección en todos los puntos.

2.3. Potencial de una carga puntual

Sabemos que el campo eléctrico producido por una carga puntual q_0 en el origen, viene dado por:

$$\mathbf{E} = k \frac{q_0}{r^2} \hat{\mathbf{r}}.$$

Ecuación 2.6.

Teniendo esto en cuenta y usando la ecuación 2.3 podemos encontrar el potencial eléctrico debido a una carga puntual:

$$V = k \frac{q_0}{r}$$

Ecuación 2.7.

donde para llegar a esta expresión se usó que el potencial a una distancia infinita de la carga es cero, $V(\infty) = 0$. Si una segunda carga q se sitúa a una distancia r de la carga q_0 que se mantiene en el origen, la energía potencial es:

$$U(r) = qV(r) = k \frac{qq_0}{r}.$$

Ecuación 2.8.

Esta energía potencial se puede interpretar como el trabajo realizado por el campo eléctrico cuando la carga q se traslada de una distancia r a una distancia infinita de q_0 , o alternatively se puede interpretar como el trabajo que debe realizar una fuerza externa aplicada para trasladar la carga desde el infinito a una distancia r de q_0 .

Así mismo, el potencial eléctrico debido a un sistema de n cargas puntuales (q_i , $i = 1, \dots, n$) es la suma de cada uno de los potenciales debidos a cada carga:

$$V(r) = \sum_i^n k \frac{q_i}{r_i},$$

Ecuación 2.9.

donde r_i es la distancia entre el punto donde se quiere calcular el potencial y la carga q_i .

2.4. Campo eléctrico y potencial

En la sección 2.2 comprobamos que las líneas de campo señalan la dirección del potencial decreciente, después hemos visto que el campo eléctrico y el potencial están relacionados; por ejemplo, si conocemos \mathbf{E} podemos determinar ΔV usando la ecuación 2.3.

De igual manera, si se conoce el potencial en una región del espacio se puede determinar el campo eléctrico.

En general, cualquier tipo de campo electrostático es menos el gradiente del potencial eléctrico, esto es, la componente del campo eléctrico en cualquier dirección es igual a menos la rapidez con que cambia el potencial el eléctrico en esa dirección:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Ecuación 2.10.

Tema 3.

Corriente eléctrica

En los capítulos anteriores hemos visto las interacciones de las cargas eléctricas en reposo, ahora empezaremos a estudiar situaciones que involucran movimiento de carga una región a otra, este fenómeno recibe el nombre de corriente eléctrica. Veremos cómo los materiales en menor o mayor grado presentan oposición al paso de dicha corriente a través de ellos, lo que se conoce como resistencia. Y como la energía eléctrica invertida en vencer esta oposición se transforma en calor.

Efecto	Corriente
Quemaduras graves.	0.5 A
Detención de respiración.	0.3 A
Imposibilidad de desprenderse.	0.05 A
Cosquilleo.	10 mA
Umbral de sensación.	1 mA

Tabla 3.1. Efectos fisiológicos de la corriente eléctrica. (Como se ve, las unidades importan, ¡no es lo mismo un A que un mA!).

3.1. Diferencia de potencial

Hemos estudiado que los materiales conductores se caracterizan porque parte de sus electrones se pueden mover libremente, de manera que si en un conductor aislado se aplica un campo eléctrico exterior los electrones libres se mueven acumulándose en la superficie del mismo hasta que el campo eléctrico producido por estos electrones cancela dicho campo exterior; de manera que en cualquier punto del interior del conductor el campo eléctrico total es cero. En estas condiciones decíamos que el conductor había alcanzado el equilibrio electrostático.

En este tema vamos a considerar el caso general de un conductor que no ha alcanzado el equilibrio electrostático y por lo tanto, las cargas libres se moverán dentro de él al aplicarle un campo eléctrico. Así pues, imaginemos un conductor antes de alcanzar el equilibrio electrostático, y dentro del cual se establece un campo eléctrico, \mathbf{E} , constante. En este caso, cada partícula con carga q (como un electrón libre) en el interior del material conductor sufrirá una fuerza $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$. Esto provocará un flujo de partículas cargadas, que se conoce como **corriente eléctrica**.

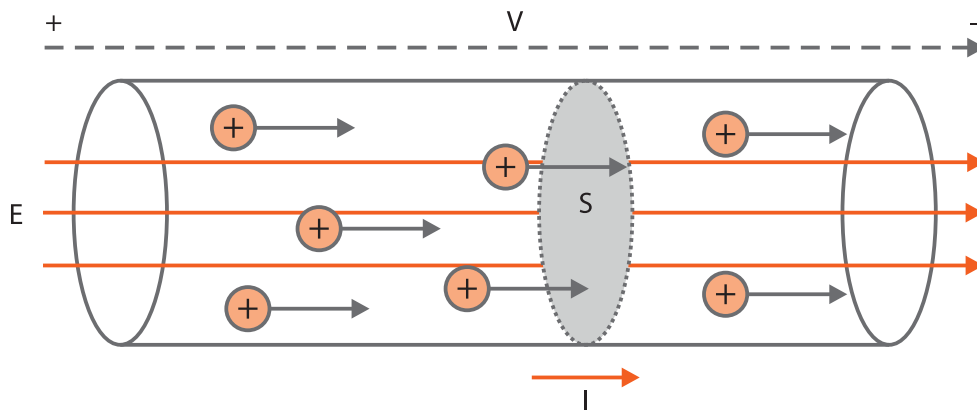


Figura 3.1. Segmento de un conductor portador de corriente. Si ΔQ es la cantidad de carga que fluye a través del área transversal S en el tiempo Δt , la intensidad de corriente es $I = \Delta Q / \Delta t$. Fuente: elaboración propia.

La corriente eléctrica es un fenómeno físico que implica movimiento de cargas, y la magnitud usada para cuantificar este fenómeno es la **intensidad de corriente eléctrica**, que se nota como I y representa la carga total por unidad de tiempo que atraviesa cierta superficie S en un sistema conductor (ver figura 3.1), y que se puede escribir como:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Ecuación 3.1.

donde ΔQ es la cantidad de carga que ha atravesado dicha superficie, y Δt , el tiempo invertido para ello.

La ecuación 3.1 es válida siempre que la cantidad de carga que pase por unidad de tiempo sea constante, si dicho flujo de corriente variará con el tiempo, tenemos que definir la intensidad de corriente eléctrica instantánea como:

$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt},$$

Ecuación 3.2.

donde la dependencia temporal (t) se ha añadido para enfatizar que las magnitudes son funciones del tiempo.

La unidad de la intensidad de corriente en el SI es el culombio por cada segundo, que recibe el nombre de amperio (A). Esto es $1\text{A}=\text{C/s}$.

Así para obtener una corriente de 1 A, es necesario que 1 C de carga eléctrica esté atravesando el área transversal S cada segundo.

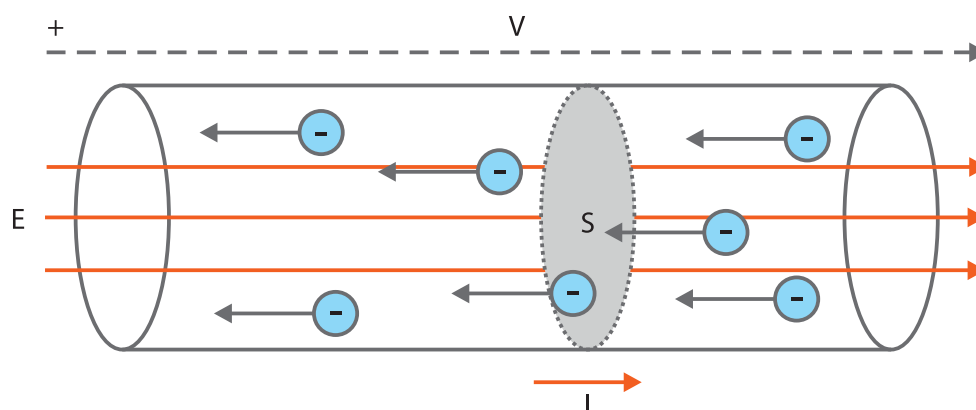


Figura 3.2. Corriente eléctrica creada por el movimiento de partículas con carga negativa, que se mueven en el sentido de potencial creciente, esto es van de '-' a '+'. Fuente: elaboración propia.

Es convención tomar el sentido de la corriente, el del flujo de cargas positivas, que es el contrario al del movimiento real de los electrones. Este convenio obedece a motivos históricos, ya que el concepto de corriente se estableció antes de que se conociera que los electrones libres (con carga negativa) son las partículas que se mueven y producen la corriente. Es decir, si decimos que una corriente va en una dirección⁴ dada, el movimiento de los electrones es siempre el contrario dicha dirección.

De cualquier manera, es importante notar que **el movimiento de electrones cargados negativos en una dirección es equivalente al flujo de cargas positivas en sentido opuesto**. Por ejemplo, la figura 3.1 muestra una porción de un material conductor en que las cargas en movimiento son positivas, la fuerza eléctrica sobre ellas será paralela al campo eléctrico, y dichas cargas positivas se moverán hacia la derecha. La figura 3.2, sin embargo presenta otro segmento de material conductor sometido al mismo campo que en el caso anterior, aunque ahora las cargas en movimiento son negativas, de manera que la fuerza sobre ellas tiene dirección opuesta y mueve a las cargas hacia la izquierda. *En ambos casos el efecto (intensidad de corriente) es el mismo*, hay un flujo neto de carga positiva de izquierda a derecha, y las cargas positivas terminan a la derecha de las negativas.

3.2. Resistencia eléctrica

Sigamos considerando situaciones fuera del equilibrio electrostático donde existen cargas que libremente se pueden mover dentro del conductor, e imaginemos un pedazo recto de alambre de un

4. Aunque frecuentemente hablemos de la dirección de la corriente, es importante recordar que la intensidad de corriente I no es un vector.

material conductor de longitud L y con una sección transversal de área S , como muestra la figura 3.3.

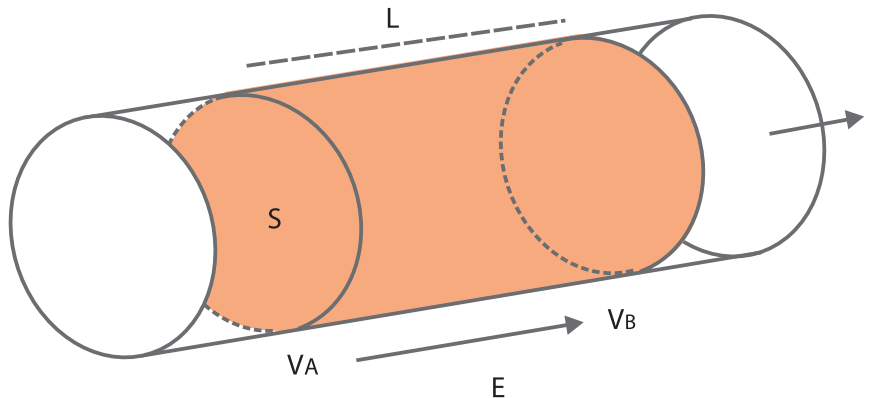


Figura 3.3. Trozo de alambre conductor de longitud L , sección transversal S , por el que transcurre una corriente I . Si el material es óhmico o lineal, la diferencia de potencial entre sus extremos viene dada por $\Delta V = V = IR$, con R la resistencia eléctrica de dicho material. Fuente: elaboración propia.

Si aplicamos un campo eléctrico, \mathbf{E} , en el interior del conductor, la carga libre sufrirá una fuerza, provocando el desplazamiento de la misma, y por tanto una corriente eléctrica de intensidad I . Como vimos en el Tema 2, el campo eléctrico aplicado dentro del conductor implica que existe una diferencia de potencial entre los extremos del conductor, que notaremos como⁵ $\Delta V = V = V_B - V_A$. Se comprueba experimentalmente que para la mayoría de los metales la intensidad de corriente que fluye dentro del conductor, I , es proporcional a la diferencia de potencial, V , que existe entre los extremos del mismo:

$$V = IR,$$

Ecuación 3.3.

esta ecuación se conoce como **ley de Ohm**, y la constante de proporcionalidad R se conoce como **resistencia**. La unidad en el SI de la resistencia es el voltio por amperio, que se conoce como ohmio (Ω), esto es, $1 \Omega = V/A$. La ley de Ohm igualmente indica que la intensidad de corriente que circula para una diferencia de potencial dada es $I = V/R$, es decir, cuanto mayor sea la resistencia menor será la corriente que circula por el material para una diferencia de potencial dada. Podemos entonces interpretar **la resistencia eléctrica como una propiedad de los materiales que se opone al paso de corriente a través de ellos**.

En general cualquier material en el que la caída de potencial entre sus extremos es proporcional a la corriente que lo atraviesa (es decir, que satisface la ley de Ohm), se le llama material lineal u óhmico. Si dibujamos la corriente como función de la diferencia de potencial para un material óhmico, al ser el cociente V/I constante obtendríamos una línea recta como muestra la figura 3.4 de la página siguiente.

5. El uso de V en lugar de ΔV para la diferencia de potencial es frecuente y simplifica las ecuaciones.

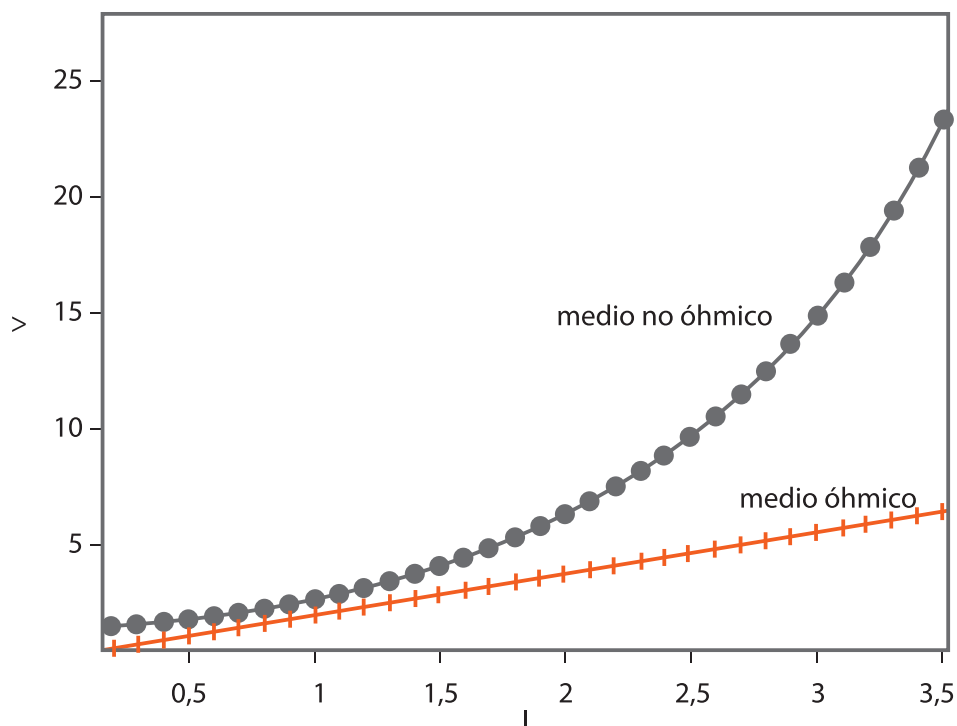


Figura 3.4. Variación de la caída de potencial en función de la intensidad para un material óhmico o lineal (línea negra) y un material no óhmico o no lineal (línea roja). Fuente: elaboración propia.

Los materiales que no cumplen la ley de Ohm, y por tanto no satisfacen la ecuación 3.3 se les llama **materiales no óhmicos o no lineales**. En ellos la corriente no aumenta linealmente con el voltaje (diferencia de potencial), esto es, la relación V/I no es constante, y por tanto la gráfica $V-I$ no es una línea recta. Un ejemplo de este tipo de material no óhmico es el diodo que veremos en temas posteriores.

El resto del tema nos centraremos exclusivamente en medio óhmicos. En este tipo de materiales se comprueba que la resistencia R de un material depende, en general, de su longitud, área de la sección transversal, tipo de material, temperatura...

Por ejemplo la resistencia del alambre conductor mostrada en figura 3.4 viene dada por:

$$R = \rho \frac{L}{S},$$

Ecuación 3.4.

donde ρ es una constante propia del material que se llama **resistividad**. Otro parámetro que merece la pena conocer, es la inversa de la resistividad, conocida como **conductividad**, $\sigma = 1/\rho$.

Así mismo, la resistividad de los materiales depende de la temperatura. Siendo para la mayoría de los metales, lineal en un intervalo limitado de temperatura.

3.3. Potencia eléctrica

Como acabamos de ver, la existencia de corriente en un conductor implica el movimiento de cargas bajo la influencia de un campo eléctrico. Si este movimiento ocurriera en el vacío, la carga se movería

indefinidamente debido a la aceleración que le provoca el campo eléctrico, pero en un medio material como es un conductor existe una resistencia al paso de la corriente.

Microscópicamente lo que ocurre es que las cargas (generalmente los electrones) colisionan con los restos atómicos fijos del material, frenándose así el flujo de corriente. Esto es, las cargas móviles (o electrones) al ser aceleradas por el campo, aumentan su energía cinética, que posteriormente se va perdiendo considerablemente en colisiones con la red de iones del conductor, que finalmente dan lugar a un aumento en la temperatura del material.

Visto de otra manera: una corriente en un conductor implica el movimiento de cargas, si éstas son positivas lo harán en sentido de potencial decreciente, y si son negativas (como los electrones) se moverán en sentido opuesto. En cualquier caso este proceso tiene asociada una pérdida de energía potencial de las cargas, que se transforma en energía térmica en el conductor.

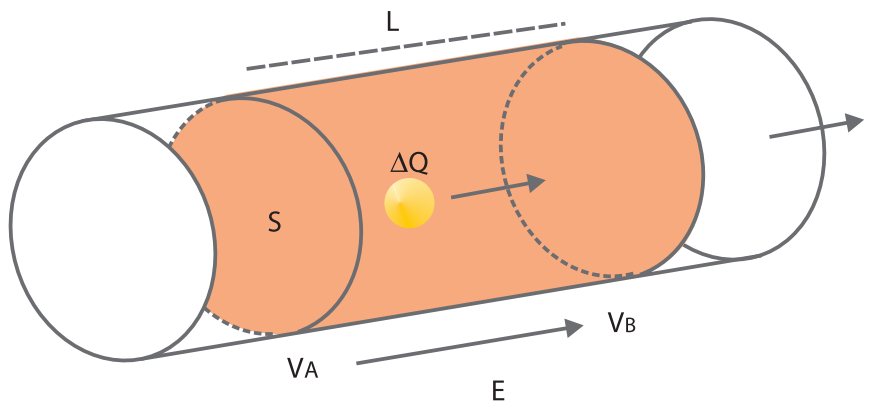


Figura 3.5. Trozo de alambre conductor de longitud L , sección transversal S , por el que transcurre una corriente I .
Fuente: elaboración propia.

Calculemos la energía que se transforma en calor en un segmento de conductor rectilíneo longitud L y sección transversal S por el que circula una carga ΔQ (ver figura 3.5). Supongamos que existe una intensidad de corriente I , de manera que cada tiempo Δt la cantidad de carga que entra en el segmento de conductor es $\Delta Q = I \Delta t$. La energía potencial de esta carga en el primer extremo es $V_A \Delta Q$, mientras transcurrido un tiempo Δt , esta carga sale por el segundo extremo con una energía igual a $V_B \Delta Q$, así la pérdida de energía potencial es $\Delta U = \Delta Q (V_B - V_A) = V \Delta Q$ donde $V = V_B - V_A$ es la diferencia de potencial entre los extremos del conductor. La potencia, es decir, la energía perdida por unidad de tiempo es:

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{V \Delta Q}{\Delta t} = IV,$$

Ecuación 3.5.

donde la unidad en el SI de la potencia es el vatio (W), que corresponde a un julio por segundo.

Si ahora aplicamos la ley de Ohm, obtenemos que la potencia en un conductor con resistencia R viene dada por:

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}.$$

Ecuación 3.6.

Cualquiera de las formas de la ecuación La ecuación 3.6 es equivalente, y se puede interpretar como que la energía consumida por un conductor con resistencia se transforma en calor que es disipado. Esto se denomina **efecto Joule**.

Las aplicaciones del efecto Joule a nuestra vida diaria son innumerables, por ejemplo, el funcionamiento de muchos electrodomésticos como los hornos, las tostadoras o las calefacciones eléctrica. Igualmente el hecho de que el filamento de una bombilla por al que circula corriente pueda ponerse brillante y emitir luz se explica usando el efecto Joule.

3.4. Resistencias en circuitos eléctricos y electrónicos

Según hemos visto la resistencia eléctrica de un material conductor es medida de su oposición al paso de corriente. Esta propiedad tiene muchas aplicaciones en electrónica. Concretamente, el dispositivo de un circuito que se aprovecha de esta propiedad, y que es hecho para tener un valor específico de resistencia entre sus extremos se llama resistor o simplemente resistencia. Este elemento o componente de circuito, se representa como muestra la figura 3.6.

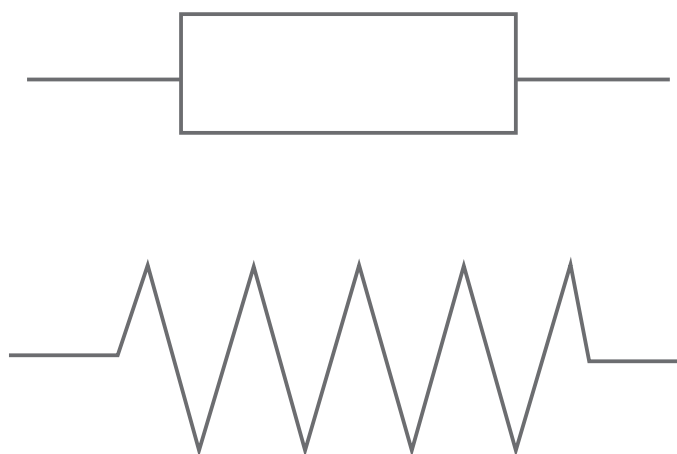
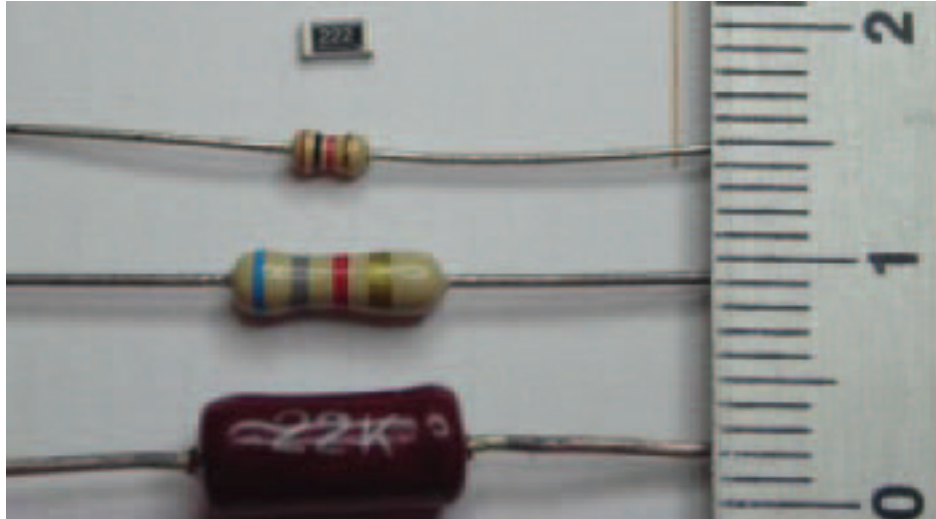


Figura 3.6. Símbolos gráficos por los que se suele representar las resistencias en los circuitos. Fuente: elaboración propia.

Un resistor o resistencia, se emplea básicamente para limitar o ajustar la corriente que circula por un determinado componente electrónico, o para atenuar una tensión (diferencia de potencial).

La figura 3.7 de la página siguiente muestra algunos tipos de resistencias, seguro que algunas de ellas las podéis identificar en los circuitos que componen un ordenador.



*Figura 3.7. Algunos tipos de resistencias o resistores usadas en circuitos electrónicos. En los circuitos, una resistencia se suele usar para limitar o ajustar la corriente que circula por un determinado componente electrónico o para atenuar una tensión.
Fuente: elaboración propia.*

Tema 4.

Circuitos de corriente continua

Un circuito de corriente continua es un conjunto de elementos conectados de una forma determinada mediante conductores, por el que circula un flujo de cargas que permanece constante en el tiempo. El objetivo de este tema es el análisis de este tipo de circuitos, para lo que debemos determinar la caída de potencial y corriente que atraviesa por cada elemento del circuito. Igualmente veremos como para mantener una corriente eléctrica constante en un circuito necesitamos elementos que aporten energía para poder hacer circular las cargas. Aprenderemos como ciertas asociaciones de resistencias se pueden simplificar en una sola resistencia equivalente, facilitando así la resolución de algunos circuitos. Además estudiaremos las reglas de Kirchhoff, que permite el análisis de circuitos más complejos.

4.1. Circuito eléctrico

Un circuito eléctrico es un conjunto de elementos conectados de una forma determinada mediante conductores, como por ejemplo, el que muestra la figura 4.1 de la página siguiente. Ya conocemos algunos de estos elementos o componentes como las resistencias, y en este tema y posteriores introduciremos otros frecuentemente usados en circuitos.

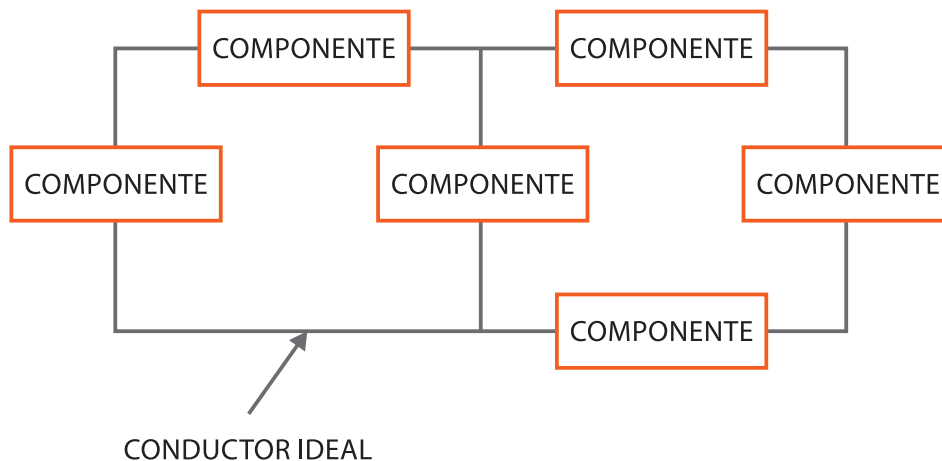


Figura 4.1. Un circuito eléctrico es un conjunto de elementos conectados de una forma determinada mediante conductores. Las líneas rectas son conductores ideales (con resistencia nula). Fuente: elaboración propia.

Los diferentes elementos en un circuito se conectan mediante conductores ideales (su resistencia es nula) que se representan con líneas rectas. Debido a la naturaleza ideal de estos conductores, **se considera que los puntos de un circuito que estén unidos por uno de estos conductores estarán al mismo potencial**, ya que no existe ninguna caída de potencial entre ellos.

Los circuitos eléctricos se pueden clasificar atendiendo a diferentes criterios, uno de ellos es el movimiento de las cargas. Si las cargas circulan siempre en la misma dirección se habla de circuitos de corriente continua. Otros circuitos, como por ejemplo los de corriente alterna, se caracterizan porque tanto la magnitud como el sentido del flujo de carga varían cíclicamente.

En este tema estudiaremos exclusivamente los circuitos de corriente continua, y supondremos que el flujo de cargas en cada parte del circuito es constante en el tiempo y tiene siempre la misma dirección.

4.2. Fuerza electromotriz

Aunque las conexiones entre diferentes componentes de un circuito son conductores ideales con cero resistencia, y por tanto no se disipará energía en ellas, en muchos de los otros elementos de un circuito las cargas ceden energía. Ya hemos visto, por ejemplo, que en una resistencia la energía eléctrica se transforma en calor por efecto Joule. Así pues, si queremos mantener una corriente eléctrica continua a través de un circuito, necesitamos algún medio que provea un suministro constante de energía para hacer circular las cargas, o lo que es igual, necesitamos alguna forma de mantener una diferencia de potencial constante, para que exista un flujo continuo de carga. El aparato o dispositivo que suministra energía eléctrica al circuito para hacer circular las cargas se llama fuente de fuerza electromotriz o simplemente fuente de **fem**, y es un dispositivo capaz de mantener una diferencia de potencial constante, que se suele notar cómo \mathcal{E} (la letra E manuscrita).



Figura 4.2. Un generador de fem conectado a un circuito le proporciona una energía eléctrica. Creando una diferencia de potencial constante $\Delta V = V_+ - V_- = \mathcal{E}$. Fuente: elaboración propia.

El término fuerza electromotriz (fem) no es el más adecuado, ya que no describe una fuerza sino una diferencia de potencial, esto es, una cantidad de energía por unidad de carga, concretamente la fem \mathcal{E} en un circuito representa la energía necesaria para mover la carga unidad una vez alrededor del circuito.

Un generador de fem convierte energía no eléctrica (suele ser de origen químico o mecánico) en energía eléctrica, un ejemplo de generador de fem podría ser una pila. Y su representación circuital es la mostrada en la figura 4.2; la línea más larga señala el terminal a mayor potencial. Como la dirección de la corriente es la misma que la del flujo de la carga positiva, y esta se mueve hacia potenciales menores. Podemos interpretar que la corriente sale de la terminal mayor (positiva) y va hacia la de menor potencial (negativa).

Siguiendo el símil hidráulico, un generador de fem actúa como una bomba hidráulica o motor, éste sube agua de una posición más baja a otra más alta (aumentando así la energía potencial del agua a costa del trabajo realizado). El generador de fem realiza un trabajo que se invierte en aumentar la energía potencial de las cargas, que es lo que las permite circular en el circuito; esto es, el generador lleva las cargas (supongamos que son positivas) del terminal a menor potencial (donde, por lo tanto, tienen menos energía) al terminal a potencial mayor (donde tienen mayor energía).

4.2.1. Fuente de corriente

Al igual que un generador de fem (o fuente de tensión) genera una diferencia de potencial constante entre sus extremos, podemos definir otro elemento capaz de proporcionar una corriente constante. Esta es la **fente de corriente** que es otro dispositivo activo que suministra energía eléctrica al circuito para hacer circular las cargas y que proporcionar una corriente constante a través de él. El símbolo con que suele ser representado en circuitos es:

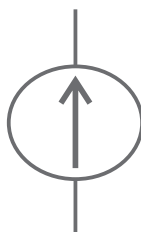


Figura 4.2b. Un generador de corriente conectado a un circuito le proporciona una energía eléctrica. Creando una corriente constante a través de ella. Fuente: elaboración propia.

donde la corriente fluye en la dirección de la indica la flecha. La caída de potencial entre los extremos de la fuente de corriente dependerá del circuito en la que se incluya.

Decimos que las fuentes de tensión (fem) y corriente que son elementos activos porque proporcionan energía al circuito.

La fuente de tensión (fem), presentada en el apartado anterior, al igual que la fuente corriente, son modelos ideales ya que en la práctica no existen dispositivos capaces de mantener una diferencia de potencial constante o un flujo de corriente constante, independientemente del circuito en el que se incluyan.

4.3. Asociación de resistencias

Un componente circuital que ya conocemos son las resistencias. Frecuentemente se suelen encontrar combinaciones de ellas cuyo efecto es igual al que produciría una sola resistencia, a esto se le conoce como *resistencia equivalente*. En esta sección vamos a estudiar dos tipos de asociaciones de resistencias que podemos encontrarnos en los circuitos: en serie y en paralelo.

