Matching

Manoel Galdino

2024-03-07

Introdução

Na aula de hoje, iremos aprender sobre a principal estratégia de "seleção em não-observável", que é matching. Mas antes, vamos falar de subclassificação ,que é uma técnica mais simples e é útil para introduzir a ideia de matching.

Subclassificação

Subclassificação é um método para para cumprir os requisitos de ajustamento de "backdoor" de um DAG, por meio de estratificação e uso dos pesos de cada estrato. A ideia é que em vez de comparar a diferença na média entre o tratamento e controle em um estudo observacional, iremos comparar a diferença na média por estratos, responderando pelos pesos dos estratos. Este método consegue produzir equilíbrio (balancing) entre tratamento e controle em termos do controle observável.

O artigo clássico que é a referência no método é de Cochran (1968). O exemplo que ele usa para ilustrar o procedimento é a investigação sobre se cigarro causa câncer de pulmão. À época, ainda era um assunto bastante debatido se cigarro causava câncer. Fisher e Neyman, por exemplo, eram críticos das evidências de que cigarro causaria câncer.

```
library(knitr)
# Data for Table 5.1 (with NA for missing values)
data <- data.frame(
  Group = c("Non-smokers", "Cigarette smokers", "Cigar/pipe smokers"),
  Canada = c(20.2, 20.5, 35.5),
  UK = c(11.3, 14.1, 20.7),
  US = c(13.5, 13.5, 17.4)
)

# R Markdown code for the table

kable(data, caption = "Table 5.1: Death rates per 1,000 person-years Cochran 1968, apud Cunnigham 2022
```

Table 1: Table 5.1: Death rates per 1,000 person-years Cochran 1968, apud Cunnigham 2022

Group	Canada	UK	US
Non-smokers	20.2	11.3	13.5
Cigarette smokers	20.5	14.1	13.5
Cigar/pipe smokers	35.5	20.7	17.4

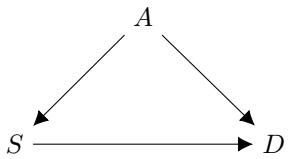
```
data <- data.frame(
  Group = c("Non-smokers",  "Cigarette smokers", "Cigar/pipe smokers"),
```

```
  Canada = c(54.9, 50.5, 65.9),
  UK = c(79.1, 49.8, 55.7),
  US = c(57.0, 53.2, 59.7)
)

# R Markdown code for the table

kable(data, caption = "Idade média por grupo - Cochran 1968, apud Cunnigham 2022")
```

Table 2: Idade média por grupo - Cochran 1968, apud Cunnigham 2022

Group	Canada	UK	US
Non-smokers	54.9	79.1	57.0
Cigarette smokers	50.5	49.8	53.2
Cigar/pipe smokers	65.9	55.7	59.7

Tudo se passa como se tivéssemos o seguinte DAG:



Ou seja, precisamos controlar para idade (violação da CIA, ignorability, backdoor aberto etc.). Uma forma em que isso aparece é desbalanceamento das covariáveis. Ou seja, não temos mesma média de idade entre os grupos. Na verdade, balanceamento tem a ver com ter distribuição similar nas covariáveis entre diferentes níveis de tratamento.

A ideia da subclassificação é então ajustar o desbalanceamento na idade, de modo que tenha a mesma distribuição de idade (no caso, média) entre os três grupos. Digamos que tivéssemos três faixas etárias. Então, para cada faixa etária, nós usamos como peso a proporção de pessoas em cada faixa etária do grupo de controle e recalculamos a média (responderada), ajustando para idade.

Vamos fazer um exemplo (fictício) no R para entender isso.

```
library(fabricatr)
```

```
## Warning: package 'fabricatr' was built under R version 4.3.2
```

```
library(arm)
```

```
## Carregando pacotes exigidos: MASS
## Carregando pacotes exigidos: Matrix
## Carregando pacotes exigidos: lme4
##
## arm (Version 1.13-1, built: 2022-8-25)
## Working directory is C:/Users/mczfe/Documents/DCP/Cursos/Causalidade/Causality
```

```
library(tidyverse)
```

```
## Warning: package 'ggplot2' was built under R version 4.3.2
```

```
## -- Attaching core tidyverse packages ------------------------ tidyverse 2.0.0 --
## v dplyr     1.1.2     v readr     2.1.4
## v forcats   1.0.0     v stringr   1.5.0
## v ggplot2   3.4.4     v tibble    3.2.1
## v lubridate 1.9.2     v tidyr     1.3.0
## v purrr     1.0.2
```

```
## -- Conflicts ------------------------------------------ tidyverse_conflicts() --
## x tidyr::expand() masks Matrix::expand()
## x dplyr::filter() masks stats::filter()
## x dplyr::lag()    masks stats::lag()
## x tidyr::pack()   masks Matrix::pack()
## x dplyr::select() masks MASS::select()
## x tidyr::unpack() masks Matrix::unpack()
## i Use the conflicted package (<http://conflicted.r-lib.org/>) to force all conflicts to become errors
```

```
set.seed(123)
smoking <- fabricate(
  smoke_status = add_level(
    N = 3, status = c("não-fumante", "p-cachimbo-charuto",  "s-cigarro"),
    mean_age = c(55, 60, 50),
    qtde_pessoas = c(15000,6000, 10000)
    ),
  person_id = add_level(
    N = qtde_pessoas, age = rpois(N, mean_age),
    death = draw_binary(N = N, prob = invlogit(-4.5 + .1*(age - mean(age)) + .525*ifelse(status == "s-c
  )
)
smoking <- smoking %