4.3.1. Resistencias en serie

Decimos que dos o más resistencias están en serie si se disponen como aparece en la figura 4.3, esto es, si por cada una de ellas pasa la misma corriente.

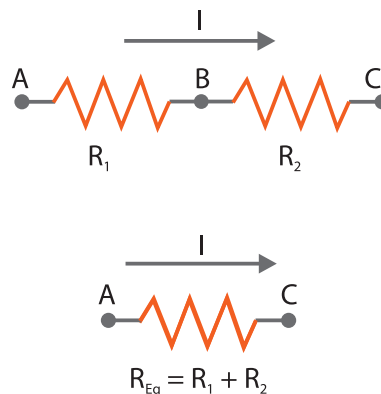


Figura 4.3. Resistencias en serie. Por cada una de ellas pasa la misma corriente. Fuente: elaboración propia.

La caída (diferencia) de potencial que se aplica a una asociación en serie de resistencias se divide entre ellas. Por ejemplo, en la figura 4.3 vemos como:

$$V = V_C - V_A = V_C - V_B + V_B - V_A = IR_1 + IR_2,$$

Ecuación 4.1.

esto es:

$$V = V_C - V_A = I(R_1 + R_2),$$

Ecuación 4.2.

que se puede escribir como:

$$V = IR_{eq},$$

Ecuación 4.3.

donde $R_{eq} = R_1 + R_2$, es la resistencia equivalente. Esto es, dos resistencias en serie pueden sustituirse por una resistencia equivalente cuyo valor es igual a la suma de los valores de cada una de las resistencias.

Este resultado se puede extender al caso de asociaciones de cualquier número de resistencias, donde **la resistencia equivalente de n resistores en serie es igual a la suma de las resistencias individuales**:

$$R_{eq} = \sum_i^n R_i$$

Ecuación 4.4.

4.3.2. Resistencias en paralelo

Decimos que dos o más resistencias están en paralelo si se disponen como aparece en la figura 4.4, esto es, si entre ellas se establece la misma diferencia de potencial, o lo que es lo mismo, que las resistencias están conectadas por ambos extremos. Así pues la caída de potencial a través de las resistencias es la misma $V_1 = V_2 = V$.

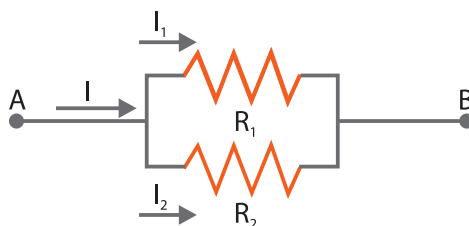


Figura 4.4. Resistencias en paralelo. La caída de potencial en cada una de ellas es la misma. Fuente: elaboración propia.

Imaginemos una corriente I que fluye como muestra la figura 4.4, al llegar al punto A ésta se divide en dos, la parte pasa por R_1 la llamaremos I_1 y la que pasa por R_2 se notara como I_2 . Por conservación de carga, se debe satisfacer que:

$$I = I_1 + I_2,$$

Ecuación 4.5.

esto es:

$$I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Ecuación 4.6.

que se puede escribir como:

$$I = \frac{V}{R_{eq}}$$

Ecuación 4.7.

donde R_{eq} es la resistencia equivalente, que viene dada por:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Ecuación 4.8.

Este resultado es válido para la asociación de n resistencias en paralelo, de manera que su resistencia equivalente viene dada por:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i^n \frac{1}{R_i}.$$

Ecuación 4.9.

Esto es, en un sistema de resistencias en paralelo, el inverso de la resistencia equivalente es la suma de los inversos de las resistencias individuales.

Usar la simplificación que se puede hacer en asociaciones de resistencias en serie o paralelo, puede facilitar mucho la resolución de circuitos, esto es determinar la caída de potencial e intensidad en cada elemento del circuito.

4.4. Reglas de Kirchhoff

En el análisis de circuitos, si localizamos combinaciones de resistencias en serie o paralelo, encontrar la resistencia equivalente a dichas asociaciones suele ser la forma más cómoda para resolver dicho circuito. Sin embargo otras muchas veces, las resistencias se agrupan de forma más compleja, no siendo posible encontrar una resistencia equivalente. En estos casos cuando existen combinaciones de resistencias que no están en serie o paralelo (pudiendo incluso contener varios generadores) es necesario recurrir a otras estrategias para resolver un circuito. El procedimiento comúnmente usado es el de las **reglas de Kirchhoff** que se pueden aplicar a circuitos más complejos.

Antes de introducir dichas leyes y para poder enunciarlas apropiadamente, vamos a presentar los siguientes conceptos relacionados con la estructura de un circuito:

- **Nudo:** punto en el que se conectan dos o más componentes a través de un conductor ideal.
- **Rama:** parte del circuito entre dos nudos.
- **Malla:** conjunto de conductores, resistencias y generadores que forman un camino cerrado, partiendo de un nudo y volviendo a él sin recorrer dos veces el mismo conductor.

Una vez establecidas estas definiciones, introducimos las reglas de Kirchhoff.

4.4.1. Primera regla de Kirchhoff

En cualquier nudo de un circuito la suma de las corrientes que entran debe ser igual a la suma de las corrientes que salen:

$$\sum_{\text{nudo}} I_{entra} = \sum_{\text{nudo}} I_{sale}$$

Ecuación 4.10.

Esta regla es una consecuencia de la conservación de carga, y parece intuitiva, ya que como la corriente es constante, no puede haber acumulación de cargas en un nudo dado.

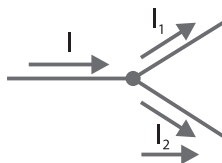


Figura 4.5. Ejemplo de la primera regla de Kirchhoff, en el nudo la corriente que entra I , debe ser igual a la suma de corrientes que salen, esto es, $I = I_1 + I_2$. Fuente: elaboración propia.

4.4.2. Segunda regla de Kirchhoff

La suma algebraica de las variaciones de potencial a lo largo de una malla debe ser igual a cero:

$$\sum_{\text{malla}} \Delta V = 0$$

Ecuación 4.11.

Esta regla es una consecuencia del principio de conservación de energía, ya que una carga al completar un ciclo cerrado a través de una malla y volver al punto de inicio, su variación de energía debe ser nula.

4.4.3. Pautas a seguir al aplicar las reglas de Kirchhoff

- La corriente en cada rama será la misma, y sólo cambiará al llegar a un nudo.
- Inicialmente definimos las corrientes necesarias que resuelven el circuito, el sentido de cada corriente es asignado a priori y arbitrariamente.
- Usando las reglas de Kirchhoff debemos producir tantas ecuaciones como corrientes incógnitas haya, para así poder resolver un sistema de ecuaciones determinado que nos dé las corrientes solución.
- Es muy importante fijar el sentido en que recorreremos la malla. Se tomarán como positivas las fuerzas electromotrices que generan corrientes en el sentido positivo y como negativas las otras.
- Si una resistencia se atraviesa en la dirección de la corriente, la diferencia de potencial a través de la resistencia es $-IR$. Si por el contrario, una resistencia se atraviesa en la dirección opuesta a la de la corriente, la diferencia de potencial a través de la resistencia es $+IR$.
- Si al resolver el circuitos se obtienen una corriente positiva quiere decir que el sentido inicialmente supuesto es el correcto. Si por el contrario, una corriente es negativa significa que en realidad la corriente en dicha rama circula en sentido contrario.

4.5. Divisor de tensión resistivo

Es un circuito eléctrico que reparte la tensión o potencial de una fuente de fem entre una o más resistencias conectadas en serie.

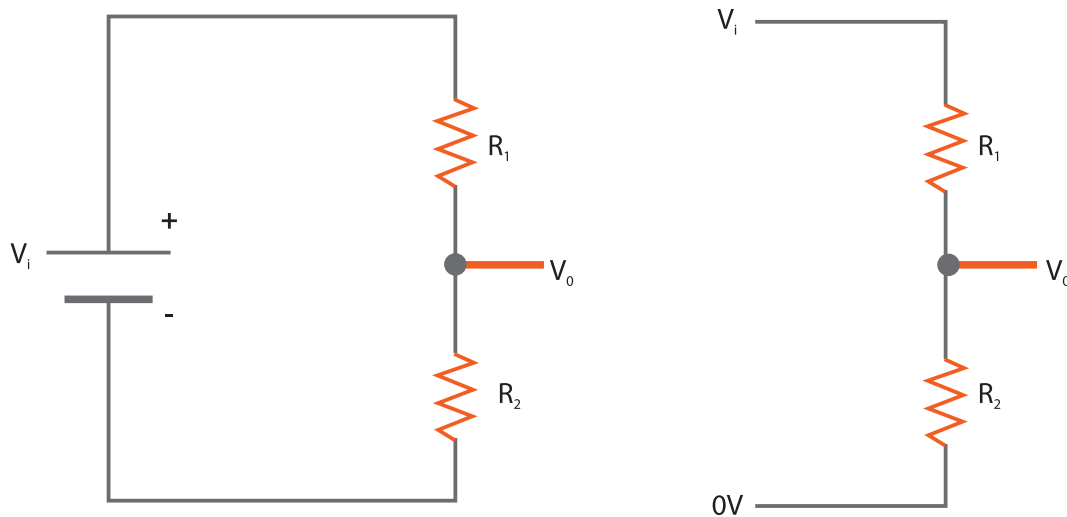


Figura 4.6. Dos formas equivalentes de un circuito división de tensión resistivo. Fuente: elaboración propia.

Usando las reglas de Kirchhoff no es difícil ver que el voltaje de salida viene dado por $V_o = V_i \frac{R_2}{R_2 + R_1}$. Esto, es podemos reducir V_o al valor que queramos con tal de elegir las resistencias adecuadas.

4.6. Tierra

Es normal describir los voltajes en un circuito con respecto a un punto de referencia, **tierra**, que se suele representar con el símbolo \perp .

Como los voltajes son medidos respecto a tierra, se puede tomar el voltaje en tierra como cero.

4.7. Teorema de Thèvenin

A veces es útil sustituir un circuito (o parte de él) que es complicado o no es excesivamente relevante por otro circuito equivalente más simple. Los teoremas de Thèvenin y Norton nos ayudan en esta tarea.

El teorema de Thèvenin establece que cualquier circuito eléctrico que esté formado por resistencias y fuentes de fem y/o corriente, puede ser sustituido por un circuito más simple compuesto por un generador de tensión de valor V_{th} conectado en serie con una resistencia R_{th} , siempre entre dos puntos determinados.

V_{th} representa la tensión equivalente de Thèvenin, y es la diferencia de potencial entre los puntos A y B cuando establecemos un circuito abierto entre ellos.

R_{th} representa la resistencia equivalente de Thèvenin, y es la resistencia entre los puntos A y B cuando se anulan las fuentes. Esto es las fuentes de tensión se sustituyen por cortocircuitos y las fuentes de corriente por circuitos abiertos.

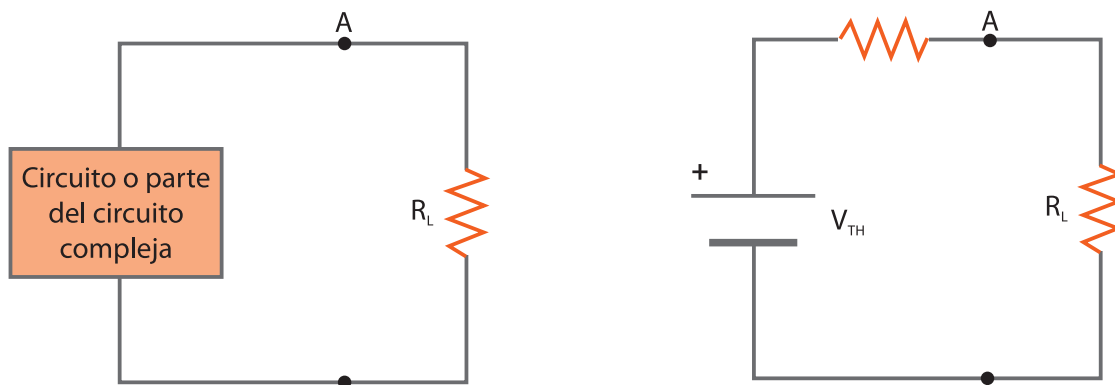


Figura 4.7. Entre los puntos A y B, el circuito complejo es igual a la fuente de tensión equivalente Thévenin y la resistencia equivalente Thévenin. Fuente: elaboración propia.

4.6. Teorema de Norton

Cualquier circuito eléctrico que esté formado por resistencias y fuentes de fem y/o corriente, puede ser sustituido por un circuito más simple compuesto por una fuente de corriente de valor I_N conectada en paralelo con una resistencia R_N , siempre entre dos puntos determinados.

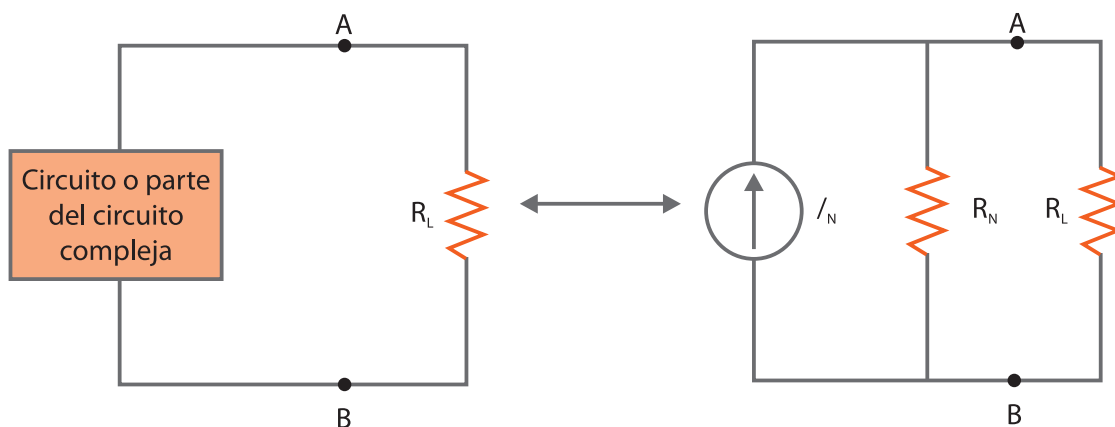


Figura 4.8. Entre los puntos A y B, el circuito complejo es igual a la fuente de corriente equivalente Norton y la resistencia equivalente. Fuente: elaboración propia.

I_N representa la corriente equivalente de Norton, y es la corriente que circula entre los puntos A y B cuando establecemos un cortocircuito entre ellos.

R_N representa la resistencia equivalente, y es la resistencia entre los puntos A y B cuando se anulan las fuentes. Esto es las fuentes de tensión se sustituyen por cortocircuitos y las fuentes de corriente por circuitos abiertos.

Tema 5.

Condensadores

A continuación vamos a estudiar el condensador, otro de los elementos básicos en circuitos eléctricos y electrónicos, y que se caracteriza por ser un dispositivo capaz de almacenar energía potencial eléctrica y carga eléctrica.

En este tema nos centraremos en las propiedades fundamentales de los condensadores, y en temas posteriores encontraremos otras aplicaciones, como su uso en circuitos de corriente alterna.

5.1. Capacidad y condensadores

Un **condensador** (o capacitor) es un sistema formado por dos conductores separados por un aislante (también llamado dieléctrico), ver figura 5.1 de la página siguiente.

Inicialmente cada conductor posee una carga neta nula, pero si aplicamos una diferencia potencial entre ellos (por ejemplo conectándolos a los terminales de una batería), surge un movimiento de electrones de un conductor al otro. Este flujo de electrones continua hasta que la diferencia de potencial entre ambos conductores se hace igual que la diferencia de potencial entre los extremos de la batería.

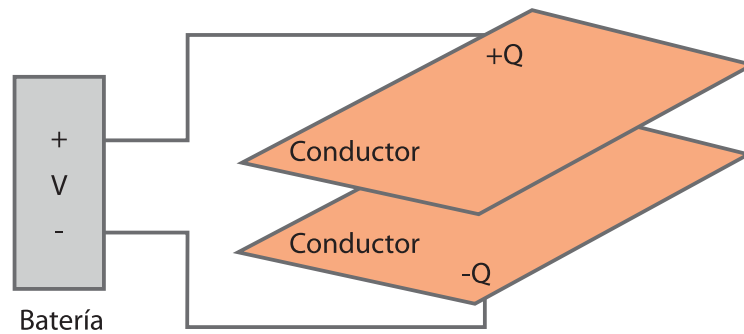


Figura 5.1. En un condensador, cuando los conductores (en este caso placas) están conectados a los terminales de una batería esta transfiere carga desde uno de los conductores a otro, hasta que la diferencia de potencial entre ambos se hace igual a la diferencia de potencial entre los extremos de la batería. Fuente: elaboración propia.

Se dice entonces que el condensador está cargado, quedando los dos conductores con cargas de igual magnitud y signo contrario, siendo la carga neta en el condensador nula.

Así, si se dice que un condensador almacena una carga Q , significa que el conductor con el potencial más elevado tiene carga $+Q$ y que el otro conductor (el del potencial más bajo) tiene carga $-Q$.

Vemos pues que un condensador es un sistema capaz de almacenar carga al aplicarle una diferencia de potencial. El trabajo invertido en trasladar las cargas se almacena, a su vez, como energía potencial eléctrica.

Es comprensible pensar que en un condensador, el campo eléctrico entre los conductores aumentará cuanto mayor sea la carga Q con que se ha cargado. Igualmente es de esperar que la diferencia de potencial entre los conductores crezca con la carga en el condensador.

De hecho, se comprueba experimentalmente que dicha diferencia de potencial V entre los conductores es proporcional a la carga. Podemos pues escribir:

$$Q = CV$$

Ecuación 5.1.

donde la constante de proporcionalidad C se conoce como **capacidad** (en algunos textos también se puede encontrar como capacitancia). Vemos que cuanto mayor sea la capacidad de un condensador, mayor será la magnitud de la carga almacenada cuando se someta a una diferencia de potencial dada, y por tanto mayor será la energía almacenada. La capacidad C de un condensador se puede definir pues, como el cociente entre el valor absoluto de la carga en cualquiera de sus conductores dividida por la diferencia de potencial que existe entre ellos, $C = Q/V$, y físicamente **representa la propiedad que tiene el condensador para almacenar carga frente a una diferencia de potencial**.

La capacidad es siempre una cantidad positiva, y su unidad SI es el faradio (F), que es culombio partido voltio, $F = C/V$. Su magnitud depende de la forma (dimensiones) del condensador así como de los materiales empleados para construirlo.

Cuando un condensador se incluye en un circuito es costumbre representarlo con los símbolos que aparecen en la ver figura 5.2 de la página siguiente.

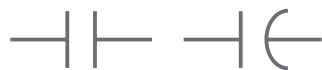


Figura 5.2. En los diagramas de circuito, un condensador se representa con cualquiera de estos símbolos.
Fuente: elaboración propia.

5.2. Condensador de placas paralelas

Una de las formas más sencillas de condensador consiste en dos placas planas paralelas conductoras (cada una con área A) separadas por aire una distancia d , como muestra la figura 5.3.

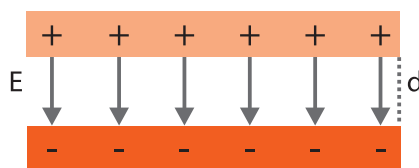


Figura 5.3. Condensador de placas paralelas.

Si suponemos que la distancia entre placas es mucho menor que las dimensiones de las mismas, podemos considerar cada una de estas placas conductoras como un plano infinito con densidad superficial de carga uniforme, que crea un campo eléctrico uniforme y de magnitud:

$$E_{placa} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{Q}{2A\epsilon_0},$$

Ecuación 5.2.

Así el campo eléctrico entre las placas será la suma de los campos producido por cada placa (una con cargada positiva y la otra negativa):

$$E = \frac{Q}{A\epsilon_0},$$

Ecuación 5.3.

También sabemos del tema 2, que la magnitud de la diferencia de potencial en un campo eléctrico uniforme es igual al valor del campo multiplicado por la distancia entre placas:

$$V = Ed,$$

Ecuación 5.4.

luego podemos usar la ecuación 5.1 para obtener la capacidad de un condensador de placas paralelas, esto es:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Ed} = \frac{\epsilon_0 A}{d}.$$

Ecuación 5.5.

Vemos como la capacidad es proporcional a la superficie de las placas, e inversamente proporcional a la distancia entre ellas. Es decir, **depende directamente de la forma y geometría del condensador**. Igualmente depende de los materiales aislantes empleados para construirlo, si insertamos un

dieléctrico diferente al aire entre las placas de un condensador podemos variar (normalmente aumentar) su capacidad.

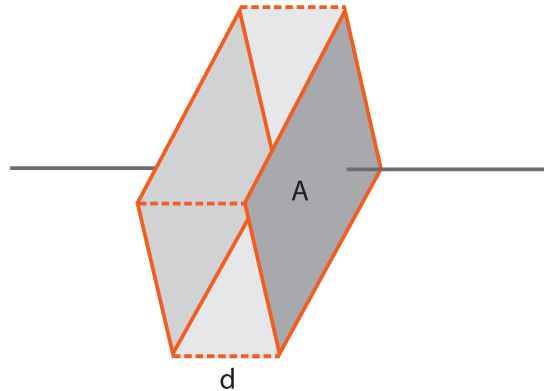


Figura 5.4. Condensador de placas paralelas. La separación entre ellas es d y el área de cada placa A , entonces el Ad es el volumen que hay entre ellas, y donde existe el campo eléctrico originado por las cargas de diferente signo de cada placa.
Fuente: elaboración propia.

5.3. Energía almacenada en un condensador

Hemos visto como los condensadores son capaces de almacenar carga, esto es equivalente a decir que son capaces de almacenar energía, ya que para cargar el condensador (transferir carga de un conductor a otro) se realiza un trabajo, que se convierte en energía potencial eléctrica de dicha carga. Esta energía almacenada se recupera cuando descargamos el condensador.

Recordemos que si queremos mover una carga q a través de esa diferencia de potencial V la energía de la carga se incrementa qV . Teniendo en cuenta esto, no es difícil demostrar que si un condensador tiene una carga final Q , y entre sus placas (conductores) existe una diferencia de potencial V , la energía almacenada en un condensador viene dada por:

$$U = \frac{1}{2}QV,$$

Ecuación 5.6.

o equivalentemente usando que $V = Q/C$, tenemos que:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2.$$

Ecuación 5.7.

5.4. Asociaciones de condensadores

En muchos casos es frecuente el uso de combinaciones de condensadores, y al igual que en el caso de las resistencias, existen asociaciones de los mismos que se pueden reemplazar por un solo condensador equivalente que produce el mismo efecto que dicha combinación de condensadores. La asociación de condensadores en serie y paralelo se presenta a continuación.

5.4.1. Condensadores en paralelo

Decimos que dos (o más) condensadores están en **paralelo** si se disponen como en la figura 5.5, esto es, cuando sus terminales se conectan dos a dos de forma que la diferencia de potencial en cada condensador sea la misma.

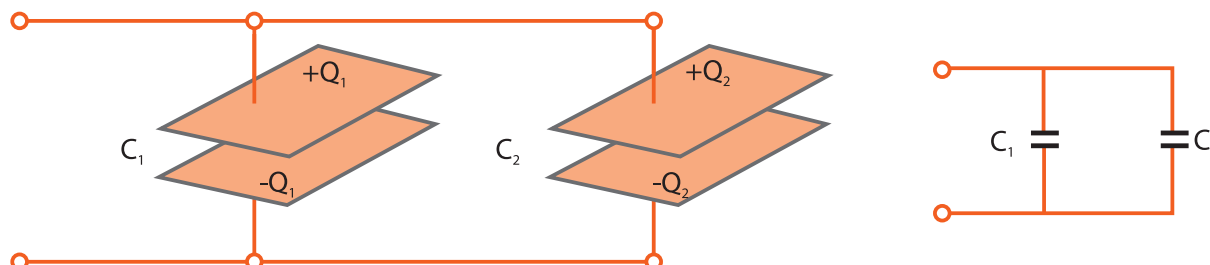


Figura 5.5. Dos condensadores de capacidad C_A y C_B en paralelo. A lado su representación circuital. Fuente: elaboración propia.

Al estar en contacto las placas de mayor y menor potencial respectivamente de cada condensador, el efecto es equivalente al de aumentar el área de un condensador, ya que el aumento de superficie supone un aumento de carga, de manera que la carga total será:

$$Q = Q_1 + Q_2 = VC_1 + VC_2 = V(C_1 + C_2),$$

Ecuación 5.8.

o escrito de otra manera:

$$Q = VC_{eq},$$

Ecuación 5.9.

donde $C_{eq} = C_1 + C_2$ es la **capacidad equivalente**. Esto es, dos condensadores en paralelo pueden sustituirse por un condensador equivalente cuyo valor es igual a la suma de los valores de cada uno de los condensadores.

Este resultado se puede extender al caso de asociaciones de cualquier número de condensadores, donde **la capacidad equivalente de n condensadores en paralelo es igual a la suma de las capacidades individuales**:

$$C_{eq} = \sum_i^n C_i$$

Ecuación 5.10.

5.4.2. Condensadores en serie

Decimos que dos (o más) condensadores están en **serie** si se disponen como en la figura 5.6, y se caracteriza porque las cargas en los condensadores conectados en serie son iguales.

Para entender esta última afirmación supongamos que los extremos *a* y *c*, en la figura 5.6, se conectan a los terminales de una batería, esto es el sistema de los dos condensadores en serie se somete a una

diferencia de potencial $V = V_a - V_c$, donde V_a y V_c es el potencial en los puntos a y c respectivamente. Al conectarse el terminal de la batería con mayor potencial al punto a habrá un flujo de electrones de la placa superior del primer condensador, dejándola con una carga $+Q$; esta carga producirá un campo eléctrico que inducirá una carga $-Q$ sobre su placa inferior, que procede de los electrones extraídos de la placa superior del segundo condensador, quedando esta última con una carga $+Q$. Esta carga positiva en la placa superior del segundo condensador producirá un campo eléctrico que inducirá una carga $-Q$ en la placa inferior del segundo condensador.

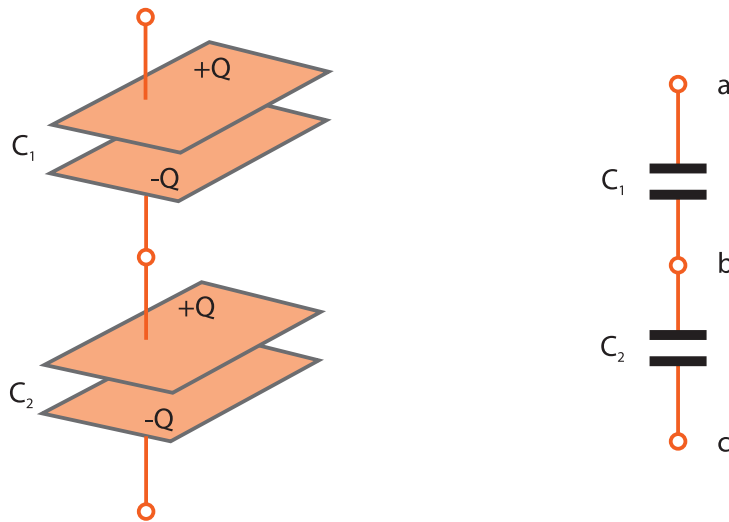


Figura 5.6. Dos condensadores de capacidad C_A y C_B en serie. A lado su representación circuital. Fuente: elaboración propia.

Así tenemos que la diferencia de potencial en el primer condensador es:

$$V_1 = V_a - V_b = \frac{Q}{C_1}$$

Ecuación 5.11.

mientras que en el segundo condensador la caída de potencial es:

$$V_2 = V_b - V_c = \frac{Q}{C_2},$$

Ecuación 5.12.

luego la diferencia de potencial entre los extremos de este sistema de dos condensadores en serie viene dada por:

$$V = V_a - V_c = V_1 + V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right).$$

Ecuación 5.13.

o escrito de otra manera:

$$V = \frac{Q}{C_{eq}},$$

Ecuación 5.14.

donde:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2},$$

Ecuación 5.15.

C_{eq} es la **capacidad equivalente**. Esto es, dos condensadores en serie pueden sustituirse por un condensador equivalente, donde el inverso de su valor es la suma de los inversos de las capacidades de los condensadores individuales.

De nuevo, este resultado es válido para la asociación de n condensadores en serie, siendo la capacidad equivalente:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i^n \frac{1}{C_i}.$$

Ecuación 5.16.

5.5. Circuito RC

Los circuitos que hemos estudiado hasta ahora se caracterizaban porque la dirección y magnitud de la corriente eran siempre las mismas en cada punto. Sin embargo ahora vamos a estudiar situaciones como el proceso de carga o descarga de un condensador, en las que las corrientes y caídas de potenciales varían con el tiempo.

El estudio de la carga y descarga de un condensador se hará a través del análisis un circuito RC, compuesto por una resistencia y un condensador en serie. Este es bastante interés, debido a su amplio rango de aplicación, ya que se usa en flash de cámaras, en marcapasos, semáforos...

5.5.1. Carga de un condensador

Comenzaremos describiendo el proceso de carga de un condensador. Para ello consideremos el circuito RC expuesto en la figura 5.7 de la página siguiente, que es una combinación en serie de una resistencia, un condensador y un generador de fem.

Supongamos que el interruptor se cierra en $t = 0$ s, hasta ese momento la carga del condensador es nula, pero a partir de ese instante, la carga empieza a fluir desde el generador, y a través de la resistencia, hacia el condensador, que se va cargando.

Si aplicamos en esta situación la segunda ley de Kirchhoff a dicho circuito RC obtenemos que:

$$\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0$$

Ecuación 5.17.

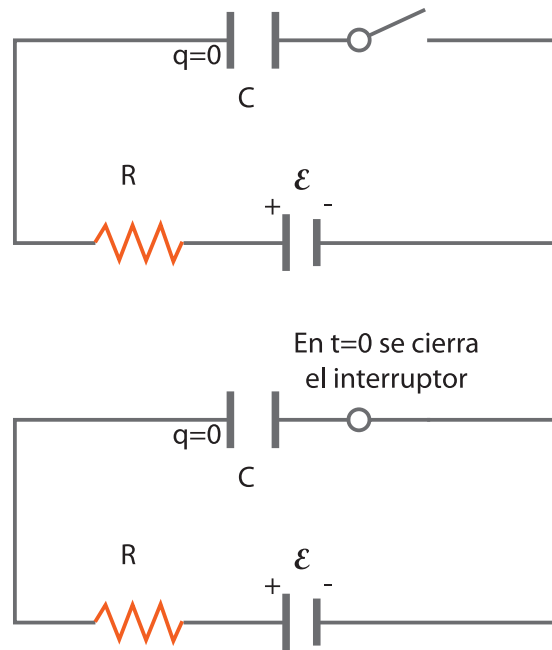


Figura 5.7. Circuito RC para cargar un condensador. En $t = 0$ se cierra el interruptor. Fuente: elaboración propia.

donde se están usando letras minúsculas para las magnitudes que varían con el tiempo, esto es, $q = q(t)$ es la carga en el condensador y $i = i(t)$ la intensidad que recorre el circuito en un instante t .

Con la ayuda de la ecuación 5.17, analizaremos el proceso de carga con el tiempo. Al comienzo, cuando se cierra el interruptor $t = 0$ s, la carga en el condensador es nula $q(t = 0) = 0$, luego la intensidad en ese instante es:

$$i(t = 0) = \frac{\varepsilon}{R}$$

Ecuación 5.18.

que la podemos notar como $I_0 = q(t = 0)$.

A medida que el condensador se carga, la caída de potencial en el mismo, $q(t)/C$, aumenta, disminuyendo la corriente que circula por el circuito, como muestra la ecuación 5.17.

Después de un tiempo suficientemente largo ($t \rightarrow +\infty$) la caída de potencial en el condensador se hace igual a la fem del generador, esto es, $\varepsilon = q/C$, en esta situación la caída de potencial en la resistencia es cero, lo que implica que la corriente en el circuito RC es nula, $i(t \rightarrow +\infty) = 0$. En ese momento, el condensador tiene una carga máxima, Q_f que viene dada por $Q_f = C \varepsilon$.

Es interesante notar que la carga final del condensador es independiente de la resistencia R del circuito.

Como acabamos de ver, la intensidad en el circuito varía con el tiempo: pasa de un valor I_0 al inicio a un valor nulo cuando el condensador se ha cargado. Análogamente, la carga en el condensador es nula en $t = 0$, y va creciendo hasta tener un valor Q_f en un tiempo suficientemente largo.

Es posible obtener expresiones que indiquen la carga e intensidad en cualquier instante de tiempo. Esto se consigue resolviendo la ecuación 5.17 que se puede expresar como una ecuación diferencial. La resolución de este tipo de problemas queda fuera del objetivo de este curso, así que a continuación escribimos directamente los resultados derivados de resolver dicha ecuación diferencial. Obtenemos que la intensidad en cada instante en el circuito RC viene dada por:

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

$$q(t) = Q_f(1 - e^{-t/\tau}).$$

Ecuación 5.19.

La constante $\tau=RC$, se conoce como constante de tiempo del circuito y *es una medida de la rapidez con que se carga el condensador*. Concretamente, podemos ver qué pasado un tiempo $t = \tau$ la carga del condensador es aproximadamente un 63% de su carga final. Esto es, el significado físico de la constante de tiempo es el tiempo que hay que dejar pasar para que el condensador se haya cargado al 63 %.

5.5.2. Descarga de un condensador

En el apartado anterior hemos estudiado la carga de un condensador, igualmente podemos analizar el proceso inverso, esto es, la descarga del mismo. Para ello consideremos un circuito RC como el mostrado en la figura 5.8, en el que, como vemos, se ha prescindido del generador de fem, ya que partimos con un condensador cargado con carga inicial Q_0 .

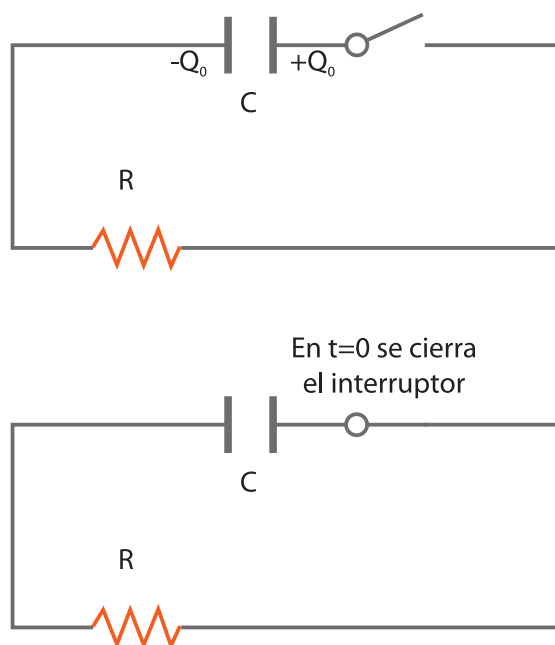


Figura 5.8. Circuito RC para descargar un condensador. En $t = 0$ se cierra el interruptor. Fuente: elaboración propia.

Si aplicamos en esta situación la segunda ley de Kirchhoff a este nuevo circuito RC obtenemos que

$$iR = \frac{q}{C}$$

Ecuación 5.20.

Esto es, en cualquier instante la caída de potencial entre los extremos de la resistencia igual a la diferencia de potencial entre las placas del condensador. Este resultado parece lógico, ya que en este caso la resistencia y el condensador están en paralelo (además de en serie).

Si en el instante, $t = 0$ s, cerramos el interruptor la diferencia de potencial en la resistencia será Q_0/C , ya que $q(t = 0) = Q_0$. Y por tanto la corriente en $t = 0$ que recorre la resistencia y por tanto el circuito es $I_0 = Q_0/R$.

Si dejamos pasar suficiente tiempo ($t \rightarrow +\infty$) la carga en el condensador es nula, ya que éste se habrá descargado, y por tanto la caída de potencial tanto en el condensador como en la resistencia igual cero. Lo que implicaría una intensidad de corriente es igualmente nula.

De nuevo, vemos que en este caso, tanto la corriente y como la carga del condensador son funciones del tiempo. Para obtener su valor en cualquier momento, habría que resolver una ecuación diferencial creada a partir de la ecuación 5.20, y que produciría las siguientes expresiones para la intensidad y la carga en un instante t :

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

$$q(t) = Q_0 e^{-t/\tau}.$$

Ecuación 5.21.

Donde τ es la constante de tiempo del circuito que ya conocemos, $\tau = RC$. En este caso dicha constante de tiempo es una medida de la rapidez con que se descarga el condensador, y es el tiempo que hay que dejar pasar para que se haya descargado al 63 %.

5.6. Condensadores en circuitos electrónicos

Los condensadores además de almacenar energía (carga) tienen otras múltiples aplicaciones: se usan en el proceso de convertir la tensión alterna en continua, filtrar señales, circuitos temporizadores...

La figura 5.9 muestra ejemplos de algunos tipos de condensadores que se pueden encontrar en los circuitos de la mayoría de nuestros ordenadores u otros sistemas.



Figura 5.9. Ejemplos de condensadores. Fuente: elaboración propia.

Tema 6.

Campo magnético

Hasta ahora hemos abordado los fenómenos relacionados con el campo eléctrico. En este tema y el siguiente vamos a estudiar los fenómenos de origen magnético, que surgen siempre que existan cargas en movimiento. Estudiaremos las fuerzas que surgen sobre las cargas en movimiento y corrientes en presencia de un campo magnético. Igualmente, analizaremos quienes son las fuentes del campo magnético, donde ayudados por la ley de Biot-Savart evaluaremos el campo producido por una corriente. El tema sigue con el estudio de la ley de Ampère que representa una poderosa herramienta en el cálculo de campos magnéticos producidos por distribuciones de corriente con alto grado de simetría. Finalmente el teorema de Gauss del magnetismo es presentado.

6.1. Introducción

Las primeras observaciones que se conocen sobre la interacción magnética datan del siglo XII a. C. en China, donde existen evidencias del uso de elementos imantados (algo parecido a una brújula) para facilitar la orientación. Así mismo, el tema 1 ya mencionamos como Tales de Mileto (625- 546 a. C.) observó la atracción que sobre el hierro ejercía un material proveniente de la ciudad de Magnesia, al que se llamó magnetita. Un mineral que se puede ver como un tipo de imán permanente.

Posteriormente, en el siglo XII se extendió el uso de imanes para navegación y cualquier actividad de orientación en general. Además, se observó como cualquiera de estos imanes tiene dos zonas bien

diferenciadas, a las que se llamó polos⁶ (sur y norte), y que se caracterizaban porque polos iguales se repelían y polos distintos se atraían mutuamente (ver figura 6.1).

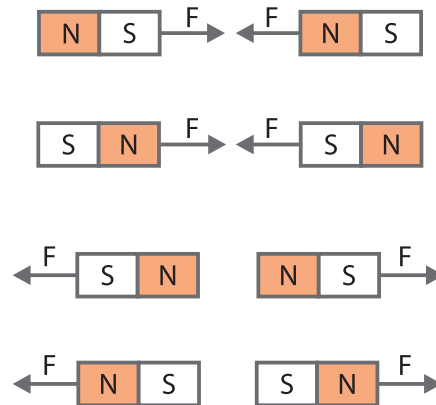


Figura 6.1. Un imán tiene dos zonas bien diferenciadas, o polos (sur y norte), que se caracterizan porque los polos iguales se repelen y polos distintos se atraen mutuamente. Fuente: elaboración propia.

En el siglo XVII William Gilbert descubrió que la Tierra se comportaba como un imán gigante cuyos polos magnéticos estaban cercanos a los polos geográficos. Así el alineamiento de una brújula (que es una aguja imantada) con el norte, se podía explicar cómo la interacción de dicha aguja con el imán terrestre. Unos años más tarde un científico inglés, John Michell, realizó experiencias para medir la fuerza de atracción y repulsión entre polos magnéticos y descubrió que la fuerza ejercida era inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre los polos. Este es un resultado similar a la interacción entre cargas estáticas que predice la Ley de Coulomb, como vimos en el tema 1. De hecho, uno podría, pensar que los polos son en la interacción magnética, lo que las cargas en la electrostática, de manera que si se encontrase un polo solo aislado haría las veces de la carga. Pero realmente, esta analogía no es totalmente correcta, ya que los polos magnéticos siempre se presentan en parejas (uno sur y otro norte), y nunca se presentan aislados. De hecho, si partimos cualquier imán en dos partes, cada uno de estos trozos vuelve a ser un imán con dos polos, ver figura 6.2.



Figura 6.2. Si partimos cualquier imán en dos partes, cada uno de estos trozos vuelve a ser un imán con dos polos. De hecho, no es posible encontrar un solo polo aislado (monopolo), siempre se presentan en parejas (uno sur y otro norte). Fuente: elaboración propia.

6. El nombre de polos (norte y sur), está relacionado con el hecho de que al dejar libres cualquier imán, este tiende a orientarse con el polo apuntando hacia el polo norte terrestre, y el otro hacia el polo sur.

Los siguientes resultados que arrojaron un poco de luz acerca de la naturaleza del magnetismo datan del siglo XIX, cuando un físico danés llamado Hans Christian Oersted descubrió que el flujo de una corriente eléctrica cerca de una brújula influía en la orientación de esta última. Luego, el flujo de una corriente producía un efecto similar al de un imán.

En esa misma época, André Ampère realizó varias investigaciones similares, demostrando, por ejemplo, que las corrientes eléctricas atraían trocitos o limaduras de hierro o que entre dos hilos conductores por los que circula una corriente aparecía una fuerza. A la luz de estos resultados, Ampère propuso que **la interacción magnética no es creada por un polo magnético sino por la corriente eléctrica**, esto es, **la naturaleza fundamental del magnetismo es la interacción que existe entre cargas en movimiento relativo**.

6.2. Campo magnético

La interacción magnética, al igual que la eléctrica, se puede describir empleando el concepto de campo. Al igual que una carga estática produce un campo eléctrico, una carga en movimiento (o en general, una corriente eléctrica) produce un campo magnético en el espacio que la rodea.

Es costumbre notar dicho campo magnético como **B**, que a veces es también referido, por razones históricas, como inducción magnética.

Sabemos del tema 1, que un campo eléctrico ejerce una fuerza sobre cualquier carga q que este en el seno del mismo ($\mathbf{F} = q\mathbf{E}$). De igual manera, una carga en movimiento (o corriente eléctrica en general) en el seno de un campo magnético (que lo ha podido crear otra carga en movimiento o corriente), experimenta una fuerza ejercida por dicho campo.

Así es importante que distingamos estas dos ideas:

- **Una carga en movimiento (o en general, una corriente eléctrica) en el seno de un campo magnético experimentará una fuerza ejercida por dicho campo.**
- **Una carga en movimiento (o en general, una corriente eléctrica) produce un campo magnético en el espacio que la rodea.**

En las siguiente secciones, primero estudiaremos la interacción que sufre una carga en movimiento en presencia de un campo magnético. Posteriormente, se describirá la fuente del campo magnético, esto es, quién y cómo se genera el campo magnético.

6.3. Fuerza ejercida por un campo magnético

Como hemos visto, la existencia de una fuerza magnética se hace evidente en experiencias como el alineamiento de la aguja imantada de una brújula debido su interacción con el campo magnético terrestre. Igualmente hemos mencionado que cualquier carga en movimiento en el seno de un campo magnético experimenta una fuerza ejercida por dicho campo. De hecho, los experimentos realizados demuestran que dada una carga q que se mueve con velocidad \mathbf{v} en un campo magnético **B**, ésta sufre una fuerza magnética \mathbf{F}_b que viene dada por:

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B},$$

Ecuación 6.1.

esto es, la fuerza es el productora vectorial de la velocidad por el campo magnético. Así el módulo de la fuerza magnética, viene dado por:

$$F_B = qvB \sin \theta$$

Ecuación 6.2.

donde v y B son el módulo del vector velocidad y campo magnético respectivamente. La dirección de la fuerza magnética se puede hallar usando la regla del sacacorchos o de la mano derecha.

Comentarios

- Según la ecuación 6.1, la fuerza magnética es siempre perpendicular al campo magnético; este es un resultado diferente al obtenido en el tema 1, donde comprobamos que el campo eléctrico era paralelo a la fuerza eléctrica.
- Para que la fuerza magnética actúe, la carga debe estar en movimiento. Recordemos, que por el contrario la fuerza eléctrica actúa sobre una carga sin importar si ésta está en movimiento o no.
- La fuerza magnética no realiza trabajo cuando una partícula se desplaza en un campo ya que la fuerza es siempre perpendicular al desplazamiento.

La unidad en el SI del campo magnético es el Tesla (T), donde $1\text{T}=(\text{N/C})/(\text{m/s})=\text{N}/(\text{Am})$.

Frecuentemente el uso del tesla como unidad del campo magnético es poco cómoda. Por ejemplo, el campo magnético terrestre es del orden de 10^{-5} T , así que se introducen unidades alternativas más pequeñas como es el gauss (G), donde $1\text{ G} = 10^{-4}\text{ T}$.

6.4. Fuerza magnética sobre un conductor rectilíneo

Al igual que un campo magnético ejerce una fuerza sobre una carga que se mueve en su seno, es lógico pensar que cualquier conductor por el que circule una corriente experimentará una fuerza cuando esté dentro de un campo magnético.

Veamos este hecho para un conductor rectilíneo, para ello consideremos un alambre de sección transversal A y longitud L , por el que circula una corriente eléctrica y que lo situamos en el seno de un campo magnético B , como muestra la figura 6.3 de la página siguiente.

La fuerza magnética sobre cada carga que recorre el conductor será $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, y la fuerza resultante sobre el conductor será entonces la suma vectorial de las fuerzas individuales ejercidas sobre cada partícula con carga en el interior del segmento de conductor.

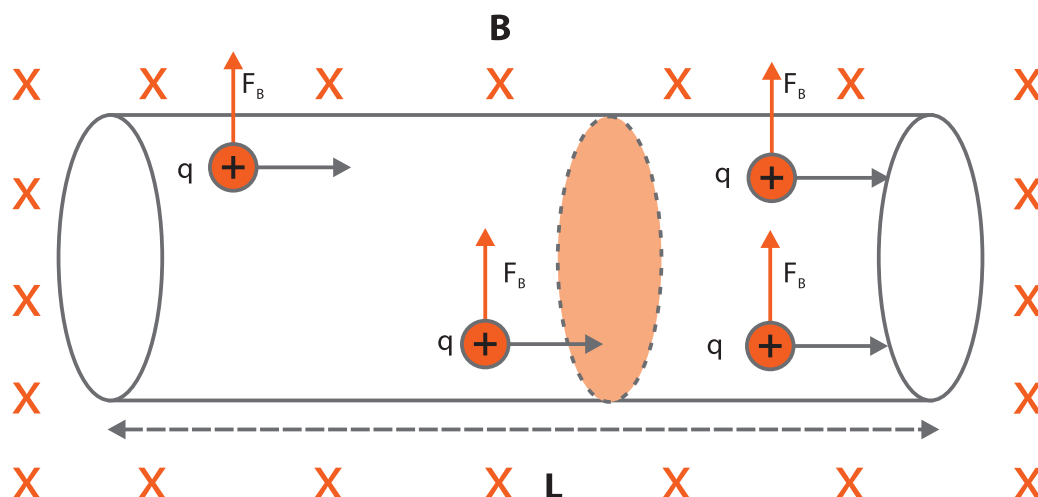


Figura 6.3. Conductor rectilíneo de longitud L y sección eficaz A que conduce una corriente y está inmerso en un campo magnético que apunta hacia dentro del papel. Fuente: elaboración propia.

Si notamos con n la densidad de cargas móviles, entonces el número total de cargas dentro del volumen del conductor es nAL ; así mismo, si tenemos en cuenta que el producto $nqAv$ es la cantidad de carga por unidad de tiempo que atraviesa el alambre, esto es, la intensidad de corriente, entonces la fuerza sobre el segmento de conductor se puede escribir como:

$$\mathbf{F}_B = I\mathbf{L} \times \mathbf{B},$$

Ecuación 6.3.

donde \mathbf{L} es un vector cuyo modulo es la longitud del alambre y su dirección es la misma que la de la corriente.

Aquí solo hemos calculado la fuerza magnética sobre un conductor rectilíneo, aunque en general cualquier conductor que transporta corriente en un campo magnético sufre una fuerza. Para conductores no rectilíneos el cálculo de esta fuerza magnética es más compleja, y generalmente implica integración.

6.5. Líneas de campo magnético

Al igual que ocurría con el campo eléctrico, es posible representar el campo magnético mediante líneas de campo; de manera que dichas líneas indican en cada punto la dirección tangente a \mathbf{B} . O si se quiere, de una forma más intuitiva aún, las líneas de campo magnético en cada punto indican la dirección a la cual apuntaría la aguja de una brújula colocada en dicha posición.

Así por ejemplo, en cualquier imán las líneas de campo salen del polo norte y entran por el polo sur, (ver figura 6.4 en la página siguiente).

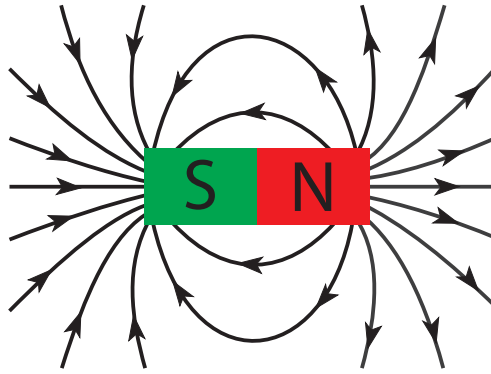


Figura 6.4. Líneas de campo de un imán, siempre salen del polo norte y entran por el polo sur. Notad como las líneas son cerradas; esto se cumple para cualquier campo magnético. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/L%C3%ADnea_de_campo_magn%C3%A9tico).

Breve comentario antes de seguir: hasta ahora hemos estudiado las fuerzas ejercidas sobre cargas en movimiento (o corrientes) en un campo magnético. Hemos supuesto que existía campo magnético que ejercía dicha fuerza, pero no nos hemos interesado por su origen o quien lo creaba. En las próximas secciones vamos a estudiar las fuentes de campo magnético, esto es, los agentes que crean el campo magnético. Ya hemos mencionado que imanes y corrientes implican un campo magnético, que es generado, en cualquier caso, por cargas en movimiento.

6.6. Ley de Biot-Savart

Como mencionamos en la introducción, ya Oersted pudo constatar que la aguja de una brújula se desviaba en presencia de una corriente, esto implicaba que la corriente era capaz de crear un campo magnético. La evaluación del campo magnético producido por corriente se produjo años más tarde, fruto de las experiencias realizadas por Jean Baptiste Biot y Félix Savart, que dieron como resultado lo que se conoce como **ley de Biot-Savart**, y que establece que el campo magnético en un punto P producido por una corriente continua I :

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Ecuación 6.4.

donde el dominio de integración es el circuito por que fluye la corriente, y $d\mathbf{l}$ es un vector diferencial de longitud y \mathbf{r} es el vector que va desde $d\mathbf{l}$ a P (ver figura 6.5).

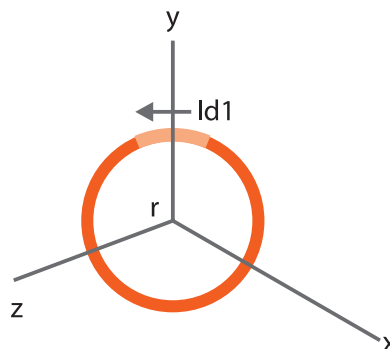


Figura 6.5. Ejemplo de un elemento diferencial de corriente, Idl en una espira circular. El vector diferencial de longitud es $d\mathbf{l}$. Fuente: elaboración propia.

6.7. Ley de Ampère

En el tema 1 vimos que el cálculo del campo eléctrico producido por una distribución continua de carga podía ser un problema bastante complejo, que, por suerte, se podía simplificar enormemente aplicando la ley de Gauss. De igual manera, el cálculo del campo magnético producido por una corriente puede ser bastante complejo, sobre todo porque la integral que aparece en la ley de Biot-Savart puede ser difícil de resolver.

Afortunadamente, en magnetismo existe otra herramienta que nos permite calcular con más facilidad los campos magnéticos generados por distribuciones de corriente que poseen un alto grado de simetría, ésta es la llamada **ley de Ampère**.

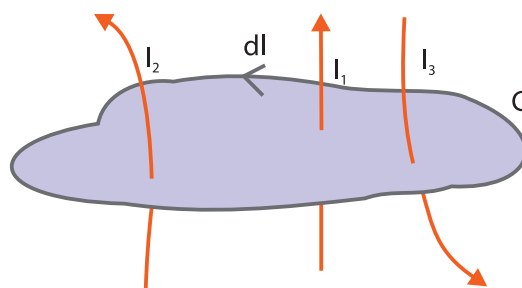


Figura 6.6. La circulación de la inducción magnética a lo largo de una línea cerrada C es proporcional a la corriente neta encerrada por la curva. En este caso, sería igual a $\mu_0(I_1 + I_2 - I_3)$. Fuente: elaboración propia.

La ley de Ampère no se formula en términos de flujo, sino de la integral de línea del campo magnético (circulación) alrededor de una trayectoria cerrada C con corriente I que pasa a través de dicha curva cerrada:

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$$

Ecuación 6.5.

Este es un resultado extremadamente útil para cálculo del campo en situaciones de alta simetría.

6.8. Campo magnético creado por un solenoide

Un solenoide consiste en un enrollamiento helicoidal de alambre sobre un cilindro, por lo general con sección transversal circular. Se puede ver como una superposición de espiras colocadas muy juntas y por las que los que circula la misma corriente eléctrica; y se caracteriza por crear campos magnéticos intensos y altamente uniformes en su interior. Calcular dichos campos puede ser, en general, complicado.

Si la distancia entre espiras y la longitud es muy grande en comparación con el radio, podemos usar el modelo del solenoide ideal que simplifica mucho los cálculos. En un solenoide ideal el campo magnético creado en el interior es completamente uniforme, mientras que el producido en cualquier punto exterior es nulo.

Usando la ley de Ampère se puede probar sin dificultad que el modulo campo magnético que produce un solenoide ideal con n vueltas por unidad de longitud en su interior viene dado por $B = \mu_0 n I$.

6.9. Ley de Gauss del magnetismo

Recordemos que en el tema 1 se introdujo el concepto de flujo eléctrico asociado a una superficie. De igual manera podemos introducir el flujo magnético Φ_B como una magnitud que está relacionada con el número de líneas de campo magnético que atraviesa una superficie, S . La unidad del flujo magnético en el SI es el weber (Wb) y equivale a $1\text{Wb}=\text{Tm}^2$.

Siguiendo con la analogía con el campo eléctrico, recordemos que usando el concepto de flujo neto, se introdujo la ley de Gauss para el campo eléctrico, que relaciona el flujo del campo eléctrico con sus fuentes (las cargas).

Así mismo existe una ley de Gauss del magnetismo que establece que el flujo neto del campo magnético en cualquier superficie cerrada es nulo.

Gráficamente podemos entender este resultado viendo que **las líneas del campo magnético son siempre cerradas**, esto es, el número de líneas que entran en cualquier superficie cerrada es igual al número de líneas que salen de la misma.

Este resultado implica que no existen cargas magnéticas ni polos magnéticos aislados (monopolos).

Tema 7.

Inducción Magnética

En el tema 1 aprendimos como las cargas generaban el campo eléctrico, pero no son las únicas fuentes de dicho campo, variaciones del campo magnético también pueden serlo. Igualmente hemos estudiado que para hacer fluir una corriente en un circuito se requiere una fem, que hasta ahora era producida por una batería o generador de fem. En este tema veremos como la variación de flujo magnético a través de un circuito puede inducir una fem. Este fenómeno recibe el nombre de inducción magnética. El principio fundamental de la inducción electromagnética y base de este tema es la ley de Faraday. El sentido de la fem producida en la inducción magnética viene dictado por la ley de Lenz. Finalmente introduciremos un nuevo componente circuital, como es el inductor y estudiaremos un circuito simple que lo incluye.

7.1. Ley de Faraday

Michael Faraday, un científico inglés, realizó una serie de experiencias cuyos resultados dieron lugar a la ley que lleva su nombre.

Descubrió que un imán que se mueve cerca de una espira conductora genera una corriente en la espira. Si el imán permanece quieto no se induce corriente y el amperímetro marca cero; sin embargo

al acercar el imán con su polo norte hacia la espira aparece una corriente positiva en dicho amperímetro. Y finalmente, si lo que hacemos es alejar el imán de la espira, aparece una corriente negativa.

De hecho, se comprueba que la corriente en cualquier caso existe mientras haya campo magnético que esté cambiando. *¿Qué es lo que está pasando?*

Hasta ahora hemos visto que para que exista una corriente en un circuito debe existir una batería (generador de fem, en general) que proporcione la energía para que las cargas se muevan a través del circuito. Sin embargo, en este caso establece una corriente a pesar de que no existe una batería en el circuito. A dicha corriente se le conoce como **corriente inducida**, que es debida a su vez a una **fem inducida**. Si nos fijamos en cualquiera de los casos que se induce una corriente, podemos ver que existe un campo magnético que cambia.

Faraday demostró que realmente eran los cambios del flujo magnético a través de un circuito lo que inducía la fem en dicho circuito, y por tanto la corriente.

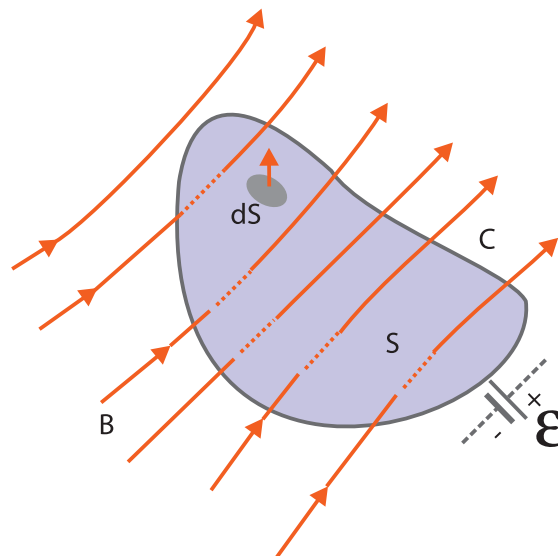


Figura 7.1. Según la ley de Faraday, si el flujo a través del área (S) encerrada por la espira o circuito (C) varía, entonces surge una fem inducida. Obviamente, si esta fem inducida ocurre en un material conductor con resistencia R la corriente inducida vendrá dada por $I = \mathcal{E} / R$. Fuente: elaboración propia.

La ley de Faraday se puede enunciar de la siguiente manera: **la fem inducida en una espira cerrada es igual a menos la derivada del flujo magnético a través de la espira con respecto al tiempo**. Dicha ley, se puede entonces expresar matemáticamente como:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Ecuación 7.1.

Recordemos que el flujo magnético, Φ_B , viene dado por:

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S},$$

Ecuación 7.2.

donde C es la espira o circuito en la que se induce la fem, y S el área que encierra dicho circuito, como muestra figura 7.1. El signo menos de la ecuación 7.1 está relacionado con la dirección de la fem, este aspecto lo discutiremos en la siguiente sección.

Así según la ecuación 7.1 se induce una fem si el flujo magnético varía con el tiempo, y Φ_B puede cambiar si:

- Varía la magnitud del campo magnético.
- Varía el área encerrada por el circuito.
- Varía la orientación entre \mathbf{B} y la normal de la superficie.

7.2. Ley de Lenz

Como acabamos de ver, la ley de Faraday predice que la variación de flujo magnético a través del área que encierra un circuito induce una fem (y por tanto una intensidad) en dicho circuito. Sin embargo, aún no hemos definido apropiadamente la dirección de dicha fem o corriente inducidas, para ello recurriremos a la **ley de Lenz** que establece que la fem y corriente inducidas se oponen a la variación del flujo magnético que la produce.

Por ejemplo, si un imán se acerca con su norte a una espira, éste induce una corriente en ella, debido a un aumento del flujo magnético que entra en dicha espira. Así, según la ley de Lenz, la dirección de esta corriente inducida será tal que se oponga a este aumento de líneas de campo hacia dentro, esto es, la corriente inducida producirá un campo magnético hacia afuera de la espira.

7.3. Leyes de Maxwell

Después de todo lo visto hasta ahora, se puede empezar a intuir que las interacciones eléctricas y magnéticas están íntimamente relacionadas. Este hecho fue puesto de manifiesto formalmente por el físico escocés James Clerk Maxwell, que en 1860 dedujo los principios de la teoría que engloba los fenómenos eléctricos y magnéticos, el electromagnetismo. Maxwell recopiló y amplió en algunos casos, resultados previos de otros científicos, llegando a la conclusión de que las leyes fundamentales del electromagnetismo eran cuatro, las conocidas como leyes de Maxwell que son:

- Ley de Gauss del campo eléctrico:

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}.$$

- Ley de Gauss del campo magnético:

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0.$$

- Ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

- Ley de Ampère-Maxwell:

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}.$$

Ecuación 7.3.

Ya conocemos las tres primeras leyes de Maxwell, y estamos familiarizados con una versión más simple de la cuarta. Maxwell amplió la validez de la ley de Gauss más allá de los campos constantes en el tiempo, e introdujo un nuevo término en la ley de Ampère (corriente de desplazamiento).

7.4. Autoinducción e inductancia

Supongamos una espira que porta una corriente que, a su vez, crea un campo magnético. Dicha espira es atravesada por sus propias líneas de campo y por tanto por su propio flujo. Si la corriente es continua y constante, el flujo también, y por tanto según la ley de Faraday no existe inducción alguna. Sin embargo, si variásemos la intensidad de corriente en la espira, variaría el flujo a través del área que encierra y por tanto se formaría una fem (autoinducida) que se opone a la fem que crea la corriente original, o igualmente, si la espira tiene una resistencia no nula, se formaría una corriente autoinducida que se superpone a la principal.

Este fenómeno se llama **autoinducción**, y se produce en cualquier circuito que conduzca una corriente variable, aunque es especialmente notable en cualquier circuito que incluya una bobina. Y se origina porque la variación del propio campo magnético del circuito induce una fem en él. Esta fem (que se suele llamar autoinducida) tendrá la dirección que se oponga a la fem que originó la corriente inicial. El valor de esta fem autoinducida puede ser calculado usando la ley de Faraday, se obtiene que:

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di(t)}{dt}.$$

Ecuación 7.4.

donde la constante L se conoce como **inductancia** (también a veces referida como autoinducción). La unidad en el sistema internacional de la inductancia es el henrio (H), donde $1\text{H}=\text{Tm}^2/\text{A}$.

La fem autoinducida es proporcional a la variación temporal de intensidad de corriente, que es un resultado comprensible ya que cuanto mayor sea el cambio en la corriente en la espira, mayor será la variación del propio flujo magnético. Así ya que la autoinducción sólo se manifestará para una corriente variable en el tiempo (para una corriente constante la fem inducida sería nula) usaremos letras minúsculas.

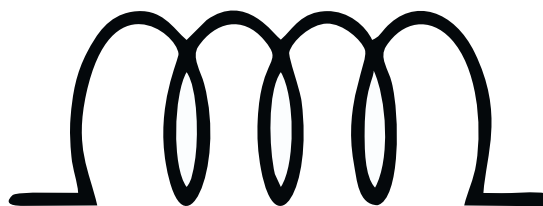
Teniendo en cuenta la ecuación 7.4, se puede ver que **la inductancia es una medida de oposición a un cambio en la corriente**, esto es cuanto mayor sea la inductancia de un circuito mayor será la fem autoinducida que se opondrá a la variación de corriente que la crea.

Aunque este razonamiento ha sido expuesto para una espira, en general, es extrapolable a cualquier circuito conductor. Por ejemplo, se puede ver que para una bobina o solenoide ideal de longitud l , área transversal A y con n vueltas por unidad de longitud, la inductancia es:

$$L = \mu_0 n^2 A l.$$

Ecuación 7.5.

Un inductor es cualquier elemento con inductancia, y su representación circuital es la mostrada en la figura 7.2. En general, un inductor en un circuito hace difícil que ocurran cambios rápidos en la corriente, en virtud de los efectos de la fem autoinducida.



*Figura 7.2. Representación circuital de un inductor. En general, lo podemos considerar como una bobina.
Fuente: elaboración propia.*

7.5. Energía en un campo magnético

En el tema 5 vimos que un condensador podía almacenar energía, cualquier inductor por el que circula una corriente, una bobina por ejemplo, también almacena energía. Está viene dada por:

$$U = \frac{1}{2} L I^2.$$

Ecuación 7.6.

Esta energía en el inductor es almacenada mientras la corriente aumenta de cero a un valor final I . Si la corriente disminuye de I a cero, el inductor actúa como fuente suministrando la energía almacenada. Si, por ejemplo, desconectamos bruscamente un enchufe, la corriente disminuye con mucha rapidez, la fem inducida es muy grande y la energía podría disiparse en forma de un arco entre los contactos del interruptor. Esta es la chispa que vemos saltar cuando desconectamos algunos aparatos eléctricos.

7.6. Circuito RL

Un circuito RL (figura 7.3 de la página siguiente) está formado por una combinación de una resistencia y un inductor.

Como acabamos de ver un inductor en un circuito se opone a los cambios de corriente en dicho circuito; así, en este caso, si el voltaje del generador de fem se incrementa para aumentar la corriente en el circuito, el inductor se opone a este cambio, y el aumento de corriente no es instantáneo. Igualmente si se reduce el voltaje de la batería, el inductor da como resultado una reducción lenta de la corriente en vez de una caída inmediata.

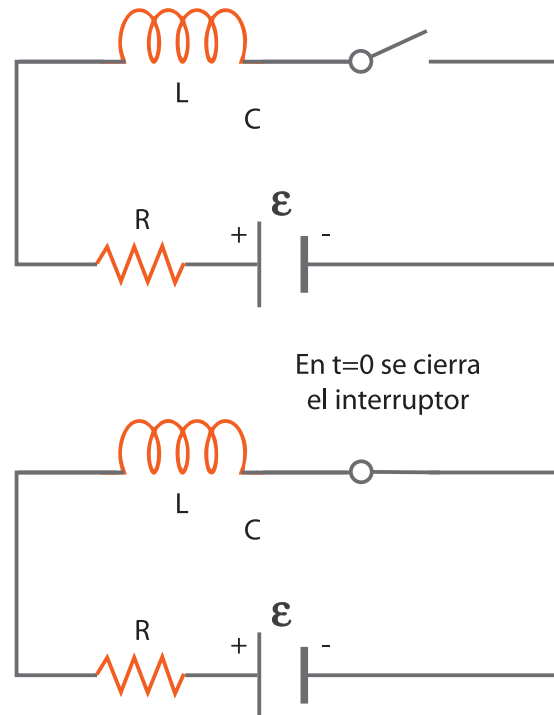


Figura 7.3. Circuito RL. En $t = 0$ se cierra el interruptor. El inductor hace que el circuito sea lento en reaccionar a los cambios de voltaje. Fuente: elaboración propia.

Supongamos que el interruptor del circuito en la figura 7.3 se cierra en $t = 0$ s, a partir de ese instante la corriente empieza a aumentar. Si no existiese el inductor el circuito alcanzaría instantáneamente una corriente final $I_f = \mathcal{E}/R$, pero debido al inductor, la corriente no puede pasar de un valor cero a otro final instantáneamente ya que conforme la corriente varía aparece una fem autoinducida en la bobina que se opone a este cambio. Si aplicamos la segunda ley de Kirchhoff a dicho circuito RL obtenemos:

$$\mathcal{E} - iR - L \frac{di}{dt} = 0$$

Ecuación 7.7.

donde iR es la caída de potencial en la resistencia y $L \, di/dt$ la caída de potencial en la bobina. En el primer caso la energía se pierde por efecto Joule, y en el segundo es energía almacenada.

Como hemos dicho, la corriente debido al inductor, no se incrementa de forma instantánea de cero a su valor final cuando se cierra el interruptor. La corriente en el circuito varía con el tiempo. Para obtener expresiones que indiquen la intensidad en cualquier instante de tiempo debemos resolver la ecuación 7.7, que se puede plantear como una ecuación diferencial. Así tendríamos que la intensidad en cada instante al encender en el circuito RL viene dada por:

$$i(t) = I_f (1 - e^{-t/\tau})$$

Ecuación 7.8.

donde τ , es la **constante de tiempo del circuito RL**, y viene dada por $\tau = R/L$. Físicamente τ representa el tiempo que tarda la corriente del circuito en alcanzar el 63% de su valor final.

Hasta aquí hemos estudiado la evolución temporal de la corriente en un circuito RL al encenderse. Igualmente podríamos hacer un análisis para el caso de que, una vez alcanzada la corriente final, el circuito se desconectara del generador (apagara). Si el circuito no incluyera un inductor la corriente se reduciría cero de inmediato.

Cuando el inductor está presente, se opone a la variación de corriente y hace que aunque esté desconectado del generador siga habiendo corriente en el circuito. La energía que se emplea para hacer circular esta corriente procede de la almacenada por el inductor.

7.7. Inductores en circuitos electrónicos

Tiene un papel análogo a los condensadores, se usan como filtros y almacenan energía entre otras aplicaciones. Veremos más características en los temas siguientes.



Figura 7.4. Ejemplos de inductores o bobinas. Fuente: elaboración propia.

Tema 8.

Circuitos de corriente alterna

La mayoría de la energía que eléctrica usada actualmente se produce mediante generadores de corriente alterna (ca). La corriente alterna es fácil de generar, transportar (a altas tensiones y bajas intensidades minimizan las pérdidas por efecto Joule) y distribuir, y puede adaptar su tensión a los valores requeridos por medio de transformadores.

Además, cualquier función periódica puede expresarse como la suma de diferentes armónicos (teorema de Fourier).

8.1. Introducción

A partir de ahora vamos a usar el término señal para designar corrientes o voltajes (diferencia de potencial); más concretamente, llamaremos **señal alterna aquella que su valor y dirección en un circuito varía con él periódicamente**. Existen muchos tipos de señales alternas, algunos ejemplos frecuentemente usados en electrónica son mostrados en figura 8.1 de la página siguiente.

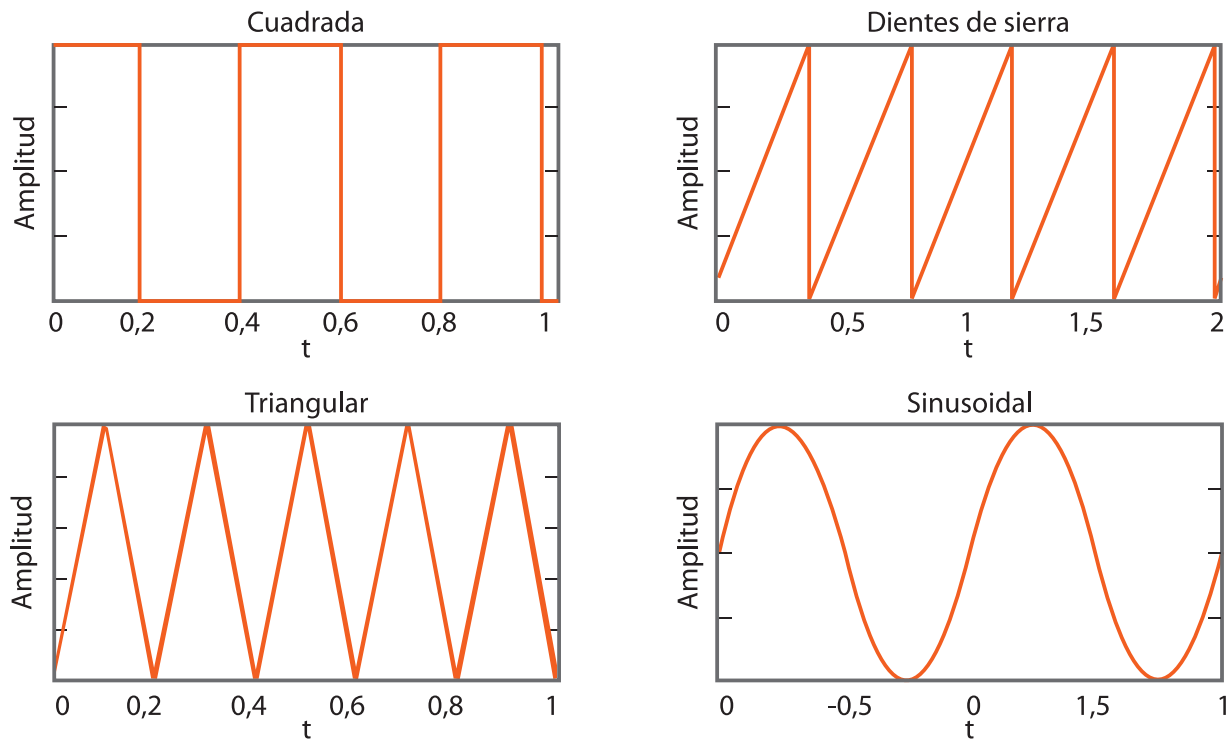


Figura 8.1. Ejemplos de inductores señales alternas. Fuente: elaboración propia.

En este tema nos centraremos exclusivamente en señales alternas sinusoidales, que, en general, se pueden expresar de la siguiente forma:

Intensidad de corriente sinusoidal

$$i(t) = I_{max} \sen(\omega t + \theta_i)$$

Ecuación 8.1.

Diferencia de potencial o voltaje sinusoidal

$$v(t) = V_{max} \sen(\omega t + \theta_v)$$

Ecuación 8.2.

donde I_{max} es la intensidad máxima o amplitud de la corriente alterna, V_{max} es el voltaje máximo o amplitud de la señal, ω es la frecuencia angular o pulsación, y θ_i o θ_v los ángulos de fase.

La frecuencia, f , de la señal da el número de ciclos por unidad de tiempo y se relaciona con la pulsación como $\omega = 2\pi f$. Por ejemplo, el voltaje alterno de nuestros enchufes oscila a 50 Hz.

Mientras que el inverso de la frecuencia se conoce como periodo $T = 1/f$, y nos informa el tiempo que tarda en completarse un ciclo completo.

Una señal sinusoidal queda, en general, completamente caracterizada, si conocemos su amplitud, frecuencia y ángulo de fase.

8.2. Generación de corriente alterna

En este apartado vamos a ver un ejemplo de cómo se puede producir una señal alterna de una forma simple, para ello presentamos un sistema conocido como **alternador**, en el que una bobina de N vueltas gira con velocidad angular ω en presencia de un campo magnético, que podemos considerar uniforme.

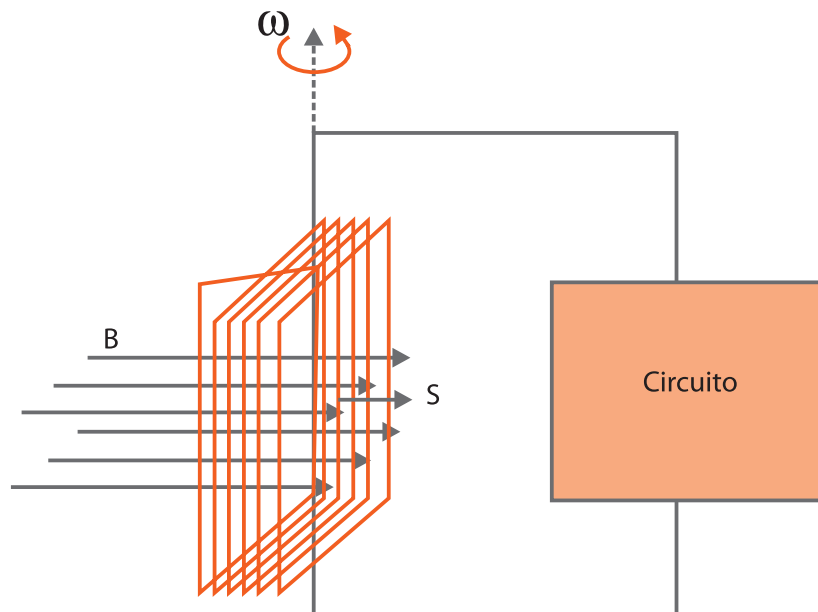


Figura 8.2. Un alternador es un generador de señales alternas. En él una bobina gira en presencia de un campo magnético.
Fuente: elaboración propia.

El flujo a través de la bobina es, pues, $\Phi_B = \mathbf{NB} \cdot \mathbf{S}$, donde B es el vector superficie del plano del solenoide. Si aplicamos la ley de Faraday y tenemos en cuenta que $\mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = \cos(\omega t)$, obtenemos que la diferencia de potencial entre los extremos de la bobina es:

$$\mathcal{E} = v(t) = V_{max} \sin(\omega t)$$

Ecuación 8.3.

donde la amplitud se ha definido como $V_{max} = NBS\omega$.

Está claro, dado este voltaje alterno, que se puede conseguir una corriente alterna simplemente aplicándolo a una resistencia.

Un alternador, o en general cualquier sistema generador de corriente alterna o fuente de fem alterna, se representa en un circuito con el siguiente símbolo:

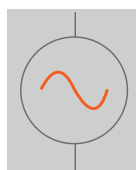


Figura 8.3. Símbolo circuital de un generador o fuente de corriente alterna. Fuente: elaboración propia.

8.3. Valores eficaces

Supongamos una corriente sinusoidal, i , que pasa por una resistencia, por ejemplo, como en una estufa. ¿Cuánto vale el valor promedio en un ciclo, T ?

Como en un periodo existen un semiciclo positivo y otro negativo en los que la corriente habrá ido en direcciones opuestas, **el valor medio de la corriente alterna en un ciclo es cero**, no obstante, el paso de la corriente por la resistencia en ambos sentidos habrá producido disipación de energía por efecto Joule. Necesitamos pues un valor representativo de dicha corriente, distinto de cero, para poder valorarla.

Surge pues, **el valor eficaz de la intensidad de una corriente alterna**, I_{ef} que se define como *valor de la intensidad de una corriente continua constante que desarrollase la misma cantidad calor en igual tiempo y en la misma resistencia*.

El **valor eficaz** es un valor cuadrático medio (en inglés *root mean square*, abreviado rms), que se puede relacionar con la amplitud o valor máximo de la corriente I_{max} , teniendo en cuenta que una corriente continua I_{ef} y una corriente alterna $i(t) = I_{max} \sin(\omega t + \theta)$ disipan igual potencia en una misma resistencia dada:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 R dt = I_{max}^2 \frac{R}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t) dt = \frac{1}{2} I_{max}^2 R \Rightarrow I_{ef} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

Ecuación 8.4.

El concepto de valor eficaz se puede extender a cualquier otra señal, y en general para las que varían sinusoidalmente se obtiene:

$$I_{ef} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \quad ; \quad V_{ef} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

Ecuación 8.5.

Por ejemplo, el voltaje de uso doméstico es de 230 V valor eficaz; o igualmente, el valor que marcan los polímetros es otro valor eficaz.

8.4. Resistencias en un circuito de ca

Supongamos un circuito compuesto por una resistencia a la que aplicamos una diferencia de potencial alterna entre sus extremos dada por $v(t) = V_{max} \sin(\omega t + \theta)$. Si aplicamos la segunda ley de Kirchhoff podemos ver que la corriente instantánea a través de la resistencia es $i(t) = I_{max} \sin(\omega t + \theta)$.

Donde los valores máximos (o eficaces) de corriente y voltaje se relacionan a través de la resistencia:

$$I_{max} = \frac{V_{max}}{R} \Rightarrow I_{ef} = \frac{V_{ef}}{R}$$

Ecuación 8.6.

Así podemos ver que para una diferencia de potencial sinusoidal aplicada, la corriente en una resistencia está en fase con el voltaje que cae en dicha resistencia.

8.5. Inductores en un circuito de ca

Al igual que en el apartado anterior consideremos un circuito compuesto por un generador de ca que establece una voltaje sinusoidal $v(t) = V_{\max} \sin(\omega t)$ entre los extremos de un inductor de inductancia L . Aplicando la segunda ley de Kirchhoff y resolviendo la ecuación diferencial obtenemos que la corriente que recorre el inductor es:

$$i(t) = \frac{V_{\max}}{L\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_{\max} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Ecuación 8.7.

Donde la magnitud que relaciona los valores máximos (o eficaces) de corriente y voltaje en un inductor se conoce como **reactancia inductiva**, $I_{\max} = V_{\max} / X_L$.

Donde, $X_L = \omega L$.

Así, como la resistencia en un resistor, la *reactancia* es representa una oposición ofrecida por el inductor al paso de corriente alterna, y como es de esperar sus unidades en el SI son los ohmios.

A diferencia de la resistencia, la reactancia inductiva depende de la frecuencia, $X_L = \omega L$. Concretamente crece proporcionalmente con ella. Así la oposición que presenta un inductor al paso de corriente alterna es mayor, cuanto mayor sea la frecuencia de esta señal.

Asintóticamente, podemos ver que el inductor presenta una oposición nula a señales con frecuencia tendiendo a cero, esto es, una bobina se comporta como un cortocircuito en corriente continua; mientras que a frecuencias altas la bobina tiende a comportarse como un circuito abierto.

Así mismo, como ponemos en la ecuación 8.7, para un voltaje sinusoidal la corriente en un inductor siempre está retrasada respecto a la caída de voltaje en el inductor en 90°.

8.6. Condensadores en un circuito de ca

Consideremos ahora un circuito compuesto por un generador de ca que establece una voltaje sinusoidal $v(t) = V_{\max} \sin(\omega t)$ entre los extremos de un condensador de capacidad C . Aplicando la segunda ley de Kirchhoff y resolviendo la ecuación diferencial obtenemos que la corriente que recorre este circuito viene dada por:

$$i(t) = V_{\max} C \omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_{\max} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Ecuación 8.8.

Donde la magnitud que relaciona los valores máximos (o eficaces) de corriente y voltaje en un condensador se conoce como **reactancia capacitiva**, $I_{\max} = V_{\max} / X_C$.

Donde, $X_C = 1/\omega C$.

La *reactancia capacitiva* representa, de nuevo, una oposición al paso de corriente alterna, y sus unidades en el SI son los ohmios.

La reactancia capacitiva depende de la frecuencia, $X_C = 1/\omega C$, concretamente es inversamente proporcional a ella. Así la oposición que presenta un condensador al paso de corriente alterna es menor, cuanto mayor sea la frecuencia de esta señal.

Podemos ver que un condensador presenta una oposición nula a señales con frecuencias tendiendo a infinito; mientras que a frecuencias bajas esta oposición aumenta, de hecho, un condensador en continua se comporta como un circuito abierto.

Merece la pena comentar aquí que en un circuito de corriente continua, si un condensador en serie está cargado no existe flujo de corriente a través de él. Sin embargo, si la corriente es alterna, la carga fluye continuamente entrando y saliendo alternativamente de las placas del condensador.

Así mismo, como ponemos en la ecuación 8.8, para un voltaje alterno la corriente en un condensador está adelantada respecto a la caída de voltaje en 90° .

8.7. Representación compleja de las señales alternas

Pasamos ahora a estudiar circuitos formados por combinaciones de condensadores, resistencias e inductores que son excitados con señales alternas. Para ello, es útil notar que podemos seguir usando las Leyes de Kirchhoff en circuitos de ca, ya que éstas se deben cumplir en cada instante de tiempo.

En general, un circuito está descrito por una ecuación diferencial, cuya solución determina el comportamiento de dicho circuito. El uso de números complejos permite abordar este tipo de problemas de una forma más simple.

Dada una señal sinusoidal en el dominio del tiempo $f(t)$, usando la identidad de Euler y el formalismo de números complejos, ésta se puede poner como la parte imaginaria de un número complejo \mathbf{F} :

$$f(t) = F_{\max} \sin(\omega t) = \text{Im} \left\{ F_{\max} (\cos(\omega t) + j \sin(\omega t)) \right\} = \text{Im} \left\{ F_{\max} e^{j\omega t} \right\}$$

Ecuación 8.9.

Este número complejo $\mathbf{F} = F_{\max} e^{j(\omega t)}$, es el fasor que representa la señal sinusoidal $f(t) = \sin(\omega t)$.

En general, una señal sinusoidal $f(t)$ se puede considerar como la proyección sobre el eje imaginario de un vector complejo \mathbf{F} que gira con una velocidad angular ω en el plano.

Por ejemplo, un voltaje alterno $v(t) = V_{\max} \sin(\omega t + \theta)$ se puede representar mediante el fasor complejo $V = V_{\max} e^{j(\omega t + \theta)}$.

Se suele decir que la transformación en fasor, transfiere una señal sinusoidal del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, ya que como vemos el fasor depende de ω .

8.8. Impedancia

Dado un elemento en un circuito, definimos la impedancia Z de dicho elemento como la relación fasorial que existe entre la caída de potencial en dicho elemento y la corriente que lo atraviesa:

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} \Rightarrow |Z| = \frac{V_{max}}{I_{max}} = \frac{V_{ef}}{I_{ef}}, \quad \mathbf{V}, \mathbf{I} \in \mathbb{C}$$

Ecuación 8.10.

Esta relación se puede ver como una generalización de la ley de Ohm. La impedancia \mathbf{Z} es un número complejo cuyas unidades son los ohmios. El inverso de la impedancia, se conoce como *admitancia*, $\mathbf{Y}=1/\mathbf{Z}$.

Las impedancias de los componentes que conocemos se muestran en la siguiente tabla:

Componente	Z
Resistencia.	R
Condensador.	$1/(j\omega C)$
Inductor.	$j\omega L = jX_L$

Tabla 8.1. Impedancia de los componentes estudiados.

Así veamos como la impedancia de un resistor es el valor de su resistencia $\mathbf{Z}_R=R$, la de un condensador es $\mathbf{Z}_C=-jX_C$ y la de un inductor $\mathbf{Z}_L=jX_L$.

La ventaja del uso de impedancias complejas con señales sinusoidales es que pueden ser usadas en manera similar a las resistencias en circuitos de corriente continua, esto es, se puede conseguir impedancias equivalentes a agrupaciones dadas de ellas.

8.8.1. Asociación en serie de impedancias

La impedancia equivalente de n impedancias en serie es igual a la suma de las impedancias individuales:

$$\mathbf{Z}_{eq} = \sum_i^n \mathbf{Z}_i$$

Ecuación 8.11.

8.8.2. Asociación en paralelo de impedancias

En un sistema de impedancias en paralelo, el inverso de la impedancia equivalente es la suma de los inversos de las impedancias individuales:

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_{eq}} = \sum_i^n \frac{1}{\mathbf{Z}_i}$$

Ecuación 8.12.

La estrategia general para resolver circuitos excitados por fuentes alternas sinusoidales pasa primero por transformar las señales en sus fasores equivalentes, calculando después las diferentes impedancias que lo componen.

8.9. Circuito RLC en serie

Supongamos un circuito compuesto por una resistencia, una bobina y un condensador en serie conectados a un generador de ca que varía como $v(t) = V_{max} \sin(\omega t)$

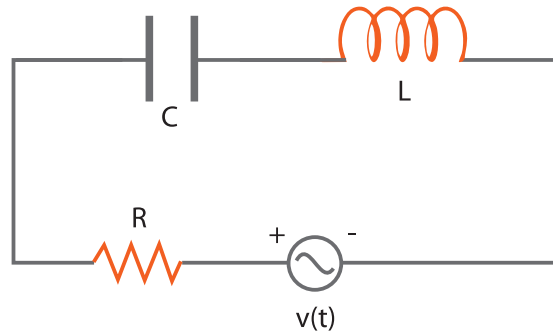


Figura 8.4. Circuito RLC en serie. Fuente: elaboración propia.

Al estar en serie, la corriente en cada instante es la misma en cada punto del circuito.

De hecho, esta corriente en el circuito puede ser encontrada usando fasores. Para ello calculamos la impedancia equivalente del circuito:

$$\mathbf{Z} = R + j(X_L - X_C) \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}; \quad \phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right)$$

Ecuación 8.13.

donde Z es módulo de la impedancia compleja \mathbf{Z} , y ϕ su fase.

Una vez encontrada la impedancia, y conocido el voltaje de la fuente, se puede encontrar el fasor corriente usando que $\mathbf{I} = \mathbf{V}/\mathbf{Z}$.

Realizando ahora la transformación fasorial inversa obtenemos la corriente en dicho circuito:

$$i(t) = I_{max} \sin(\omega t + \phi)$$

Ecuación 8.14.

Vemos pues, que la fase de \mathbf{Z} es el desfase que existe entre la corriente en el circuito y el potencial alterno de la fuente. Este desfase es positivo para frecuencias altas, ya que $X_L > X_C$; y negativo para frecuencias bajas, ya que $X_L < X_C$.

Un caso de interés es la frecuencia que hace que $X_L = X_C$, ésta es la **frecuencia de resonancia**, y en ella $i(t)$ y $v(t)$ están en fase.

8.10. Resonancia en un circuito RLC en serie

Un circuito RLC está en resonancia cuando alcanza una frecuencia tal que la corriente eficaz alcanza un valor máximo. O dicho de otra manera, cuando el módulo de la impedancia toma un valor mínimo. Como acabamos de ver en la sección anterior, esto ocurre cuando $X_L = X_C$.

La frecuencia de resonancia f_0 o equivalentemente ω_0 , la frecuencia angular de resonancia, vienen dadas por:

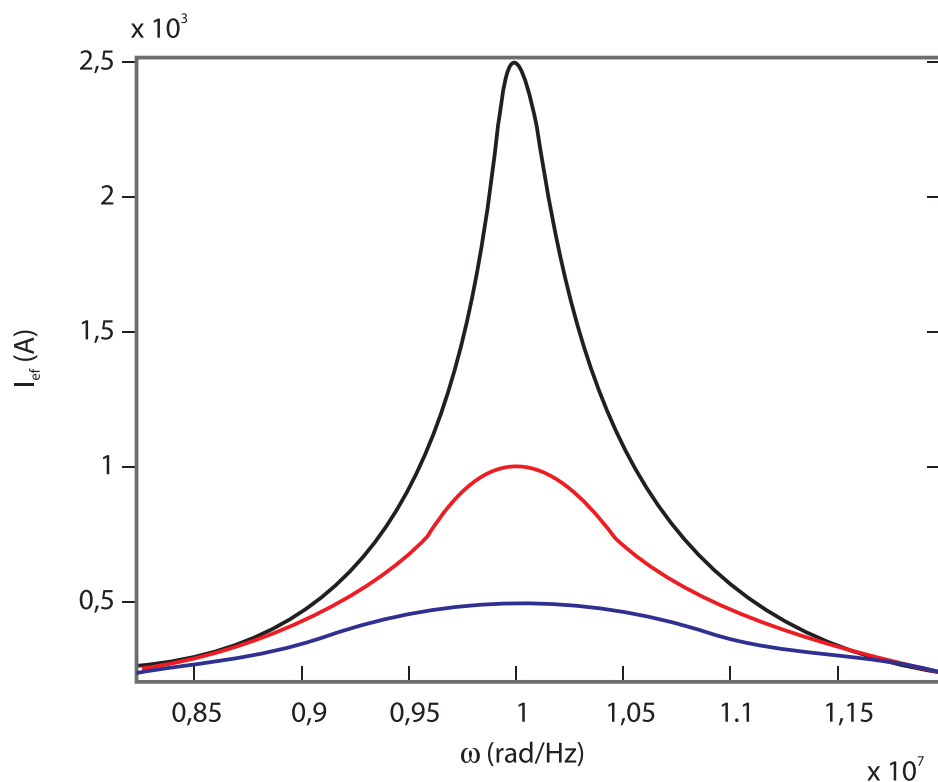
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Ecuación 8.15.

Como vemos, la frecuencia de resonancia no depende de la resistencia, y cuando el circuito alcanza dicha frecuencia el módulo de su impedancia es igual a la resistencia, mientras que no existe desfase entre $i(t)$ y $v(t)$.

El comportamiento de un circuito RLC en resonancia se ilustra con el siguiente ejemplo, en el que $L=5\mu\text{H}$ y $C=2\text{nF}$ y la fuente de ca tiene un $V_{\text{ef}}=5\text{V}$.

$$L = 5\mu\text{H}, C = 2\text{nF}, V_{\text{ef}} = 5\text{mV} \Rightarrow \omega_0 = 10^7 \text{ rad/s}, f_0 = 1,59 \text{ MHz}$$



$R = 2\Omega$ (negro), $R = 5\Omega$ (rojo) y $R = 10\Omega$ (azul)

Figura 8.5. Respuesta en frecuencia para un circuito RLC en serie, con diferentes resistencias: negro (2Ω), rojo (5Ω) y azul (10Ω).
Fuente: elaboración propia.

Como vemos en figura 8.5 si cambiamos la resistencia, cambiamos el valor máximo de I_{eff} pero no la frecuencia de resonancia. En general, cuando alimentamos este circuito con diferentes señales, la única frecuencia que dará lugar a una intensidad considerable es la de resonancia, el resto da lugar a intensidades despreciables.

Este efecto, tiene muchas aplicaciones, por ejemplo en las radios AM, donde el circuito de sintonía es un RLC.

8.11. Transformador

En general en la distribución de energía a nuestras casas desde la central eléctrica, predomina la corriente alterna. Para la transmisión de esta energía a grandes distancias es más rentable el uso de altos voltajes y pequeñas corrientes, de hecho, las líneas de transmisión pueden llegar a usar unos voltajes eficaces del orden de 10^5 - 10^6 V. Estos altos voltajes contrastan con los usados a nivel doméstico que por seguridad se fijan en España con valor eficaz de 230V.

Queda claro que necesitamos un sistema capaz de cambiar las amplitudes del voltaje en las líneas de transmisión al empleado en las casas, este dispositivo es el transformador cuyo símbolo en un circuito es el mostrado en la figura 8.6.

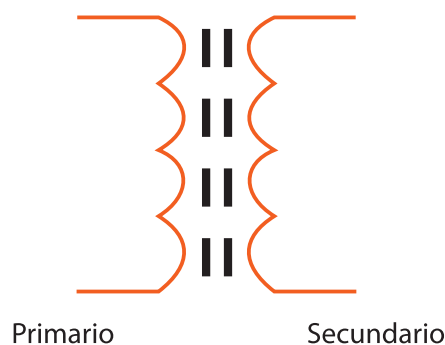


Figura 8.6. Símbolo de un transformador. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/S%C3%ADmbolo_de_un_transformador).

Un transformador se basa en el fenómeno de inducción magnética, y consta de dos bobinas devanadas alrededor de un núcleo frecuentemente de hierro, como muestra la figura 8.7 en la página siguiente.

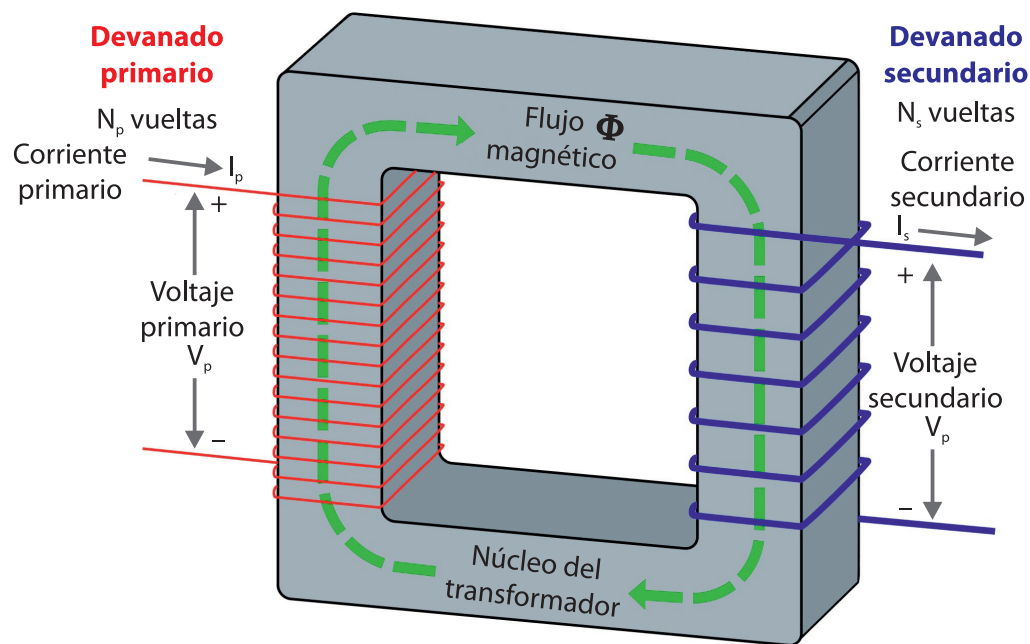


Figura 8.7. Un transformador monofásico con sus dos devanados. Fuente: [Wikipedia](#).

La bobina que se conecta al voltaje de entrada se conoce como devanado **primario**, mientras que el voltaje transformado sale por el devanado **secundario**.

El núcleo de hierro se usa como medio para que casi todo el flujo magnético pueda pasar de una bobina a otra. Si asumimos un transformador ideal en el que no haya pérdidas, la relación entre los voltajes V_p en el primario y V_s en el secundario es:

$V_s = V_p (N_s / N_p)$. Donde N_p y N_s son el número de vueltas del devanado primario y secundario respectivamente.

Si $N_s > N_p$ decimos que el transformador es elevador, y si $N_s < N_p$ reductor.

Tema 9.

Diodos y circuitos con diodos

En este tema estudiaremos los diodos, sus tipos y los circuitos que se basan en ellos. Entre las aplicaciones principales de los diodos encontramos: la **rectificación**, que es la obtención de una corriente continua a partir de una corriente alterna (se usan en la alimentación de cualquier equipo electrónico) demodulación de señales AM, la distribución de energía eléctrica submarina, para ferrocarriles, usos industriales especiales...

9.1. Diodo ideal

Un diodo ideal es un dispositivo que sólo permite el paso de corriente eléctrica a través de él en un sentido. Se representa por el símbolo en figura 9.1.

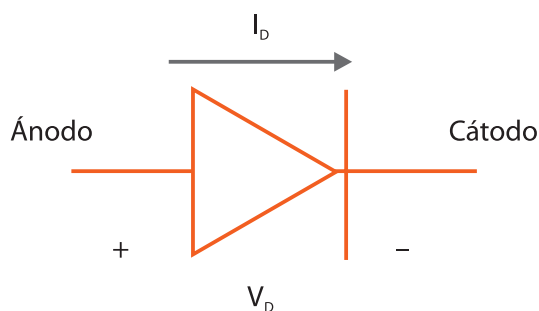


Figura 9.1. Símbolo del diodo. Fuente: elaboración propia.

Un diodo tiene dos terminales: **el ánodo y el cátodo** y la única dirección posible para la corriente es la que indica la flecha o triángulo de su símbolo, esto es, del ánodo al cátodo.

Se define el potencial del diodo, V_D , como el potencial del ánodo menos el del cátodo, y dependiendo del signo de este voltaje el diodo tiene diferentes comportamientos.

Se dice que un diodo está **polarizado directamente** o conduce si $V_D > 0$, esto es, si el ánodo está a mayor potencial que el cátodo.

Se dice que un diodo está **polarizado inversamente**, bloqueado o en corte si $V_D < 0$, esto es, si el cátodo está a mayor potencial que el ánodo.

El hecho de que un diodo sólo permita el paso de corriente en un sentido, implica que se comporta como un conductor perfecto o cortocircuito (resistencia nula) si está directamente polarizado ($V_D > 0$); mientras que se convierte en un circuito abierto (resistencia infinita) cuando está inversamente polarizado ($V_D < 0$).

Según esto, un diodo ideal se comporta como un interruptor controlado por voltaje, esto es, un interruptor que se cierra si $V_D > 0$ y se abre con $V_D < 0$ (ver figura 9.2).

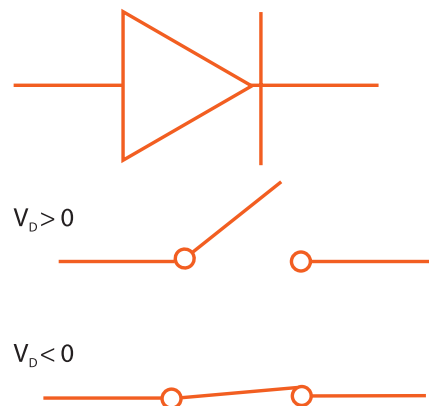


Figura 9.2. Un diodo ideal se comporta como un interruptor controlado por voltaje. Fuente: elaboración propia.

Así, si representamos I_D frente a V_D , obtendríamos la gráfica que se encuentra en figura 9.3, que se conoce como **curva característica**.

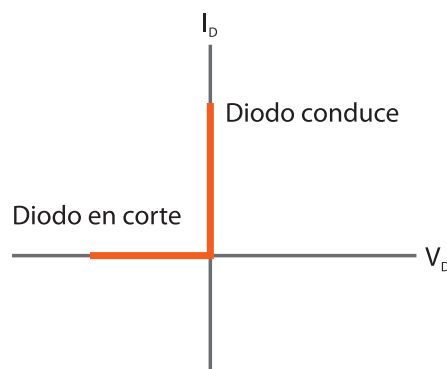


Figura 9.3. Curva característica tensión-corriente para un diodo ideal. Fuente: elaboración propia.

9.2. Diodo de unión PN

Como se va a ver en los siguientes apartados, disponer de sistemas que comporten un diodo ideal tendría muchas aplicaciones prácticas y tecnológicas. A día de hoy no existen dispositivos que tengan este comportamiento ideal, aunque algunos sistemas como el diodo de unión PN tiene un comportamiento que se aproxima mucho.

Un diodo de unión PN está constituido por la unión de dos materiales semiconductores (ver Apéndice A), uno tipo N (que correspondería a la terminal del cátodo) y otro tipo P (que correspondería a la terminal del ánodo), como muestra figura 9.4.

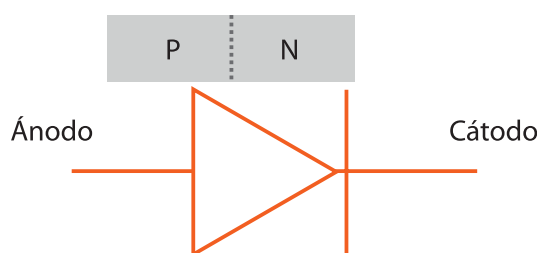


Figura 9.4. Diodo de unión PN. Fuente: elaboración propia.

Las propiedades de estos materiales hacen que este dispositivo dentro de unos límites conduzca en un sentido y no lo haga prácticamente en el otro, como se puede ver en su curva característica en figura 9.5.

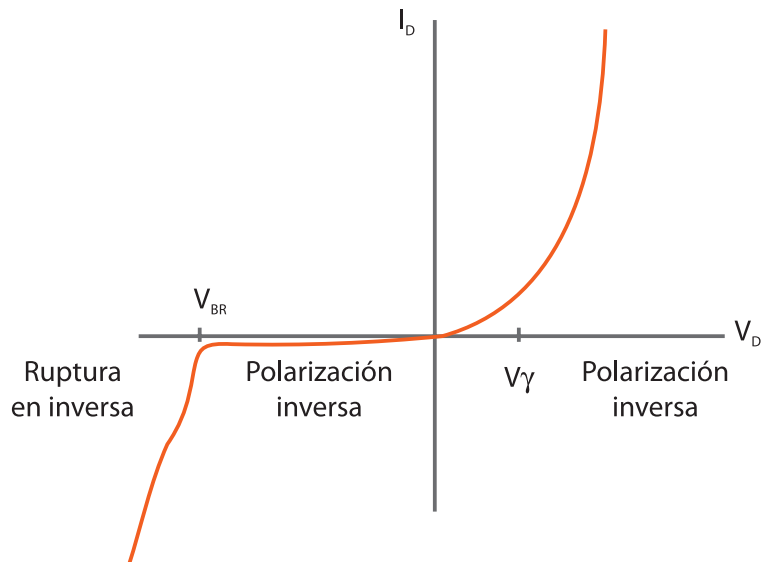


Figura 9.5. Curva característica tensión-corriente para un diodo de unión PN. Fuente: elaboración propia.

En general para que por un diodo de unión PN pase una corriente apreciable, no es suficiente que $V_D > 0$, es necesario que la caída de potencial en el diodo sea mayor que un potencial umbral o de barrera $V_D > V_\gamma$, cuyo valor suele estar en torno a 0.7V para diodos de silicio, y 0.3V para los de germanio.

No obstante, en polarización inversa el diodo de unión PN tiene un comportamiento más parecido al dispositivo ideal, ya que como se ve en figura 9.5, cuando la tensión en el lado N es mayor que la del

lado P ($V_D < 0$), la corriente que atraviesa el diodo es prácticamente despreciable, del orden de μA - nA , que se conoce como corriente de polarización inversa.

Un diodo no puede aguantar cualquier valor de polarización inversa, si aumentamos la tensión negativa, llega a un punto (V_{BR}) a partir del cual la intensidad del diodo aumenta drásticamente, esta región se conoce como ruptura inversa. De igual manera, existen límites en las corrientes máximas que puede soportar un diodo cuando está en conducción.

9.3. Modelos equivalentes

Existen modelos matemáticos basados en teoría de semiconductores que relacionan la corriente a través de una unión PN con la tensión aplicada (por ejemplo la ecuación de Shockley, consultar bibliografía, Storey N. "Electronics: a system approach"). Desafortunadamente, estas caracterizaciones del diodo expresan relaciones no lineales y complicadas entre el voltaje y la corriente, por lo que con frecuencia se hacen necesarias aproximaciones del diodo de unión PN en muchas aplicaciones. Estos son modelos más simples permiten el análisis de forma más cómoda y rápida de circuitos que contengan diodos reales (diodos de unión PN).

En general, si el diodo no conduce ($V_D < V_\gamma$) se puede modelar de forma eficiente con un circuito abierto, ya que como vemos en figura 9.5 la corriente que cruza el diodo es la polarización inversa cuyo valor es despreciable.

Sin embargo, cuando el diodo conduce ($V_D > V_\gamma$) podemos usar varios modelos dependiendo de la precisión que deseemos obtener:

- 1) Si trabajamos con tensiones mucho mayores que la tensión umbral, podemos modelar el diodo de unión PN como un diodo ideal.
- 2) Si las tensiones que usamos son del orden de magnitud de la tensión umbral, el siguiente modelo incluye un diodo ideal junto a un generador de fem continua de valor V_γ , como muestra la figura 9.6, que da cuenta de la energía que hay aportar para poner el diodo en conducción.
- 3) Para tener mayor precisión aún, al modelo anterior se le añade una resistencia interna que describe la resistencia interna del diodo, como muestra la figura 9.6, y que modela la pendiente de la curva característica cuando el diodo está en conducción.

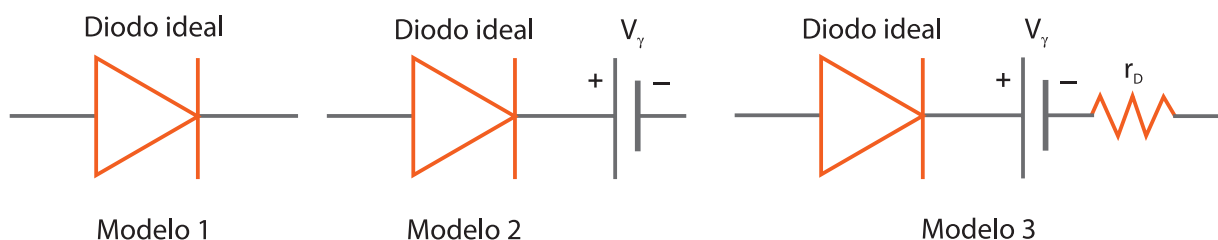


Figura 9.6. Modelos de un diodo de unión PN. Fuente: elaboración propia.

9.4. Rectificación

Por su capacidad para conducir corriente en una dirección y bloquearla en la otra, los diodos se utilizan en circuitos llamados **rectificadores** que *convierten voltaje de ca en voltaje de continua*.

Se encuentran circuitos rectificadores en todas las fuentes de alimentación ya que la mayoría de los dispositivos electrónicos que usamos emplean corriente continua.

9.4.1. Rectificador de media onda

El circuito rectificador más sencillo consta de la fuente de tensión alterna a rectificar, v_s , conectada en serie con un diodo y una resistencia, como muestra la figura 9.7.

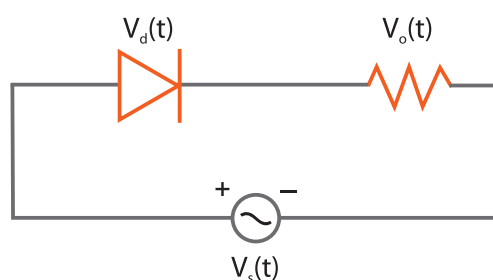


Figura 9.7. Diagrama del circuito rectificador de media onda. Fuente: elaboración propia.

El diodo sólo dejará pasar a la resistencia los semiciclos positivos de la fuente, ya que cuando $v_s < 0$ el diodo está polarizado en inversa, y por lo tanto la corriente es nula. El efecto final, es pues, que se produce una corriente en una sola dirección, esto es, una corriente continua.

La figura 9.8 ilustra la señal alterna de la fuente, v_s , y la tensión de salida rectificada en la resistencia v_o . La línea continua supone un comportamiento ideal del diodo, mientras, que la línea discontinua representa el voltaje de salida en la resistencia para un diodo real (usando modelo 2 de la sección anterior).

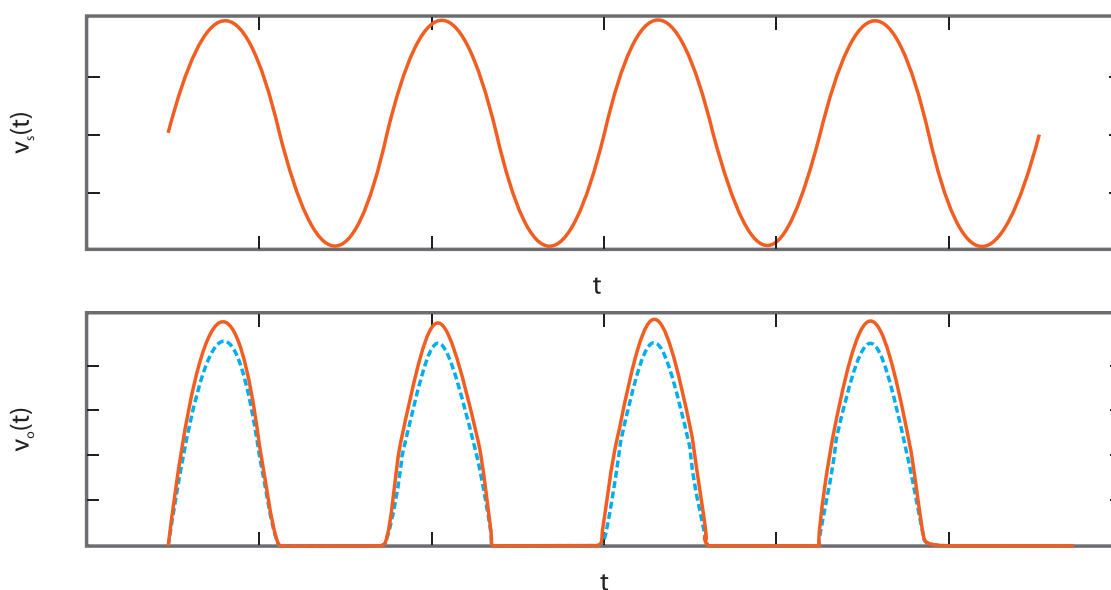


Figura 9.8. Señal de entrada alterna y señal de salida en un rectificador de media onda. Fuente: elaboración propia.

Aunque el voltaje en la resistencia, v_o , en un rectificador es continuo, se puede conseguir que la señal de salida sea casi constante añadiendo un condensador de gran capacidad paralelo a la carga, que cuando el diodo se polariza en inversa puede proporcionar corriente a la carga (resistencia).

Este circuito se conoce como un rectificador de media onda con condensador de filtrado, y el voltaje de salida v_o es más estable aunque no totalmente constante ya que posee un rizado como muestra la figura 9.9.

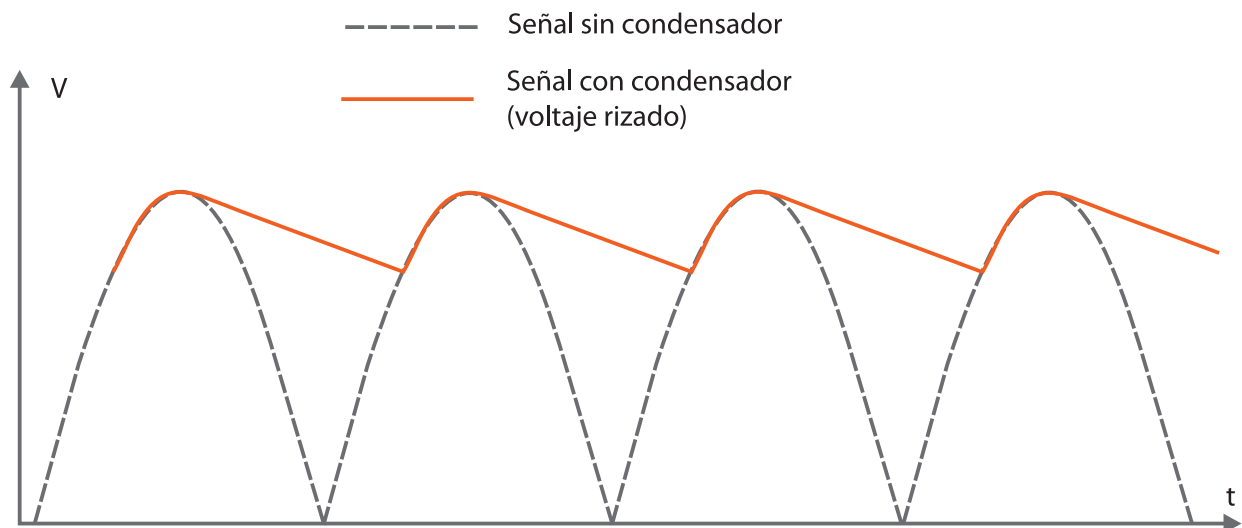


Figura 9.9. Señal de salida de un rectificador de media onda con y sin condensador de filtrado. Fuente: [Wikipedia](#).

9.4.2. Rectificador de onda completa

Los rectificadores de onda completa son circuitos con diodos que aprovechan ambos semiciclos de la señal a rectificar. La figura 9.10 muestra uno de estos que se conoce como rectificador de onda completa en puente.

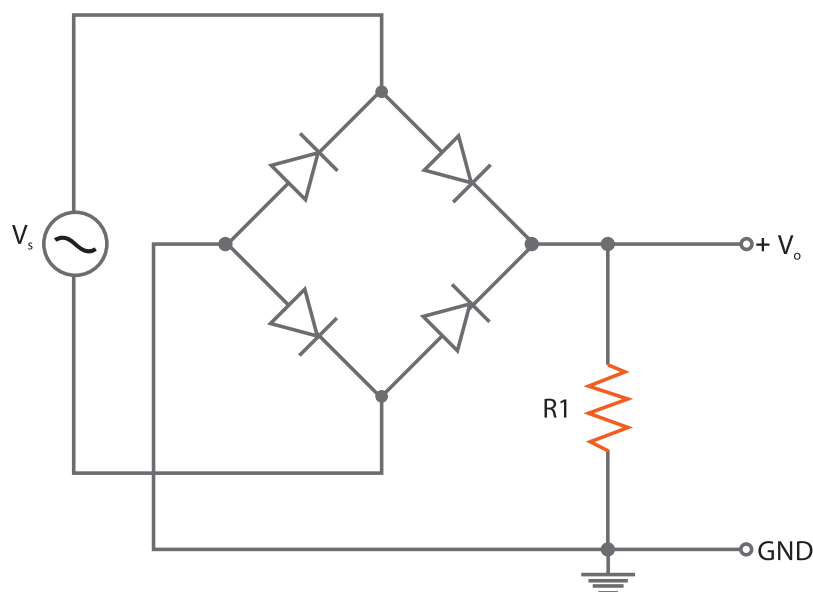


Figura 9.10. Rectificador de onda completa en puente. Fuente: [Wikipedia](#).

En los semiciclos positivos conducen dos diodos, mientras que en los negativos conduce el otro par, así la corriente en la resistencia de carga circula en todo el periodo. La señal de salida es mostrada en la figura 9.11.

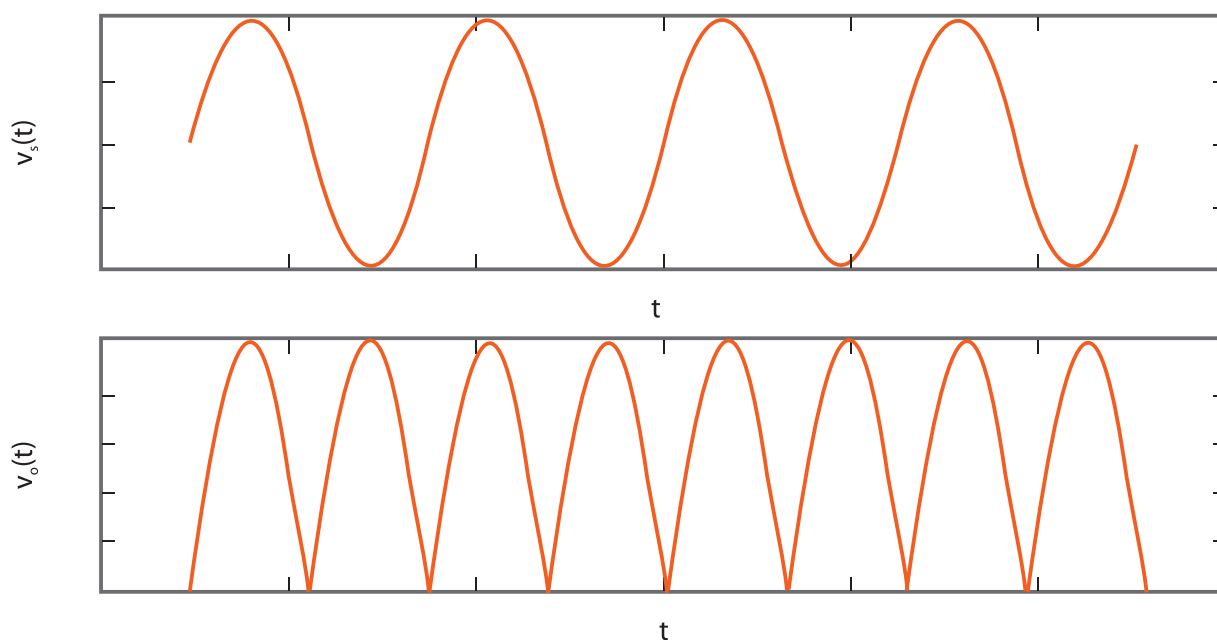


Figura 9.11. Señal de entrada alterna y señal de salida en un rectificador de onda completa. Fuente: elaboración propia.

Otro tipo de rectificador de onda completa es con toma central en transformador, y se muestra en figura 9.12.

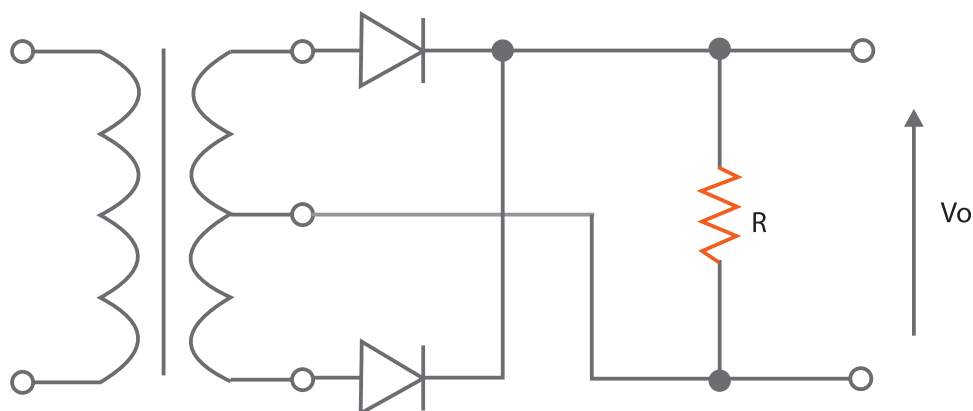


Figura 9.12. Rectificador de onda completa con toma en el transformador. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Rectificador_de_onda_completa).

En este circuito, cada diodo conduce en un semiciclo del voltaje de entrada, esto es, cuando este rectificador es conectado a una resistencia, la corriente en la carga circula en todo el periodo.

Igualmente, los rectificadores de onda completa, admiten una etapa de filtrado para conseguir una señal de salida más estable, que se consigue añadiendo un condensador de gran capacidad paralelo a la resistencia.

9.5. Otros diodos

9.5.1. Diodo LED

Los LEDs (del inglés *Light-Emitting Diode*) son diodos que emiten radiación luminosa cuando están polarizados en directa. A nivel atómico, un fotón se genera cuando un electrón pasa a un estado energético menor.

Sus aplicaciones son innumerables, y se usan en los *displays*, móviles, control remotos, faros de coche...

En un circuito se representa por el siguiente símbolo:

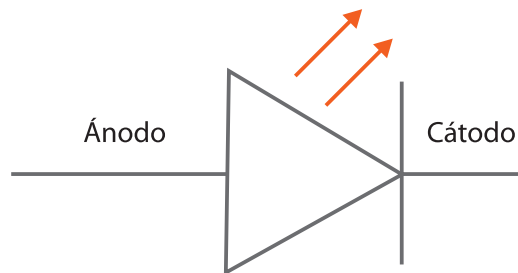


Figura 9.13. Símbolo de un diodo LED. Fuente: [Wikipedia](#).

9.5.2. Fotodiodo

Se emplean frecuentemente como sensores de luz, y operan en polarización inversa, donde su corriente inversa de polarización varía con la luz incidente.

En un circuito se representa por el siguiente símbolo:

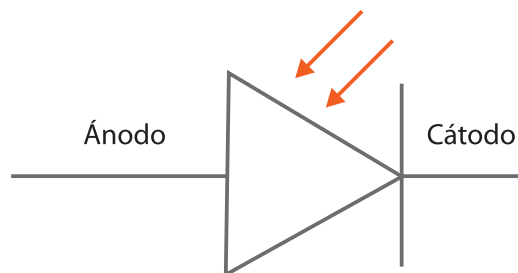


Figura 9.14. Símbolo de un fotodiodo. Fuente: [Wikipedia](#).

9.5.3. Diodo Schottky

Está formado por la unión de un metal y un semiconductor. Es usado en aplicaciones de alta frecuencia y conmutación rápida.

En un circuito se representa por el siguiente símbolo:

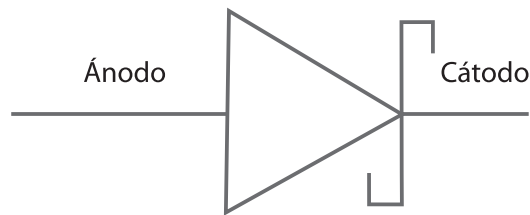


Figura 9.15. Símbolo de un Schottky. Fuente: [Wikipedia](#).

9.5.4. Diodo Zener

Cuando estudiamos la curva característica de un diodo de unión PN (ver figura 9.5), encontramos que si el voltaje de polarización en inversa externo se incrementa por debajo de un valor llamado voltaje de ruptura, V_{BR} , la corriente en inversa se incrementara drásticamente.

Cuando un diodo alcanza este valor de ruptura en inversa su voltaje permanece casi constante aun cuando la corriente **cambie drásticamente**. En este punto la mayoría de los diodos de unión PN quedan dañados irreversiblemente. Excepto, los diodos zener que son unos dispositivos diseñados para trabajar en la región de ruptura inversa sin deterioro, y se aprovecha por su capacidad de mantener constante una tensión para un diferente rango de corrientes.

En un circuito un diodo zener se representa por el siguiente símbolo:

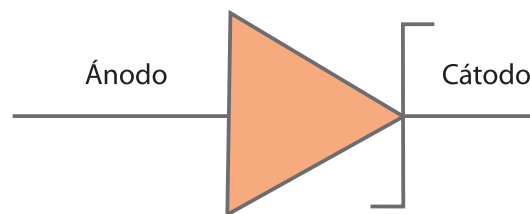


Figura 9.16. Símbolo de un Zener. Fuente: [Wikipedia](#).

La capacidad de los diodos zener de mantener un voltaje casi constante a través de sus terminales para un intervalo de valores de corriente en inversa, lo convierte en un elemento que puede actuar como **regulador**. Por ejemplo, en las fuentes de alimentación después de que la señal alterna sea rectificada y filtrada, es posible conseguir una señal continua y **constante** con el uso de un zener como **regulador**.

Tema 10.

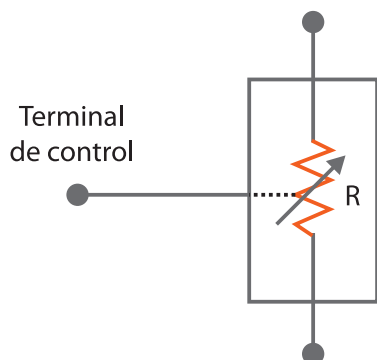
Transistores

En este tema buscamos explicar en qué consiste el efecto transistor, ver los tipos que hay, así como describir su estructura y su funcionamiento.

Describiremos además las principales aplicaciones de los transistores bipolares y los de efecto campo.

10.1. Introducción

Un transistor es un dispositivo de tres terminales, por una de las cuales se puede controlar con señales eléctricas el comportamiento y la resistencia existente entre las otras dos. Esto es, un transistor tiene un comportamiento similar a una resistencia controlada, o TRANS-resISTOR.



*Figura 10.1. El transistor se puede modelar como una resistencia controlada.
Fuente: elaboración propia.*

Entre las principales aplicaciones de un transistor destacan: formar **amplificadores**, **conmutadores** (interruptor) y reguladores.

Existen diversos tipos de transistores, algunos son mostrados en la figura 10.2. Aquí vamos a estudiar algunos de ellos, aunque sin duda, los que mayor relevancia tienen en la tecnología actual son los transistores de efecto campo.

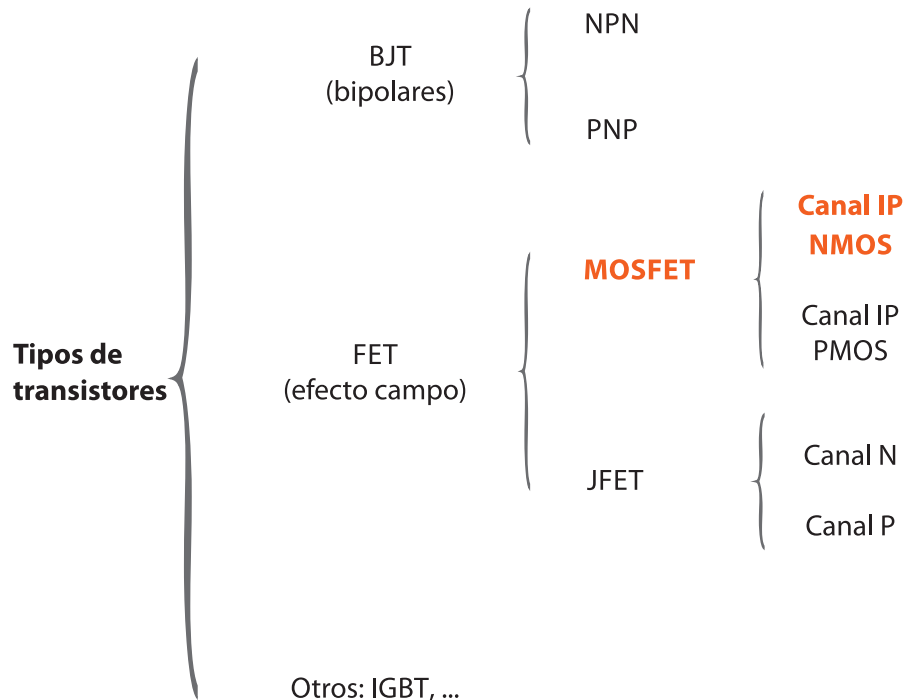


Figura 10.2. Algunos tipos de transistores. Fuente: elaboración propia.

10.2. Transistores bipolares (BJT)

Un transistor bipolar (en inglés **Bipolar Junction Transistor**, BJT) es un componente básico en la construcción de circuitos analógicos y digitales, que se emplea en aplicaciones de amplificación, conmutación y regulación. Fue el primer dispositivo activo de estado sólido, y fue inventado en 1949 en los Laboratorios Bell por W. Shockley J. Bardeen y W. Brattain, que recibieron por ello el premio Nobel en 1956.

El termino bipolar radica en que en la conducción de corriente pueden participar portadores de carga de dos polaridades, huecos y electrones (ver Apéndice A).

10.2.1. Estructura de un BJT

Un BJT está formado por tres capas de material semiconductor alternadas, esto es, dos uniones PN, donde cada capa da lugar a una terminal.

Así, un transistor BJT npn está constituido por una capa delgada de semiconductor tipo p (ver Apéndice A) entre 2 capas más gruesas de tipo n, ver figura 3. Análogamente podemos construir un transistor BJT pnp, donde la capa central y más delgada es tipo p, ver figura 10.3.

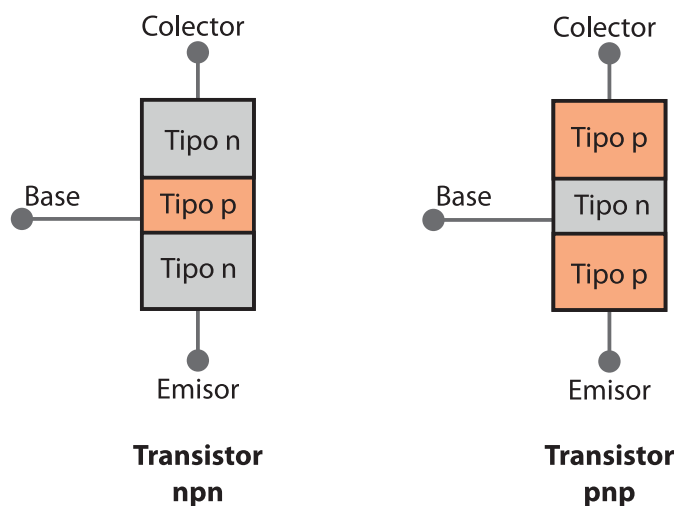


Figura 10.3. Estructura de los transistores bipolares npn y pnp. Fuente: elaboración propia.

En un BJT la capa intermedia y delgada se caracteriza por estar levemente dopada, y se conoce como **la base (B)**. Las otras dos capas son el colector (C) y el emisor (E), donde en este último el nivel de dopado es más alto.

Los símbolos para representar un BJT junto a las terminales correspondientes se pueden ver en la figura 10.4.

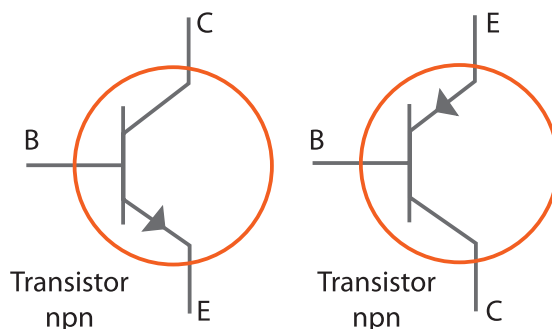


Figura 10.4. Símbolos de los transistores bipolares npn y pnp. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Transistor_bipolar).

10.2.2. Funcionamiento de un BJT

Ya que conocemos la estructura de un BJT, veamos brevemente su funcionamiento. Para ello centraremos nuestro estudio en uno del tipo npn.

En un transistor bipolar la terminal de control es la base, esto es, las señales (concretamente la corriente) aplicadas aquí determinan la corriente existente entre el colector y el emisor.

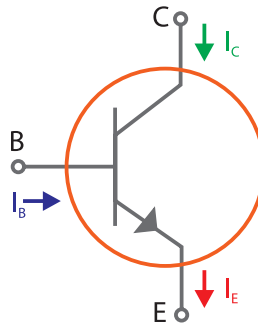


Figura 10.5. Símbolos de los transistores bipolares npn y pnp. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Transistor_bipolar).

Usaremos la siguiente notación para las magnitudes involucradas en el funcionamiento de un BJT:

- V_{CE} : voltaje en el colector respecto al emisor;
- V_{CB} : voltaje en el colector respecto a la base;
- V_{BE} : voltaje en la base respecto al emisor;
- I_B : corriente entrando en la base;
- I_C : corriente entrando en el colector;
- I_E : corriente saliendo del emisor.

Así las ecuaciones que rigen el funcionamiento del dispositivo se pueden obtener por simple aplicación de las leyes de Kirchhoff, estas son:

$$V_{CB} = V_{CE} - V_{BE}$$

$$I_E = I_C + I_B$$

De nuevo, como en el diodo, cabe hablar de polarización del BJT, esto es, el uso de voltajes de continua permite establecer las diferentes formas de operación del dispositivo. Más concretamente, distinguimos las siguientes tres situaciones de trabajo de un BJT.

Región activa

Un BJT npn está en región activa si la unión base-emisor está directamente polarizada ($V_{BE} \sim 0.7 \text{ V}$) y la unión base-colector esta inversamente polarizada ($V_{CE} > V_{BE}$).

En esta región de trabajo el transistor se usa principalmente para aplicaciones analógicas, sobre todo en amplificación; ya que en esta zona el transistor se comporta como un amplificador de corriente, siendo proporcional I_C a I_B . Más concretamente se puede definir la ganancia en corriente del transistor como $\beta = I_C / I_B$.

El valor de β suele oscilar en un intervalo de 5-500, pero de carácter muy variable.

Así el comportamiento de un BJT en región activa se puede modelar con una fuente de corriente dependiente de corriente.

Con circuitos adecuados, este cambio lineal en la corriente se puede transformar en cambios voltaje y conseguir que el BJT amplifique los cambios de tensión aplicados a la unión BE.

Región de corte

En región de corte las uniones base-emisor y base-colector están ambas inversamente polarizadas, y se caracteriza por que todas las corrientes son prácticamente nulas ($I_E \sim 0$; $I_C \sim 0$; $I_B \sim 0$).

Esto es, entre el colector y el emisor el transistor se comporta como un interruptor abierto. La región de corte, tienes pues, aplicaciones especialmente en aplicaciones de conmutación.

Región de saturación

Un BJT npn está en región de saturación si la unión base-emisor y la unión base-colector están directamente polarizadas ($V_{BE} \sim 0.7 \text{ V}$; $V_{CE} \sim 0.2 \text{ V}$).

En esta zona entre el colector y el emisor se comporta con un interruptor cerrado, se puede usar, pues, en aplicaciones de conmutación. Aunque no en las de amplificación, ya que en saturación I_C alcanza su valor máximo independientemente del de I_B .

Todos estas propiedades de un transistor BJT aparecen bien reflejadas cuando analizamos las curvas características, ver figura 10.6, que son relaciones corriente-voltaje que ilustran el comportamiento del BJT y permiten determinar su operación.

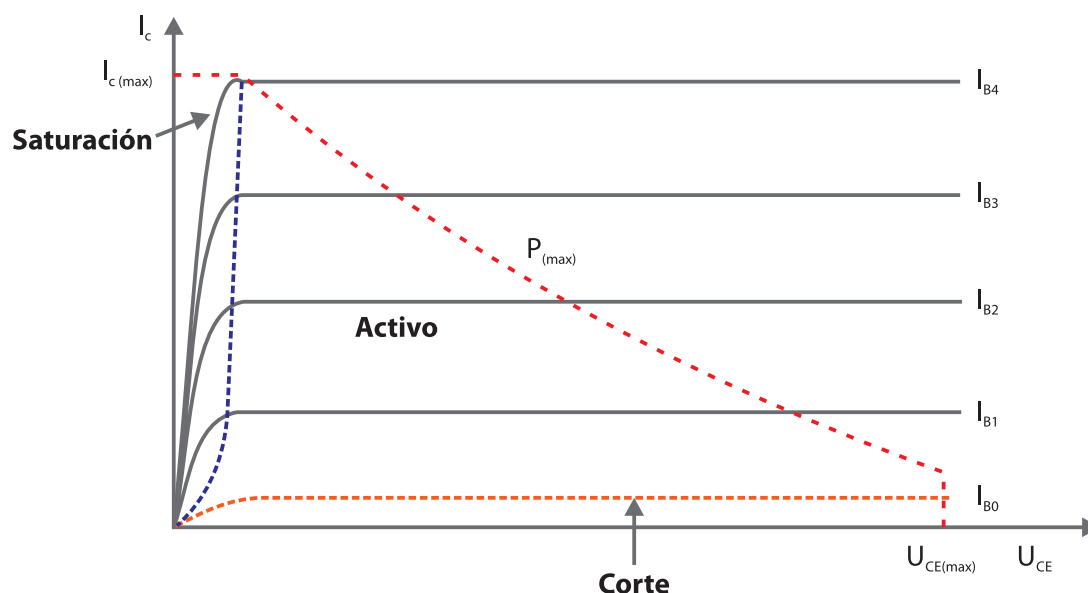


Figura 10.6. Curva característica de salida de un BJT npn. Fuente: [Wikipedia](#).

10.3. Transistores de efecto campo (FET)

Los transistores de efecto campo (del inglés **Field-Effect Transistor**, FET) son dispositivos unipolares (sólo un tipo portador de carga participa en la conducción, ver Apéndice A) que se usan tanto en aplicaciones digitales como analógicas. Existen dos tipos principales los JFET o transistores de efecto campo de unión y los MOSFET que son los transistores de efecto campo semiconductor de **óxido** metálico.

Los transistores FET se pueden usar en aplicaciones de amplificación, aunque esta función es menos frecuente dado su comportamiento no lineal. Son extremadamente eficientes en aplicaciones de conmutación, por su rapidez y menor consumo de potencia (comparados con los BJT).

Los MOSFET son la base de los circuitos digitales, memorias, microprocesadores y mayoría de los equipos electrónicos que usamos a día de hoy. Otro de los principales motivos de su éxito es su capacidad de ser fabricado en pequeñas dimensiones, lo que ha fomentado la integración a escala muy grande en circuitos. De hecho, en un circuito integrado podemos encontrar millones de transistores.

En este sentido, es interesante mirar la figura 10.7 que representa la Ley de Moore, que establece que aproximadamente cada dos años se duplica el número de transistores en un microprocesador.

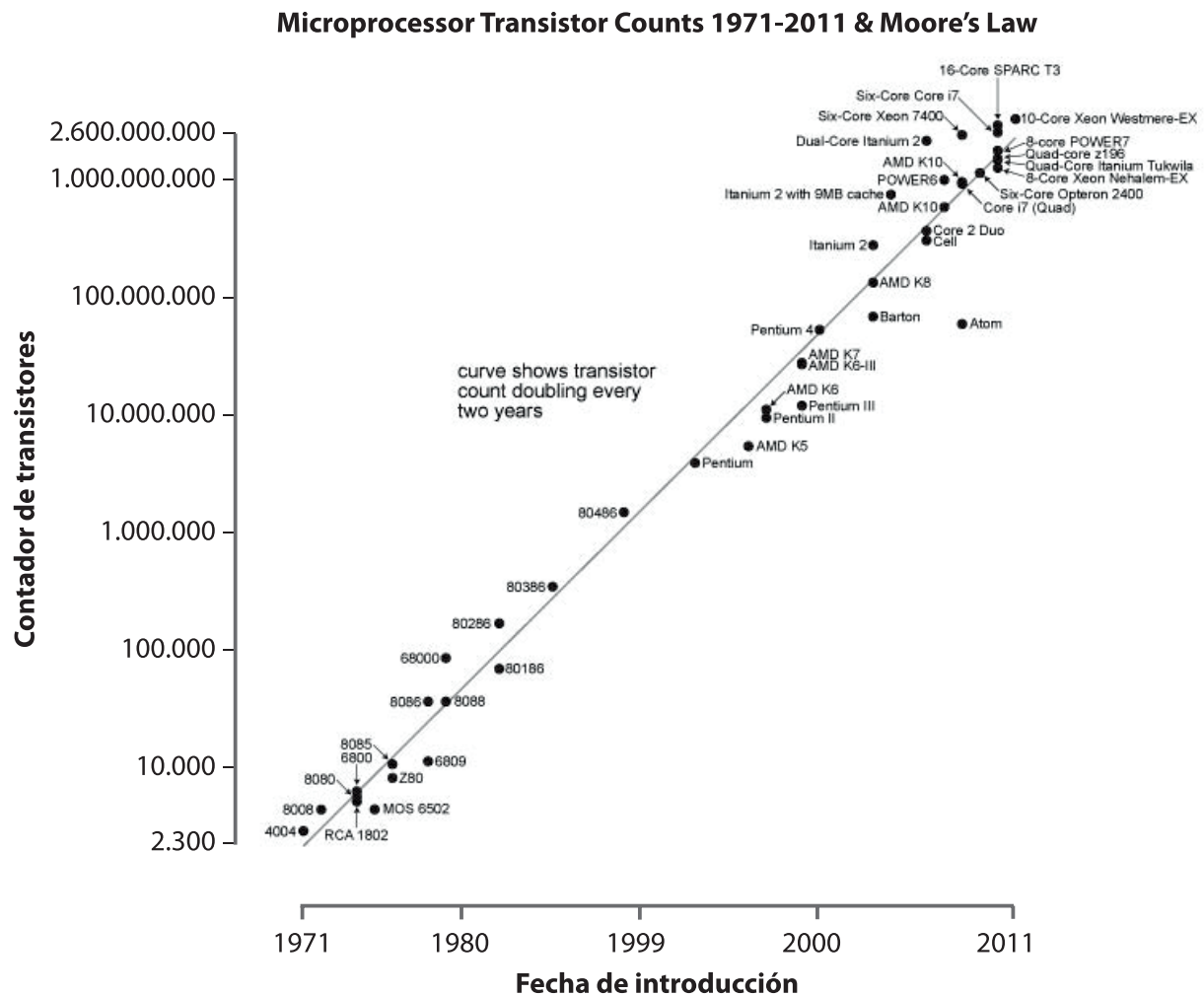


Figura 10.7. Ley de Moore. Fuente: [Wikipedia](#).

10.3.1. Estructura de un MOSFET

Empecemos estudiando un MOSFET de acumulación de canal n, o también llamado NMOS; que es un dispositivo de tres terminales que consta de las siguientes cuatro partes: fuente (S), drenador o drenaje (D), puerta (G) y sustrato (B).

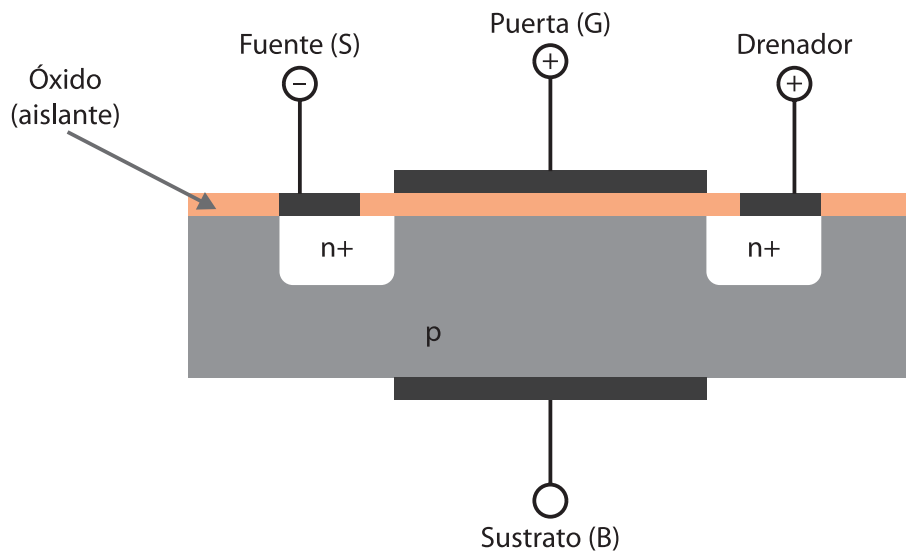


Figura 10.8. Estructura de un NMOS. Fuente: [Wikipedia](#).

El sustrato en un NMOS es una pieza de semiconductor tipo P en la que se incrustaran dos piezas menores tipo P que son la fuente y el drenador, como se ve en la figura 10.8. Por último la terminal de la puerta es un metal y está aislada del sustrato mediante un aislante (un óxido de silicio), por lo que no existe ninguna corriente que pase por la puerta ($I_G=0$).

Como vamos a ver, en el funcionamiento de un NMOS la corriente no pasa por el sustrato si no por un canal de semiconductor tipo n que se crea debajo de la puerta.

Al igual que existe un NMOS, cabe hablar de un PMOS, que posee una estructura análoga, salvo que la naturaleza de los semiconductores se invierte. En la figura 10.9 se muestran los símbolos de ambos MOSFETS.

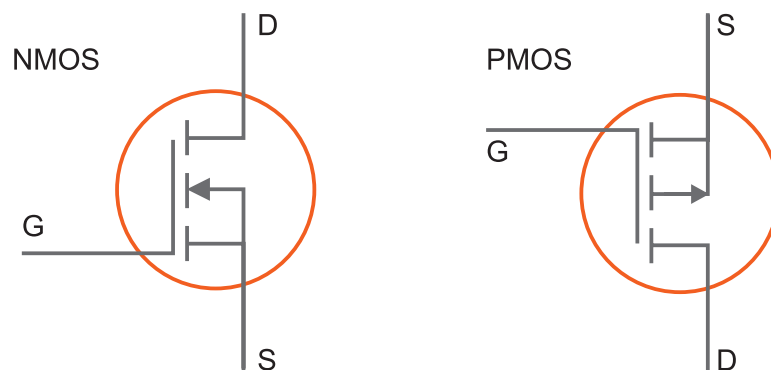


Figura 10.9. Símbolo de un NMOS y un PMOS. Fuente: [Wikipedia](#).

En lo siguiente podemos considerar que el sustrato está conectado a la fuente.

10.3.2. Funcionamiento de un MOSFET

Para describir el funcionamiento de un MOSFET, usaremos las siguientes magnitudes:

- V_{DS} : voltaje en el drenador respecto a la fuente;
- V_{GS} : voltaje en la puerta respecto a la fuente;
- I_D : corriente entrando en el drenador.

Como podemos ver, las interfaces D-B y S-B son dos uniones PN, y el uso de diferentes voltajes de continua permite establecer las diferentes formas de operación del dispositivo. Más concretamente, distinguimos las siguientes tres situaciones de trabajo de un NMOS.

Región de corte

Para polarizar el transistor usaremos, por ejemplo el circuito mostrado en la figura 10.10; ahí vemos que si aplicamos un $V_{DS} > 0$ (independientemente del valor de V_{DS}), manteniendo $V_{GS} = 0$, la corriente que atraviesa el NMOS es nula, $I_D = 0$, ya que la unión D-B está polarizada en inversa.

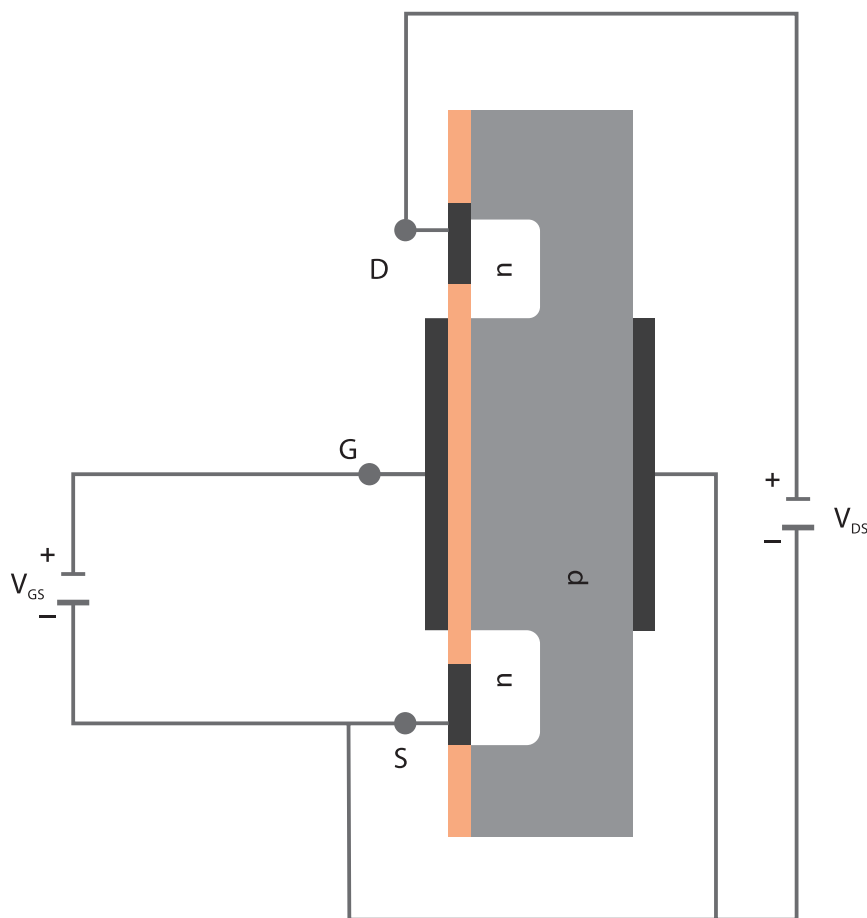


Figura 10.10. Un NMOS y dos fuentes para polarizarlo. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/MOSFET).

Aunque aumentemos el valor de la fuente V_{GS} , la corriente sigue siendo nula hasta que la diferencia de potencial entre la puerta y la fuente sea mayor que cierto valor umbral, V_{TO} . Sólo entonces empieza a fluir corriente.

Así decimos que un NMOS está en **región de corte** si $V_{GS} < V_{TO}$.

Como acabamos de discutir, la región de corte se caracteriza por la ausencia de corriente, $I_D=0$, esto es, entre el drenador y la fuente el transistor se puede emplear en aplicaciones de conmutación como un interruptor abierto.

Región lineal u óhmica

Al hacer $V_{GS} > 0$, aparece un campo eléctrico en puerta capaz de atraer a los electrones del sustrato y de repeler a los huecos cercanos. Esto es, si en un semiconductor tipo p, sustituimos los huecos por electrones, lo estamos convirtiendo en un tipo n.

De hecho, una vez que $V_{GS} > V_{TO}$, la concentración de electrones es suficiente como para crear un canal de semiconductor tipo n entre el drenador y la fuente por el que puede circular la corriente, como muestra la figura 10.11.

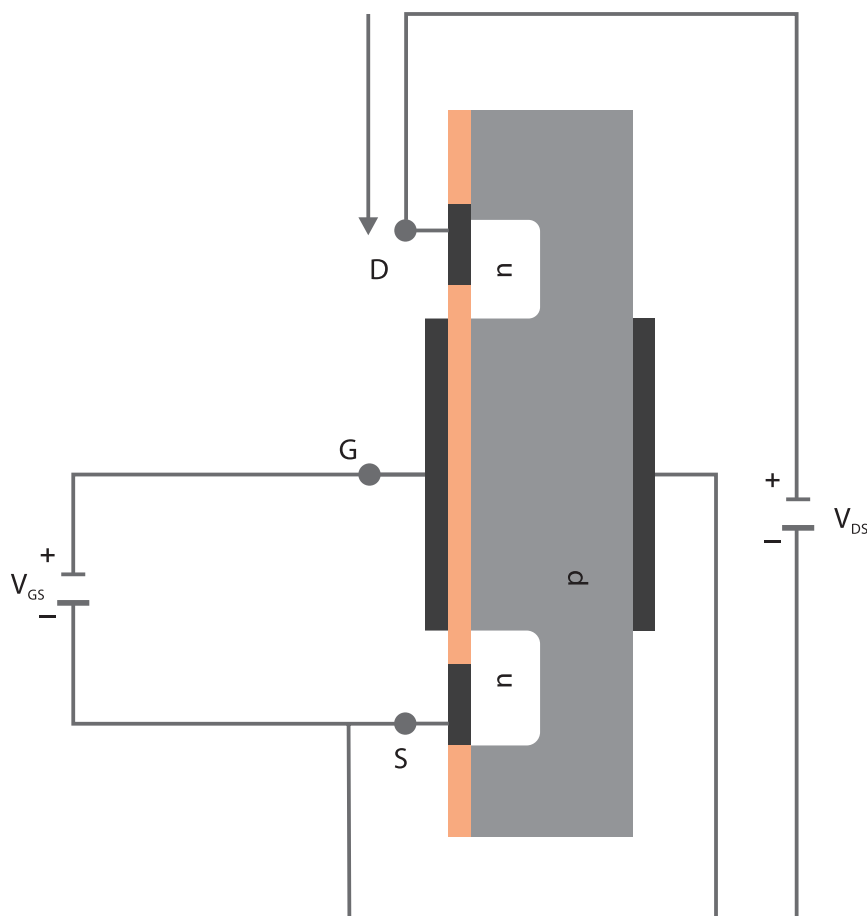


Figura 10.11. Un NMOS en región óhmica. Si $V_{GS} > V_{TO}$ aparece un canal por el que puede circular la corriente. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Transistor_de_efecto_de_puerta).

Si continuamos incrementando el valor de V_{DS} , dentro de un cierto rango, vemos que la corriente crece de forma lineal. Así mismo, si para un valor fijo de V_{DS} , aumentamos el valor de V_{GS} , aumentamos la anchura del canal y por tanto la facilidad para el paso de electrones del fuente al drenador.

Podemos concluir, que entre el drenador y la fuente, el NMOS se comporta como una resistencia, $R_{DS(ON)}$, cuyo valor se puede controlar con V_{GS} .

Esta región en la que el transistor es modelable por una resistencia controlada por tensión, se conoce como región óhmica, y las condiciones para que se trabaje en dicha región son dos: $V_{GS} > V_{TO}$ y $V_{DS} < V_{GS} - V_{TO}$.

Dado que el valor de $R_{DS(ON)}$ se controla con la anchura del canal, podemos conseguir uno suficientemente bajo para que el NMOS se pueda emplear en aplicaciones de conmutación como un interruptor cerrado.

Región saturación

Con el aumento de V_{DS} la diferencia de potencial entre la puerta y el sustrato disminuye, dando lugar a unafilamiento del canal, el transistor entra en la región de saturación.

En esta zona de trabajo, el NMOS se comporta como una fuente de corriente controlada por tensión. Sus aplicaciones se encuentran en funciones de amplificación y las condiciones para que se encuentre en saturación son dos: $V_{GS} > V_{TO}$ y $V_{DS} > V_{GS} - V_{TO}$.

Todas estas propiedades de un NMOS aparecen bien reflejadas en las curvas características, que son relaciones corriente-voltaje que ilustran el comportamiento del transistor y permiten determinar su operación, ver figura 10.12.

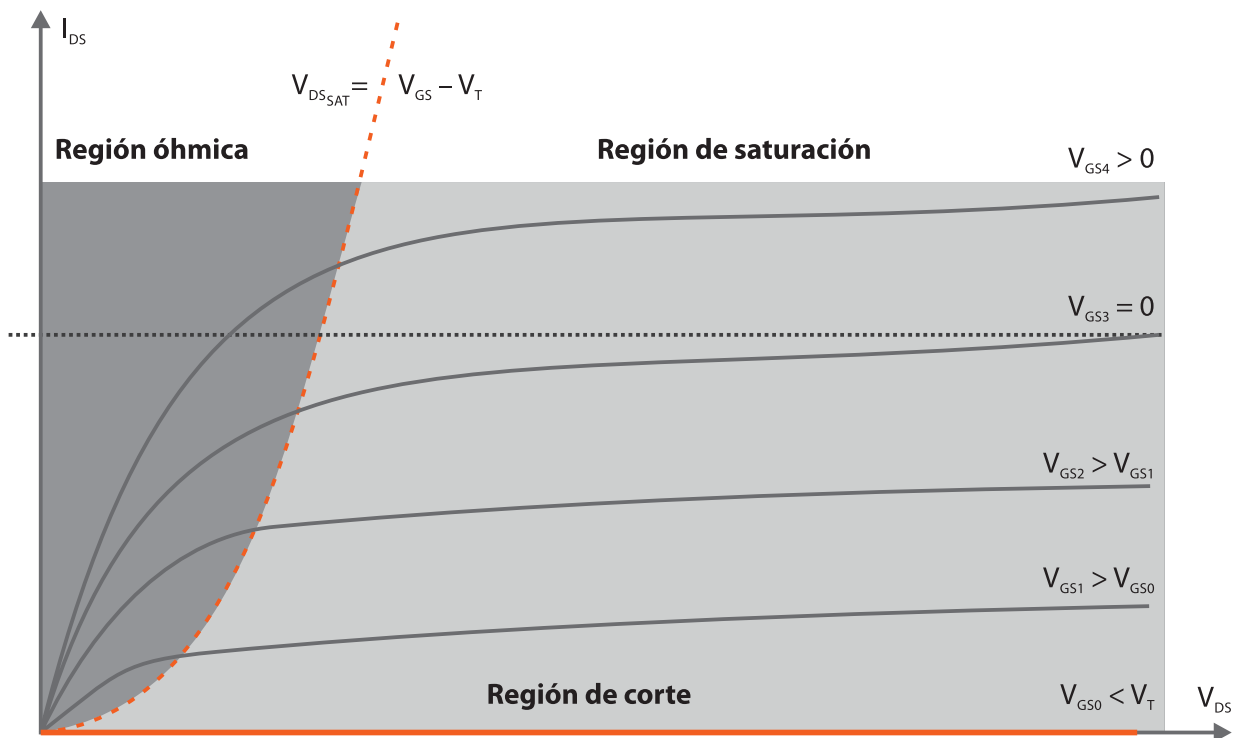


Figura 10.12. Curva característica de salida de un MOSFET. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/MOSFET).

Hasta aquí hemos hablado exclusivamente del funcionamiento de un MOSFET de acumulación (o enriquecimiento) de canal N, o NMOS. Como se discutió en la sección anterior, intercambiando las regiones semiconductoras n y p en un NMOS, se puede obtener un PMOS. Ambos transistores tienen un comportamiento análogo, de hecho, las curvas características de un MOSFET de canal p son similares a las de canal n, salvo que las polaridades de las tensiones y los sentidos de las corrientes están invertidos.

Así, las condiciones para que un PMOS esté en las diferentes regiones de trabajo son:

Región de corte

$$V_{GS} < V_{TO}$$

(Se comporta como un interruptor abierto, $I_D=0$).

Región lineal u óhmica

$$V_{GS} > V_{TO} \text{ y } 0 < V_{DS} < V_{GS} - V_{TO}$$

(Se comporta como una resistencia controlada por tensión).

Región Saturación

$$V_{GS} > V_{TO} \text{ y } V_{DS} > V_{GS} - V_{TO}$$

(Se comporta como una fuente de corriente controlada por tensión).

10.4. MOSFET como conmutador

Según hemos visto en la sección anterior cuando un MOSFET está en corte se puede usar como un interruptor abierto (o apagado); mientras que si lo llevamos a región óhmica se puede modelar como un interruptor cerrado (o encendido).

Debido a estas propiedades, los MOSFET se emplean eficientemente como conmutadores, tanto en circuitos discretos como interruptor de potencia y circuitos integrados (son la base de la conmutación digital).

En la figura 10.13 de la página siguiente se ilustra un ejemplo de un NMOS como conmutador.

Cuando el voltaje de entrada V a la puerta es mayor que el voltaje umbral, el NMOS está encendido y entre el drenador y la fuente se comporta como un interruptor cerrado.

Cuando el voltaje en la puerta es nulo, el MOSFET entra en región de corte, comportándose como un interruptor abierto entre el drenador y la fuente.

De nuevo, un MOSFET de canal p (PMOS) también se podría usar como conmutador. En este caso cuando el voltaje en la puerta es nulo, el PMOS está encendido y se comporta como un interruptor cerrado entre el drenador y la fuente. Mientras que si el voltaje aplicado a la puerta es positivo y mayor que el umbral, el PMOS está apagado y se comporta como un interruptor abierto entre el drenador y la fuente.

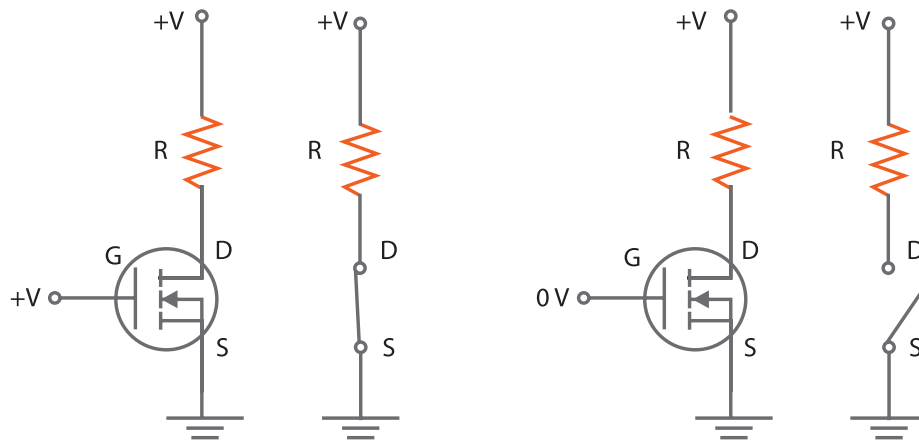


Figura 10.13. El NMOS como conmutador. Fuente: elaboración propia.

10.5. Otros transistores de efecto campo

Aunque nuestro estudio de los transistores de efecto campo se ha centrado en los MOSFET de acumulación o enriquecimiento, merece la pena por su importancia destacar estos otros dispositivos.

10.5.1. MOSFET de deplexión

Similar al de acumulación, salvo que sin estar polarizado existe ya un fino canal de material semiconductor del mismo tipo que la fuente y el drenador y los conecta.

Las diferentes polarizaciones hacen crecer o eliminar este canal. El símbolo de un MOSFET de deplexión se muestra en la figura 10.14.

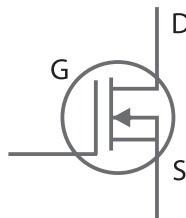


Figura 10.14. Símbolo de un MOSFET de deplexión de canal n. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/MOSFET).

10.5.2. JFET

El transistor de efecto campo de unión de canal n, consiste en un semiconductor tipo n en el que se difunden dos regiones tipo p, de manera que se cree un canal de tipo n entre ambas regiones. La anchura de dicho canal es controlable con la polarización del transistor. El JFET se representa con el símbolo de la figura 10.5.

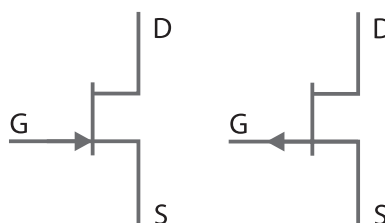


Figura 10.15. Símbolos de un JFET de canal n y de canal p respectivamente. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/JFET).

Tema 11.

Electrónica digital

En este tema vamos a ver las diferentes naturalezas de las señales electrónicas, que son las portadoras de la información. Estudiaremos el uso de FET y BJT en la construcción de circuitos digitales. Introduciremos las familias lógicas y describiremos su operación. Finalmente estudiaremos algunos de los miembros de las familias lógicas TTL y CMOS, siendo esta última la base tecnológica de la mayoría de nuestros equipos electrónicos.

11.1. Introducción

En electrónica definimos señal como cualquier variación eléctrica (voltaje o intensidad) que porta información.

Atendiendo a la naturaleza de su variación, las señales se pueden clasificar en:

- **Señales analógicas** que son las que toman un margen continuo de valores de amplitud, esto es, puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo dado.
- **Señales digitales** que toman un número discreto de valores, o dicho de otra manera, son magnitudes discontinuas, en las que sólo son posibles algunos valores dentro de un intervalo.

- Un tipo señal digital de bastante interés, es el caso en el que sólo son accesibles dos valores para la amplitud, se conoce como **señal binaria**.

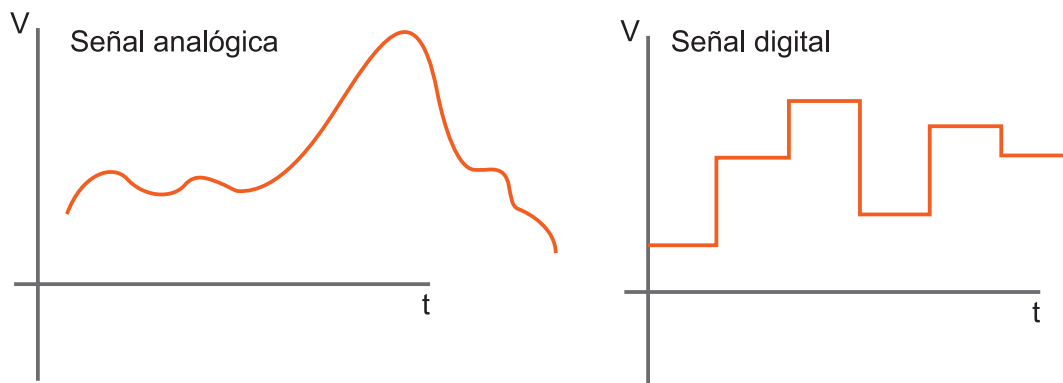


Figura 11.1. Una señal analógica que varía continuamente y una digital que varía de forma discreta o discontinua.
Fuente: elaboración propia.

Los sistemas electrónicos, tienen partes en las que predomina el uso de señales analógicas y partes en las que se usa señales digitales. En general, el uso de ambas presenta ventajas y desventajas.

Una de las principales propiedades de las señales digitales es que son menos sensibles al ruido eléctrico y a la distorsión. En cualquier sistema electrónico el ruido tiende a acumularse en las partes analógicas.

Otra de las ventajas del uso de circuitos digitales, es la posibilidad de implementar funciones matemáticas y lógicas, así como el almacenamiento de gran complejidad.

Sin embargo, las principales ventajas de los circuitos analógicos frente a los digitales, es que son más rápidos, requieren menos componentes y funcionan mejor con señales de frecuencias alta o amplitud baja.

Sea como fuese, el uso de un determinado tipo de señal hace generalmente más eficiente una función dentro de las diferentes partes de un sistema electrónico, por ejemplo, el **acondicionamiento de señal o alimentación** son bloques eminentemente analógicos, mientras que el **procesado** es digital. Así para poder pasar la información de una parte a otra en un sistema electrónico se **hacen necesarios circuitos de conversión analógico-digital (AD) y digital-analógico (DA)**.

En lo que resta de tema nos centraremos en los sistemas digitales y la descripción a nivel de dispositivo de alguno de ellos.

11.2. Familias lógicas

Son la base de los circuitos digitales, y representan un grupo de circuitos basados en la misma tecnología y que son compatibles entre sí.

Cada familia lógica incluye un grupo de puertas lógicas que son circuitos que implementan una función lógica o Booleana⁷, ver figura 11.2, y que sirven como base para la generación de funciones más complejas.

Una misma función lógica (AND, NOT, OR...) se puede llevar a cabo usando diferentes tecnologías, esto es usando diferentes componentes y parámetros se pueden construir circuitos digitales que implementen la misma función Booleana.

Todas las tecnologías de circuitos integrados para implementar puertas lógicas presentan ventajas e inconvenientes en términos de velocidad, potencia consumida y tolerancia al ruido. Muchas de estas tecnologías están en desuso, como por ejemplo RTL (**resistor-transistor logic**) o DTL (diode-transistor logic). En este manual veremos brevemente por su importancia las tecnologías TTL (**transistor-transistor logic**) que se basa en el uso de transistores bipolares y la CMOS (**complementary metal-oxide-semiconductor**) que se implementa mediante transistores de efecto campo.

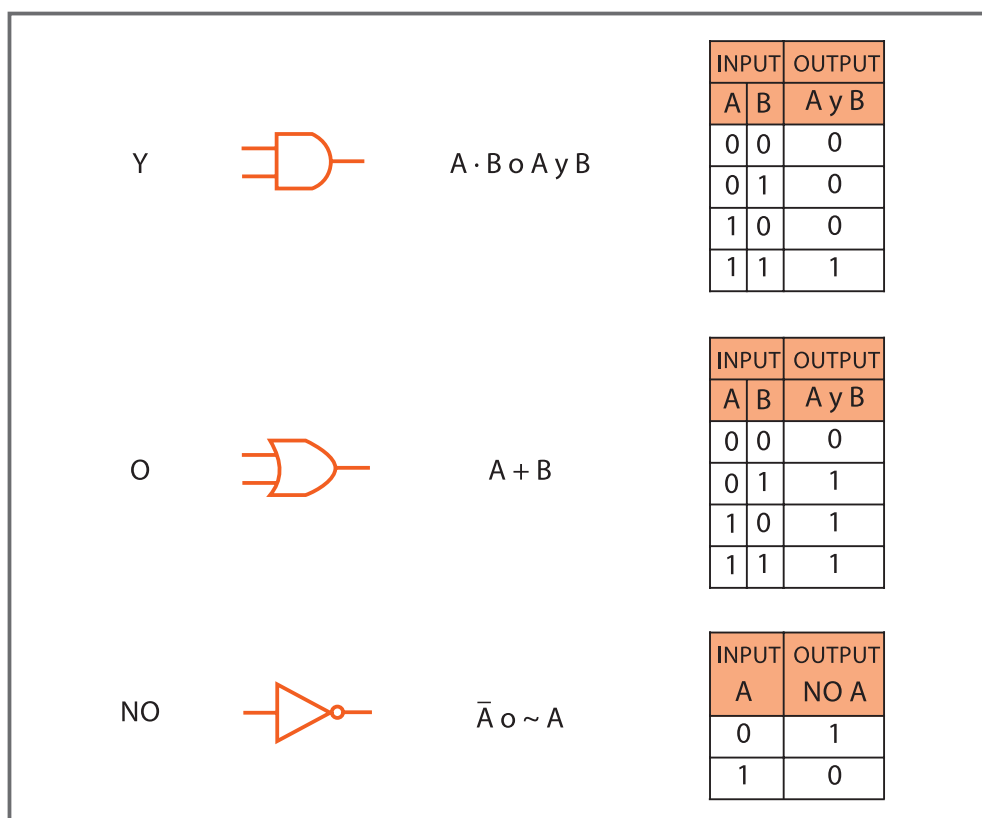


Figura 11.2. Puertas lógicas elementales AND, OR y NOT. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Puerta_l%C3%B3gica).

Antiguamente, en la fabricación de circuitos digitales el número de transistores en los componentes era muy limitado, a día de hoy con la mejora en las técnicas de fabricación se producen circuitos integrados (CI) que incluyen un elevado número de puertas y transistores en una pequeña pieza de semiconductor. Los niveles de integración que encontramos en electrónica son los reflejados en la tabla 11.1 de la página siguiente.

7. Se sobre entiende que el alumno está familiarizado con el álgebra de Boole, en caso contrario consultar la bibliografía (Storey N. "Electronics: a system approach").

Nivel de integración	Número de transistores
Zero-scale integration (ZSI).	1
Small-scale integration (SSI).	20-30
Medium-scale integration (MSI).	$30-10^3$
Large-scale integration (LSI).	10^3-10^5
Very large-scale integration (VLSI).	10^5-10^7
Ultra large-scale integration (ULSI).	10^7-10^9
Giga-scale integration (GSI).	10^9-10^{11}
Tera-scale integration (VSI).	$10^{11}-10^{13}$

Tabla 11.1. Niveles de integración en electrónica.

11.3. Características de las familias lógicas

11.3.1. Niveles lógicos

La información en un sistema digital se representa por señales digitales binarias, que podemos ver como variables lógicas que admiten dos valores o estados.

Vamos a trabajar con **lógicas positivas**, de manera que, al mayor de esos estados, que se le suele llamar nivel alto (H, *high* en inglés), se le asocia el valor 1; mientras que al otro estado, que se le conoce por nivel bajo (L, *low* en inglés), se le asocia el valor 0.

Cualquiera de estos estados, representa un dígito binario (0 o 1), que se conoce como **bit** y representa la menor cantidad de información.

En general, para una familia lógica dada, el nivel bajo o 0 es representado por un intervalo de tensiones que suele ir de 0 a algunos voltios o décimas de voltio. Mientras que para representar el nivel alto o 1, existe una gran variedad de intervalos de tensión que dependen del componente, estos pueden oscilar de 2-4V o 12-15V, entre otros.

Así en el ejemplo que muestra la figura 11.3 de la página siguiente, cualquier voltaje en el rango de 5-3V generaría un nivel alto, mientras que de 0-3V el sistema lo interpretaría como un nivel bajo. Los valores de tensión de 3-5V representan un estado determinado que puede ser fuente de error en un sistema digital.

11.3.2. Márgenes de ruido

El ruido eléctrico es una perturbación no deseada que se añade a las señales en un sistema electrónico, pudiendo en los circuitos digitales degradar los niveles de tensión.

El origen de este ruido es múltiple: interferencias, caídas de tensión producidas por las corrientes de carga entre circuitos...

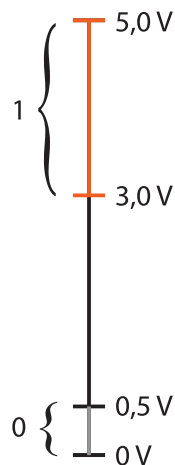


Figura 11.3. Ejemplo de márgenes de la tensión de salida para la familia lógica. Fuente: elaboración propia.

En general, necesitamos que al conectar los distintos circuitos digitales sean compatibles entre sí, para ello debemos conseguir que el nivel alto de salida de un circuito debe ser mayor que el mínimo interpretado como alto en la entrada del siguiente circuito; y que el nivel bajo de salida debe ser menor que el máximo interpretado como bajo en la entrada.

Así para asegurarnos que los circuitos digitales no se vean afectados por las fluctuaciones del ruido eléctrico establecemos unos rangos de voltajes, tanto a la salida como a la entrada de un circuito, que pueden definir los niveles lógicos. Estos **márgenes de ruido** para una familia dada se caracterizan con los siguientes parámetros:

- V_{IL} máxima tensión de entrada que será interpretada como un nivel bajo o 0 lógico.
- V_{IH} mínima tensión de entrada que será interpretada como un nivel alto o 1 lógico.
- V_{OL} máxima tensión de salida generada como un nivel bajo 0 lógico.
- V_{OH} es la mínima tensión de salida generada como un nivel alto 1 lógico.

Es necesario, pues, que $V_{OL} < V_{IL}$ y que $V_{IH} < V_{OH}$ para asegurar que el nivel de salida de una puerta lógica es un nivel de entrada apropiado para una segunda puerta.

La inmunidad al ruido de un circuito lógico se puede definir con el **margen de ruido superior** $NM_H = V_{OH} - V_{IH}$ y el **margen de ruido inferior** $NM_L = V_{OL} - V_{IL}$.

11.3.3. Retardo de propagación

Las puertas lógicas CMOS o TTL están compuestas por transistores que pasan de un estado de conducción a otro en corte o viceversa. Esta conmutación no es instantánea, sino graduales debido a las capacidades parásitas de los dispositivos.

Imaginemos una puerta NOT o inversor ideal, si le aplicamos a la entrada un pulso cuadrado, la salida sería otro pulso cuadrado sincronizado con el primero. En una puerta NOT real no ocurre eso, sino que

el pulso de salida, independientemente de la tecnología, tiene un retraso con respecto al de entrada, como muestra la figura 11.4.

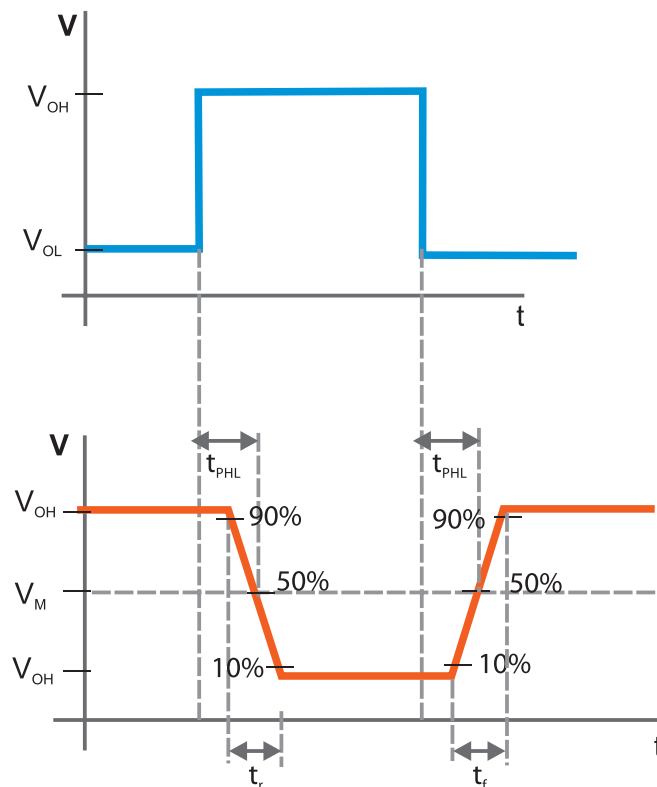


Figura 11.4. Pulso de entrada y salida de una puerta NOT o inversor. Fuente: elaboración propia.

Para describir la velocidad de respuesta de cualquier puerta, no solo la del inversor, se usan las siguientes magnitudes:

- t_r tiempo de subida, se define para la transición de nivel bajo a alto y es el tiempo pasado entre el punto que la en el cual se alcanza el 10% de la transición hasta el punto correspondiente al 90 %.
- t_f tiempo de bajada, se define para la transición de nivel alto a bajo y es el tiempo pasado entre el punto que la en el cual se alcanza el 90% de la transición hasta el punto correspondiente al 10 %.
- t_{PHL} tiempo entre un punto de referencia especificado en el impulso de entrada y el correspondiente punto de referencia en el impulso de salida, cuando la salida cambia del nivel alto al nivel bajo.
- t_{PLH} tiempo entre un punto de referencia especificado en el impulso de entrada y el correspondiente punto de referencia en el impulso de salida, cuando la salida cambia del nivel bajo al nivel alto.

Con frecuencia también, los fabricantes suele dar el **retardo de propagación promedio** que se define como $t_{PD} = (t_{PHL} + t_{PLH})/2$.

11.3.4. Fan-in y Fan-out

El **Fan-in** representa el número máximo de puertas que se pueden conectar a la entrada de una puerta dada sin estropear el funcionamiento. Si se excede este valor la puerta lógica puede producir una salida a un estado indeterminado que lleve a errores.

El **Fan-out** representa número máximo de puertas que se pueden conectar a la salida de una puerta dada, y depende de la cantidad de corriente que una puerta es capaz de suministrar o consumir al estar conectada a otras puertas.

Un fan-out mayor que el recomendado puede producir aumento de la temperatura del dispositivo (perjudicando su funcionamiento), aumento de los tiempos de subida y bajada, aumento del retardo, etc.

11.4. Circuitos lógicos con transistores bipolares

El uso de circuitos lógicos con transistores bipolares es frecuente aunque la tendencia es la de su sustitución por tecnologías basadas en FET.

La tecnología más importante que se basa en BJT es la TTL que usa el transistor como conmutador, funcionando pues en región de corte (nivel bajo) y saturación (nivel alto). No obstante, una de las principales desventajas de esta tecnología, es la relativamente baja velocidad de la conmutación (paso de conducción a corte o viceversa), que se ha mejorado parcialmente con la introducción de diodos Schottky (Lógica STTL).

La figura 11.5 muestra una puerta lógica NOT o inversor lógico basado en tecnología TTL.

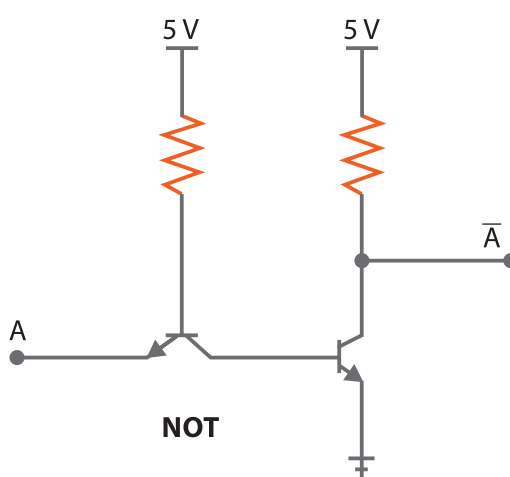


Figura 11.5. Circuito TTL que realiza la función lógica NOT. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Transistor-transistor_logic).

Otro ejemplo de puerta lógica basada en tecnología TTL es el circuito mostrado en la figura 11.6 de la página siguiente, que es una implementación de la puerta lógica NAND.

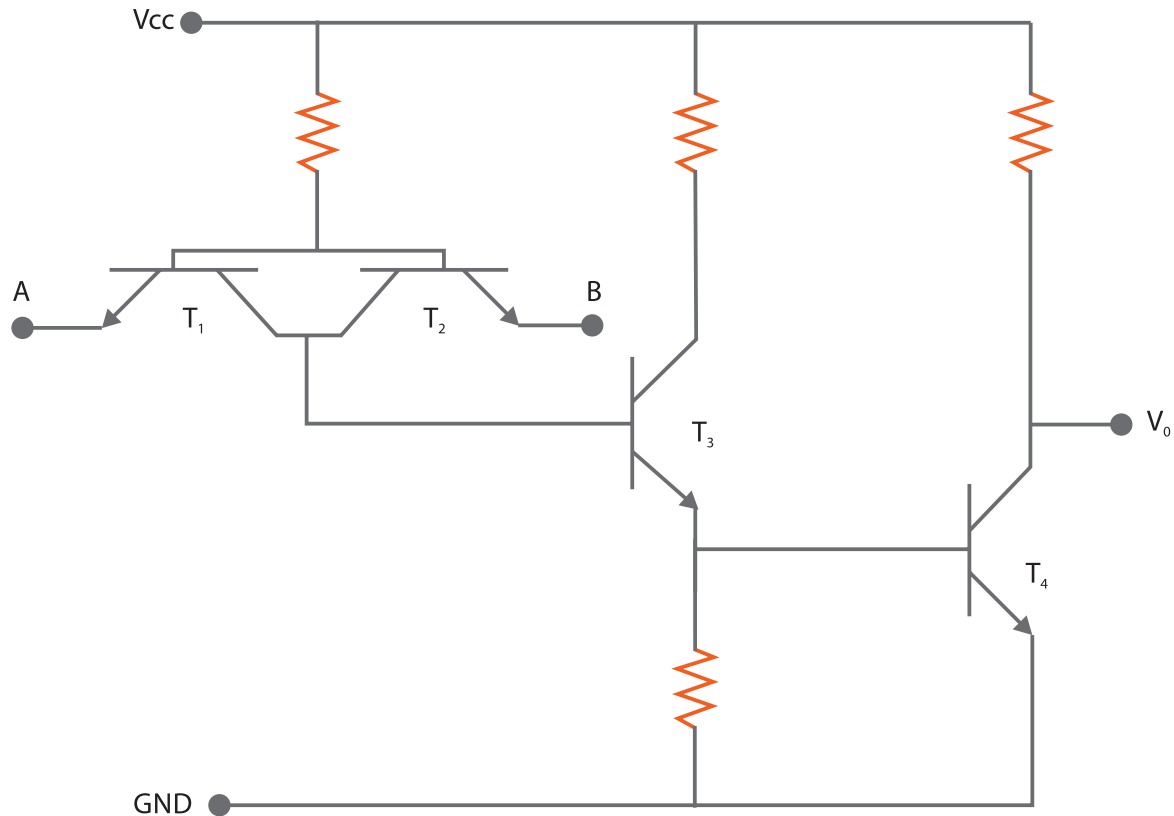


Figura 11.6. Circuito TTL que realiza la función lógica NAND. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Transistor-Transistor_Logical).

En la siguiente tabla podemos ver la tabla de verdad así como el estado de los transistores en función de las entradas lógicas A y B.

A	B	T_1	T_2	T_3	T_4	V_0
0	0	Saturación	Saturación	OFF	OFF	1
0	1	Saturación	OFF	OFF	OFF	1
1	0	OFF	Saturación	OFF	OFF	1
1	1	Act. Inv	Act. Inv	Saturación	Saturación	0

11.5. Circuitos lógicos CMOS

La sustitución de transistores bipolares por MOSFET supone una reducción del consumo de potencia, donde el éxito principal de la tecnología CMOS radica en el uso de pares complementarios, esto es un transistor PMOS y un NMOS, de manera que cuando el transistor NMOS conduce, el PMOS está en corte y viceversa.

Esta estrategia, no sólo mejora el consumo energético si no que permite una mayor densidad de componentes en una misma área.

El ejemplo más sencillo es un inversor implementado usando tecnología CMOS, el correspondiente circuito es mostrado en la figura 11.7 de la página siguiente.

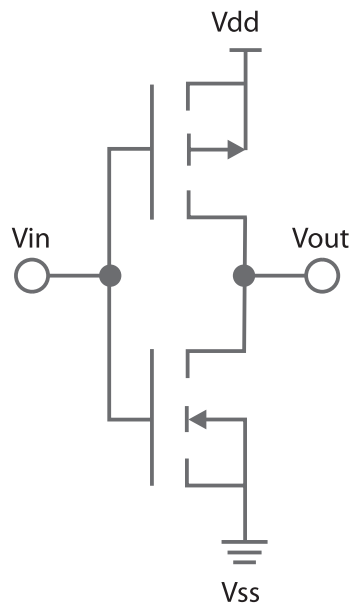


Figura 11.7. Circuito CMOS que realiza la función lógica NOT. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Transistor_de_efecto_de_campo).

En este circuito, cuando el voltaje de entrada (V_{in}) es igual al de alimentación (V_{DD}) el PMOS entra en corte, mientras que el NMOS pasa a región óhmica, y por tanto actúa como un interruptor cerrado, siendo entonces la tensión de salida $V_{out} = 0\text{ V}$ al estar la fuente del NMOS a tierra.

El caso opuesto ocurre cuando $V_{in} = 0$, en este caso el NMOS entra en corte y el PMOS pasa a conducir, quedando la salida al potencial de alimentación $V_{out} = V_{dd}$.

Existen estrategias para formar puertas lógicas usando configuraciones CMOS; que en este manual no vamos a cubrir. Se recomienda al lector acudir a la bibliografía (por ejemplo Floyd T. L, "Fundamentos de sistemas digitales").

A continuación mostramos algunas puerta lógicas con CMOS.

Puerta NAND

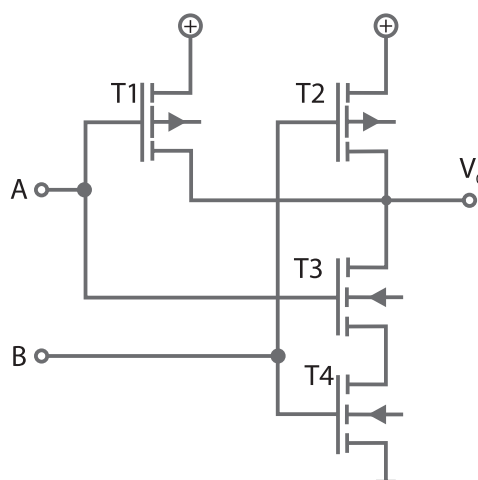


Figura 11.8. Circuito CMOS que realiza la función lógica NAND. Fuente: [Wikipedia](https://es.wikipedia.org/wiki/Transistor_de_efecto_de_campo).

Cuya tabla de verdad así como el estado de los transistores en función de las entradas lógicas A y B.

A	B	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	V ₀
0	0	ON	ON	OFF	OFF	1
0	1	ON	OFF	OFF	ON	1
1	0	OFF	ON	ON	OFF	1
1	1	OFF	OFF	ON	ON	0

Puerta NOR

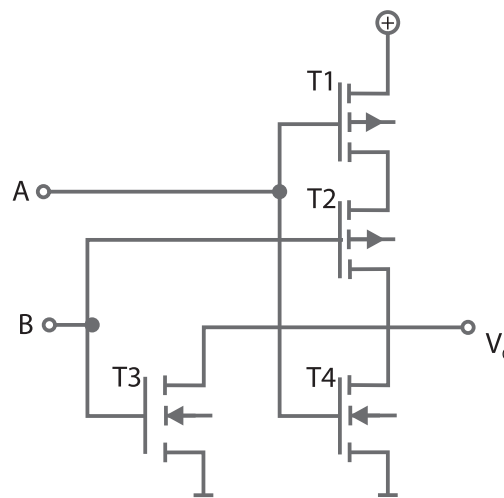


Figura 11.9. Circuito CMOS que realiza la función lógica NOR. Fuente: [Wikipedia](https://en.wikipedia.org/wiki/NOR_gate).

Cuya tabla de verdad así como el estado de los transistores en función de las entradas lógicas A y B.

A	B	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	V ₀
0	0	ON	ON	OFF	OFF	1
0	1	ON	OFF	OFF	ON	0
1	0	OFF	ON	ON	OFF	0
1	1	OFF	OFF	ON	ON	0

Apéndice A.

Semiconductores

En este apéndice perseguimos entender el comportamiento de los semiconductores, ya que en ellos se basa la descripción de la mayoría de los dispositivos electrónicos.

A.1. Estructura de los sólidos

En la naturaleza los átomos no se presentan aislados sino que se unen para formar moléculas o sólidos. Las moléculas pueden existir como entidades separadas en gases (H_2 , N_2 , O_2 ,...), o pueden agruparse para formar líquidos o sólidos, dependiendo de la fuerza relativa con que se atraen y de la energía térmica de dichas moléculas.

Si un líquido es enfriado lentamente, las moléculas (o iones) se pueden disponer en estructuras cristalinas ordenadas, alcanzando un mínimo de energía interna. Si el enfriamiento es rápido, el sólido resultante es frecuentemente no cristalino, y se llama sólido amorfo (por ejemplo el vidrio de las ventanas).

En general, las propiedades de estos sólidos están originadas por su composición química (elementos que lo conforman) y la forma de enlace entre los diferentes átomos y moléculas.

Por ejemplo, para entender en origen una propiedad eléctrica como la conductividad se debe estudiar la estructura atómica y la distribución de electrones en las orbitales exteriores.

Usando esta propiedad, ya vimos en el tema 1, que los materiales sólidos se pueden clasificar en **conductores, aislantes y semiconductores**.

En este tema perseguimos entender el comportamiento de los semiconductores, así para entender sus propiedades debemos comprender su composición química y la estructura electrónica de los enlaces que los conforman.

A.2. Enlace covalente

Aunque existen otros tipos de enlace en los sólidos (metálico o iónico), el enlace covalente es el más relevante para nosotros ya que es en el que se basan los materiales semiconductores.

En un enlace covalente dos o más átomos comparten sus electrones, concretamente, en el silicio (Si) cada átomo de la red cristalina, comparte sus cuatro electrones en la última capa con sus cuatro átomos vecinos como muestra la figura A.1.

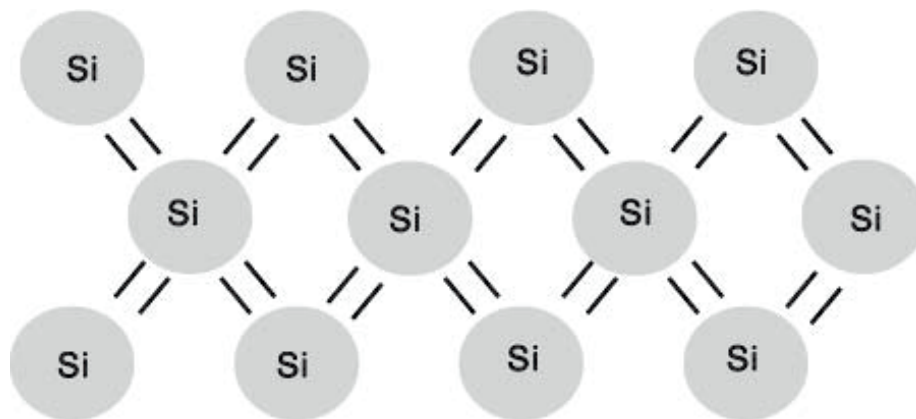


Figura A.1. Enlace covalente del Silicio. Cada línea es un electrón compartido Fuente: elaboración propia.

En una red cristalina semiconductor no existen electrones libres, por esta razón materiales semiconductoras puras como el Si, el Ge, o el diamante son buenos aislantes.

A una temperatura de 0 K, estructuras cristalinas como el Si serían un aislante perfecto, ya que no habría ningún electrón libre. Esta circunstancia cambia ligeramente, cuando aumentamos la temperatura, y es que un electrón puede ser excitado térmicamente fuera del enlace covalente y quedar libre para participar en la conducción de corriente.

A.3. Bandas de energía

De nuestros cursos previos de física, conocemos diferentes modelos atómicos; algunos como el de Bohr, ya predecían la existencia de niveles cuantizados de energía. De manera, que la transición de un electrón del átomo entre órbitas venía acompañado de la emisión/absorción de un fotón.

Cuando dos átomos se unen para formar una molécula, sus orbitas y por tanto niveles energéticos se dividen, como se muestra en la figura A2. Este fenómeno ocurre en todas las moléculas, independientemente del número de electrones de los átomos que las forman. En general, si hay N átomos cada estado energético se desdobra en N niveles energéticos.

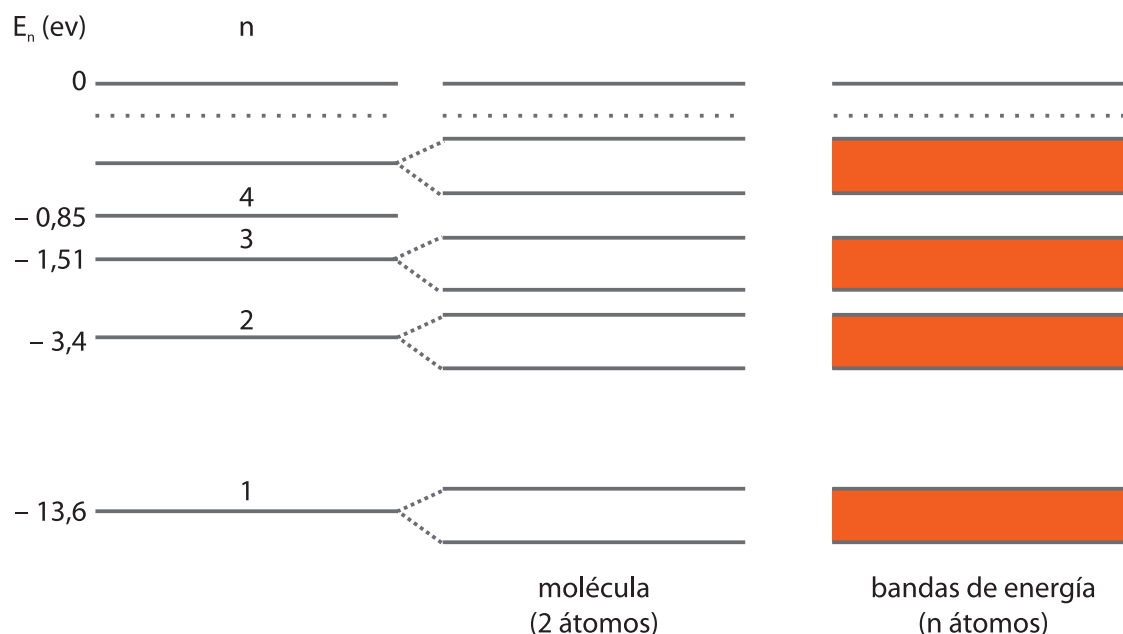


Figura A.2. Desdoblamiento de niveles de energía. Fuente: elaboración propia.

Cuando un número elevado de átomos se unen para formar sólidos (tienen una concentración del orden de 10^{23} átomos/cm³) la alta densidad de niveles energéticos y la proximidad entre ellos, hace que sea práctico olvidar su carácter discreto y considerarlos como bandas continuas de energía.

Así, un sólido cristalino, como el silicio, tiene un número considerable de bandas de energía que provienen de los diferentes orbitales atómicos, y entre dichas bandas de energía permitidas surgen bandas donde no existen ningún estado: **bandas prohibidas** (ver en la figura A2).

De todas estas bandas energéticas, prestaremos interés a las siguientes:

- **Banda de valencia (BV):** el más alto de los intervalos de energía electrónicas (o bandas) que se encuentra ocupado por electrones.
- **Banda de conducción (BC):** la banda de energía electrónica que está por encima de la banda de valencia.

La banda de energía entre la BV y la BC es un intervalo de energías que no son accesibles para los electrones, y que se conoce como banda prohibida o gap, donde la diferencia de energía entre el primer nivel (E_c) de la BC y el último (E_v) de la BV se suele notar como E_g .

Es muy importante notar que para que exista conducción de corriente en una banda debe haber estados vacantes a los que los electrones puedan acceder. Esto es, no puede haber conducción de

corriente en una banda llena porque no hay estados que los electrones puedan ocupar, así como tampoco puede haber conducción en una banda vacía, porque no hay conductores.

El uso de este modelo de bandas energéticas en los sólidos sirve para explicar satisfactoriamente la diferencia entre conductores, semiconductores y aislantes.

A.3.1. Aislantes

A una temperatura de 0 K, la BV y BC están separadas por una amplia banda prohibida, (ver en la figura A3 a). Todos los niveles de BV están ocupados; como la banda está llena, no contribuye a la conducción, y la BC está vacía. En el aislante ideal la intensidad de corriente es nula para cualquier tensión aplicada.

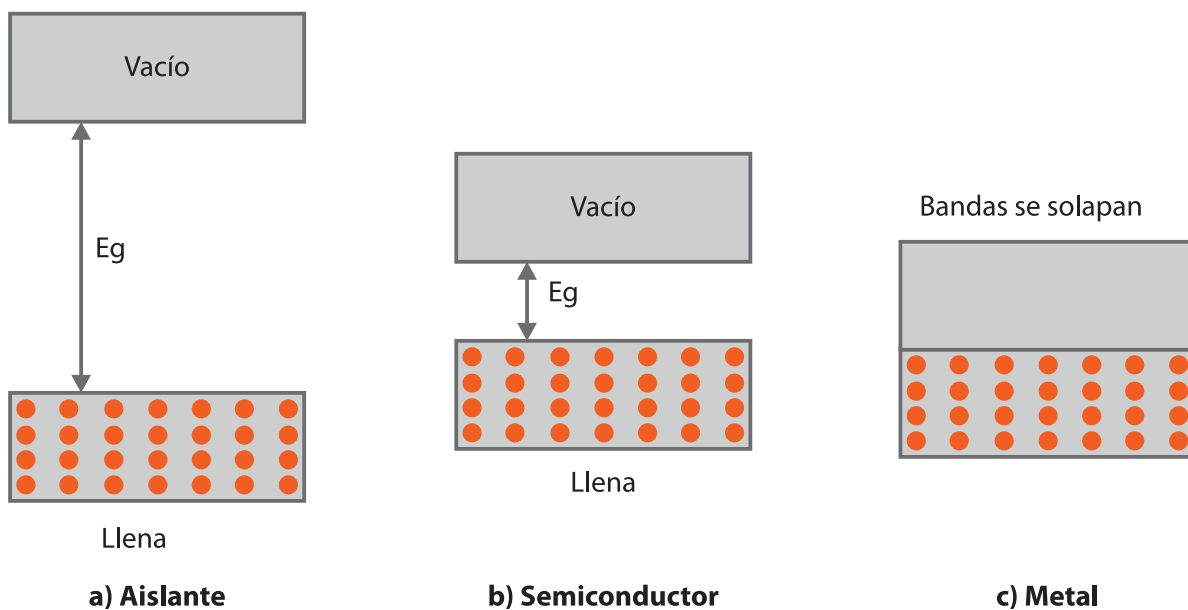


Figura A.3. Bandas de energía a $T=0K$, para a) un aislante, b) un semiconductor y c) un metal. Fuente: elaboración propia.

A.3.2. Semiconductor

A $T=0$ K un semiconductor tiene estructura parecida al aislante. La diferencia principal entre semiconductores y aislantes es el tamaño de la banda prohibida que es mucho menor. En el cero absoluto un semiconductor se comporta como un aislante perfecto al estar la BV completa y la BC vacía, (ver en la figura A3 b).

Al aumentar la temperatura, el menor tamaño de E_g permite que los electrones pasen de la BV a la BC mediante excitación térmica. Lo que aumenta ligeramente la conductividad del cristal, ya que se generan estados libres en la BV y hay portadores de carga en la BC.

A.3.3. Metal

En los metales, las BV y de BC se solapan, de manera que la banda prohibida prácticamente desaparece, (ver en la figura A3 c).

A poco que la temperatura se aleje del 0 K, surgen niveles desocupados para los electrones, que pueden moverse bajo la influencia de cualquier campo eléctrico aplicado, lo que explica la alta conductividad de los metales.

A.4. Portadores de carga en un semiconductor

Acabamos de ver que al aumentar la temperatura en un semiconductor, algunos electrones en la BV adquieren suficiente energía para que sean excitados hacia la BC saltando la banda prohibida. Aparecen electrones en la BC que originariamente estaba vacía, dejando estados desocupados en la BV. Estos estados desocupados que se producen en la BV se les llama **huecos**, (ver en la figura A4).

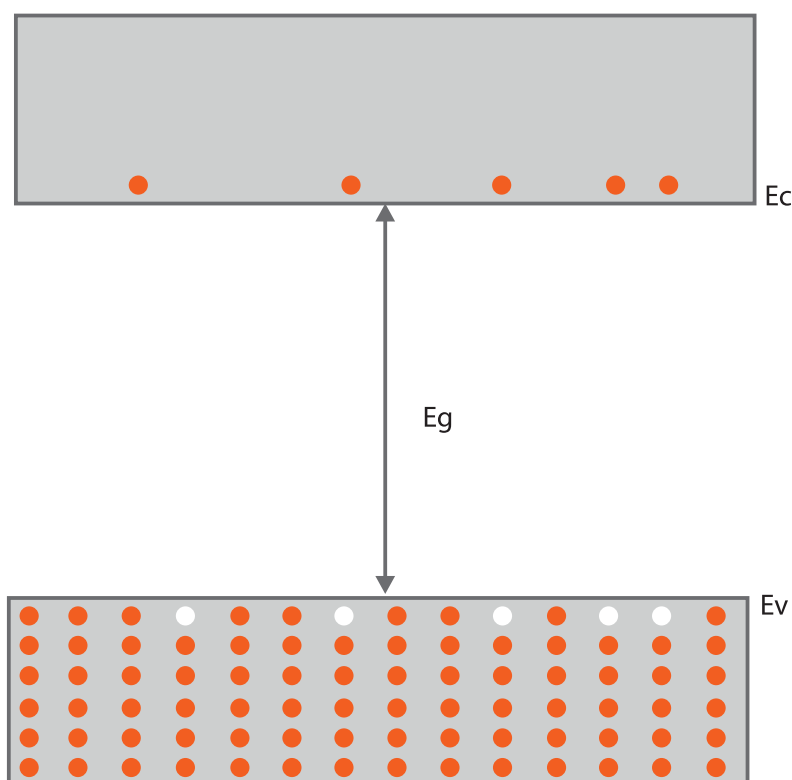


Figura A.4. Generación del par hueco-electrón en un diagrama de bandas de energía. Fuente: elaboración propia.

Si se aplica un campo eléctrico, el hueco puede ser ocupado por otro electrón de valencia, que deja, a su vez, una nueva vacante en la región donde estaba (otro hueco). Este efecto es equivalente al de una carga positiva moviéndose en la dirección del campo eléctrico.

Así, el paso de un electrón a la BC produce un hueco en la BV, al que se considera como un portador de carga positiva que contribuye a la conducción.

El concepto de hueco como partícula cargada es un artificio que permite describir de forma sencilla el complejo movimiento de los electrones de valencia en una capa incompleta. Podemos concluir, que la corriente que existe en un semiconductor es debida al movimiento de electrones y de huecos. Ambos se denominan **portadores de carga**.

La transición inversa de un electrón de la BC que pierde energía y ocupa un hueco en la BV se conoce como **recombinación**.

A.5. Semiconductor intrínseco

Los elementos semiconductores, como el Si o Ge, cuando estos están formados por una red cristalina, sin imperfecciones o impurezas se les llaman **semiconductores intrínsecos o puros**.

Ya sabemos que un semiconductor de este tipo a $T = 0\text{ K}$, se caracteriza por tener la BV llena y la BC completa, esto es, a bajas temperaturas los semiconductores tienen propiedades de los aislantes. A temperaturas superiores se generan pares de electrón-hueco. Aun así, aunque la conducción aumenta ligeramente, ésta sigue siendo muy pobre.

Ya hemos visto, como es un semiconductor puro usando bandas de energía, ver figura A4, e igualmente podemos ver la creación de pares de electrón-hueco usando diagramas de enlaces, y considerando la ruptura de enlaces covalentes (ver en la figura A5).

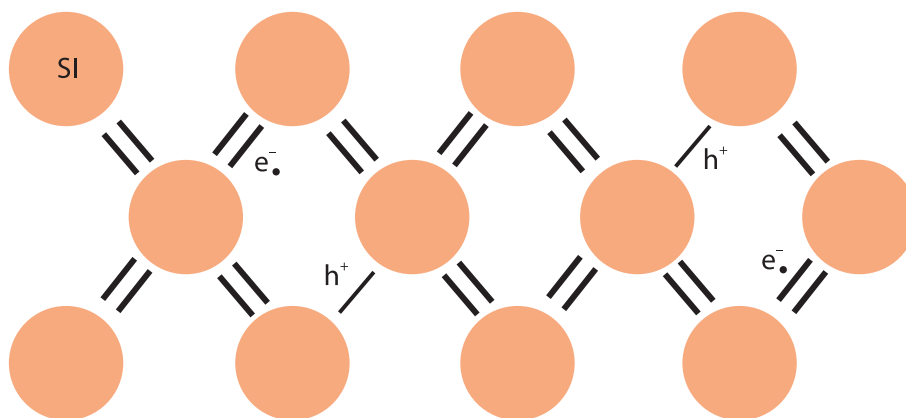


Figura A.5. Generación del par hueco-electrón en un diagrama de enlaces. Fuente: elaboración propia.

Cuando se rompe un enlace, el electrón es libre para viajar por el cristal. Este es un electrón de conducción y el enlace roto es un hueco.

Como los electrones y huecos se crean en pares, la concentración de electrones en la BC, n , es igual a la concentración de huecos en la BV, p . Así para un semiconductor intrínseco se cumple que $n = p$.

En general, los semiconductores puros (intrínsecos) son relativamente poco interesantes en electrónica, y su aplicabilidad es limitada.

A.6. Semiconductor extrínseco

Llamaremos **dopado** a la inclusión de pequeñas de impurezas en un semiconductor, donde las **impurezas** son otros átomos distintos a los del elemento base que se pueden incluir en la red cristalina.

Con el dopado podemos cambiar la conductividad del semiconductor dramáticamente.

Existen dos tipos de semiconductores extrínsecos o dopados, los del tipo N (se aumenta la concentración de electrones) y los del tipo P (se aumenta la concentración de huecos). Cumpliéndose en ambos casos que $n \neq p$.

Lo que ocurre a nivel atómico al añadir impurezas, es que se crean nuevos niveles de energía accesibles en la estructura de bandas, normalmente dentro de la banda prohibida.

A.6.1. Semiconductor extrínseco tipo n

Se caracterizan por la generación de electrones libres mediante la introducción de una **impureza donadora** en una red cristalina de Si o Ge.

Las impurezas donadoras son elementos pentavalentes, columna V de la tabla periódica (P, As, Sb, ...), que tienen cinco electrones en su última capa, y por tanto al unirse covalentemente con cuatro átomos de Si en la red atómica, uno de sus electrones queda débilmente ligado.

Con este tipo de dopado se origina un aumento controlado de electrones libres en la BC, por lo que se aumenta la conductividad considerablemente.

Se suele decir que los portadores de carga mayoritarios en un semiconductor tipo N son los electrones, que son los principales responsables de la conducción. Mientras que a los huecos se les refiere como portadores minoritarios.

La interpretación a nivel del modelo bandas se basa en que la impureza donadora introduce un nivel de energía, E_d , muy cerca de la BC, ver figura A.6.

Este nivel está lleno con electrones a 0 K, y con poca energía térmica los electrones se pueden excitar y pasar a la BC. En torno a 70 K, todos los electrones de este nivel, introducido por la impureza, han sido donados a la BC.

Así, podemos entender que un semiconductor de tipo n se caracteriza porque la concentración de electrones es mucho mayor que la de huecos, $n \gg p$.

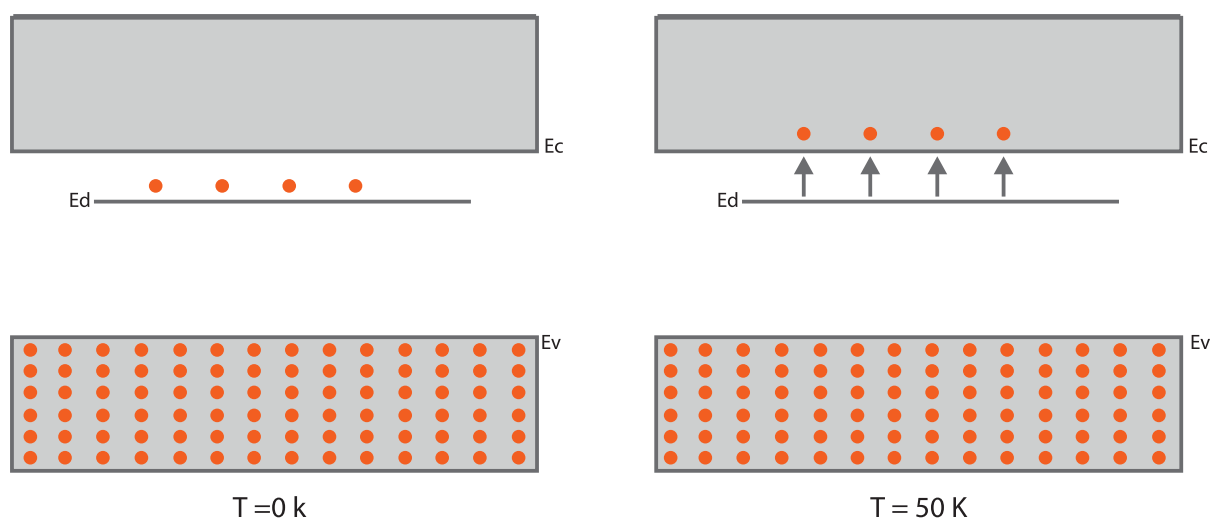


Figura A.6. Semiconductor tipo N en un diagrama de bandas de energía. Fuente: elaboración propia.

A.6.2. Semiconductor extrínseco tipo p

Se caracterizan por la generación de huecos mediante la introducción de una **impureza aceptora** en una red cristalina de Si o Ge.

Las impurezas donadoras son elementos trivalentes, columna III de la tabla periódica (B, Ga, ...), que tienen tres electrones en su última capa, y por tanto al unirse covalentemente con cuatro átomos de Si en la red atómica, tienen disponibilidad para captar otro electrón para completar su última capa.

Con este tipo de dopado se origina un aumento controlado de huecos en la BV, por lo que se aumenta la conductividad considerablemente.

Se suele decir que los portadores de carga mayoritarios en un semiconductor tipo P son los huecos, que son los principales responsables de la conducción. Mientras que a los electrones se les refiere como portadores minoritarios.

La interpretación a nivel del modelo bandas se basa en que la impureza aceptora introduce niveles energéticos, E_a , cerca de la BV, ver figura A.7. Estos niveles están vacíos a 0 K, pero a bajas temperaturas los electrones pueden ser excitados desde la BV hacia este nivel introducido por la impureza, creando así huecos en la BV.

Ya que el nivel introducido por esta impureza acepta electrones de la BV, se le suele llamar impureza aceptora o aceptadora.

Así, podemos entender que un semiconductor de tipo p se caracteriza porque la concentración de electrones es mucho mayor que la de huecos, $p \gg n$.

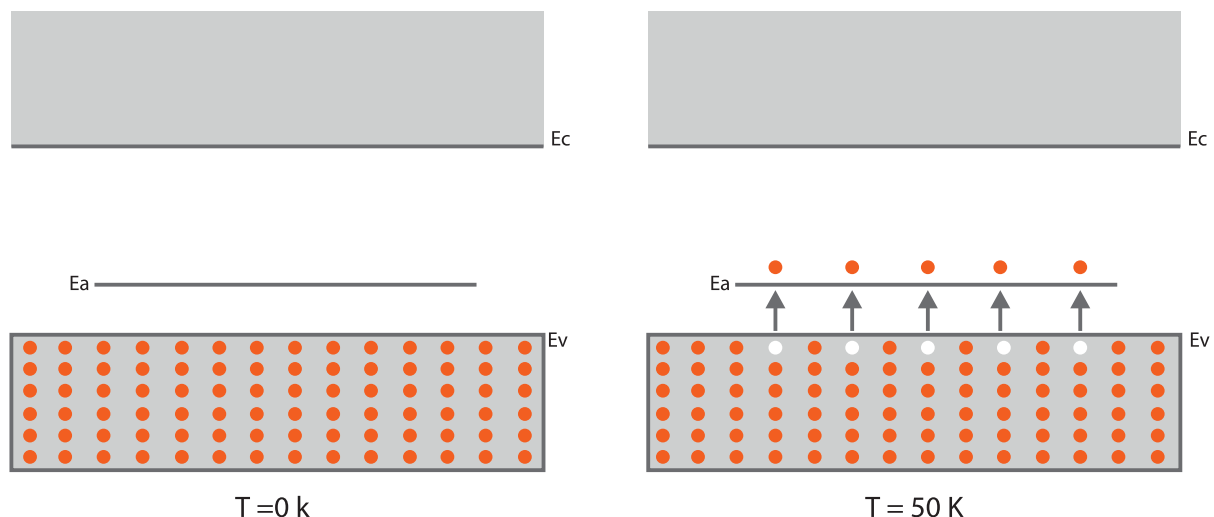


Figura A.7. Semiconductor tipo P en un diagrama de bandas de energía. Fuente: elaboración propia.

A.7. Dispositivos semiconductores

Como se ve en los temas 9 y 10 de este manual, los distintos dispositivos semiconductores se basan en la combinaciones de zonas tipo p y tipo n, y de las propiedades de la unión que surge entre ambos (unión PN); donde en general, se explota la existencia de diferentes portadores de carga.

Las distintas combinaciones basadas en semiconductores se caracterizan por un comportamiento eléctrico que puede ser no lineal, asimétrico y controlable eléctricamente.

Glosario

Acondicionamiento de señal

Circuitos que cambian alguna característica de una señal (amplificar, quitar interferencias, filtrar, modular, convertir señal analógica en digital...).

Alimentación

Circuitos que adecuan la energía eléctrica para los restantes componentes electrónicos.

Amplificador

Circuito electrónico o etapa de este cuya función es incrementar la intensidad de corriente, la tensión o la potencia de la señal que se le aplica a su entrada; obteniéndose la señal aumentada a la salida.

Banda de valencia

El más alto de los intervalos de energía electrónica (o bandas) que se encuentra ocupado por electrones.

Banda de conducción

Banda de energía electrónica que está por encima de la banda de valencia.

Capacidad

Propiedad que tienen los materiales para almacenar carga frente a una diferencia de potencial.

Carga eléctrica

Propiedad fundamental de la materia, se caracteriza por tener dos polaridades, y seguir el principio de conservación y estar cuantizada.

Carga fuente

Carga que crea un campo eléctrico.

Carga de prueba

Carga que se usa para comprobar la existencia de un campo o potencial.

Carga puntual

Partícula con carga de tamaño cero, por ejemplo, los electrones y protones se pueden aproximar bastante bien a cargas puntuales.

Conductor

Material en el que los electrones pueden moverse libremente en su seno.

Conmutador

Un interruptor. Esto es, un sistema que tiene dos estados: en conducción (resistencia prácticamente nula) y corte (resistencia muy alta).

Corriente eléctrica

Fenómeno físico que implica movimiento de cargas.

Condensador

O capacitor es un sistema formado por dos conductores separados por un aislante (también llamado dieléctrico), que sirve para almacenar carga o energía.

Dopado

Inclusión de pequeñas de impurezas en un semiconductor puro o intrínseco.

Equilibrio electrostático

Un conductor está en equilibrio electrostático, si el campo eléctrico en cualquier punto de su interior es cero.

Hueco

Estos estados energéticos desocupados que se producen en la banda de valencia.

Impurezas

Átomos distintos a los del elemento base que se pueden incluir en la red cristalina de un semiconductor intrínseco para doparlo.

Inductancia

Propiedad de los cuerpos se opone a los cambios en la corriente a través de él.

Lógica positiva

Aquella que el nivel lógico 1 le corresponde el nivel más alto de tensión y al 0 lógico el nivel más bajo.

Material lineal u óhmico

Aquel que satisface la ley de Ohm, esto es, cualquier material en el que la caída de potencial entre sus extremos es proporcional a la corriente que lo atraviesa.

Procesadores

Modulo eléctricos que operan a partir de las señales de entrada para determinar la acción a realizar. Circuitos que manipulan/analizan/almacenan la información recibida y determina las acciones necesarias para cumplir los objetivos especificados.

Polarización

Uso de un voltaje continuo para establecer ciertas condiciones de operación en un dispositivo electrónico.

Rectificación

Obtención de una corriente continua (no necesariamente constante) a partir de una corriente alterna.

Regulador

Circuito estabilizador de tensiones de corriente continua.

Resistencia eléctrica

Propiedad de los materiales que se opone al paso de corriente a través de ellos.

Señal alterna

Aquella que su valor y dirección en un circuito varía con el periódicamente.

Solenoide o bobina

Enrollamiento helicoidal de alambre sobre un cilindro, frecuentemente con sección transversal circular. Se puede ver como una superposición de espiras colocadas muy juntas y por las que los que circula la misma corriente eléctrica; y se caracteriza por crear campos magnéticos intensos y altamente uniformes en su interior.

Uniforme

Que es igual en todos los puntos del espacio considerado.

Valor eficaz de una corriente alterna

Es el valor de una corriente continua que disipa igual potencia en una misma resistencia dada.

Enlaces de interés

Electronics from beginner to pro

Página intuitiva para el diseño y simulación de circuitos eléctricos y electrónicos.

<http://123d.circuits.io>

Educational Java Applet Service (Solid State Physics)

Applets sobre estado sólido, en especial semiconductores.

<http://jas.eng.buffalo.edu/>

Falstad

Página con applets interesantes sobre electromagnetismo y circuitos.

<http://www.falstad.com/mathphysics.html>

Física con ordenador

Curso Interactivo de Física en Internet. Incluye un grupo de simulaciones de electromagnetismo.

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/default.htm>

Fundamentos físicos de la informática de la Universidad de Valencia

Página con enlaces, ejercicio y artículos interesantes relacionados con la asignatura.

<http://www.uv.es/martinca/FFI.html>

Principles of Semiconductor Devices

Curso sobre dispositivos basados en semiconductores con ejemplos y ejercicios.

<http://ecee.colorado.edu/~bart/book/welcome.htm>

Understanding logic gates

Página para profundizar en conceptos de electrónica digital como puertas lógicas.

<http://www.autoshop101.com/trainmodules/logicgate/101.html>

Bibliografía

Referencias bibliográficas

Floyd T. L, "Fundamentos de sistemas digitales", Ed. Pearson- Prentice Hall, Ed. 9^{na}.

Serway, R., Jewett, J. (2008). "Física para ciencias e ingeniería". Tomo II. Ed. Thomson, 7^a Ed.

Storey N. "Electronics: a system approach". Ed Pearson. 5^{ta} Ed.

Bibliografía recomendada

Boylestad R., Nashelsky L., "Electrónica: Teoría de circuitos y dispositivos electrónicos", Ed. Prentice Hall, Ed. 10^{ma}.

Hambley A. "Electrónica2". Ed. Prentice-Hall, 2^a Ed.

Hayt H., Kemmerly E., Durbin S. "Análisis de circuitos en ingeniería". Ed. Mc Graw Hill, 7^a Ed.

Miguez J., Mur F., Castro M., Carpio J. "Fundamentos físicos de la ingeniería- Electricidad y Electrónica". Ed Mc Graw Hill.

Montoto L. "Fundamentos físicos de la informática y las comunicaciones", Ed. Paraninfo.

Ohanian H., Markert J., "Physics for engineers and scientists", Volume two. Ed Norton & Company. Ed. 3^{ra}.

Wilson J., Riedel S., "Circuitos eléctricos", Ed. Pearson- Prentice Hall, Ed. 7^{ma}.

Agradecimientos

Autor

Dr. D. Clemente Cobos Sánchez

Departamento de Metodología e Innovación

Coordinadora

D.^a Mercedes Romero Rodrigo

Diseñadores

D.^a Carmina Gabarda López

D.^a Ana Gallego Martínez

D.^a Cristina Ruiz Jiménez

D.^a Sara Segovia Martínez

Reservados todos los derechos VIU - 2016 ©.

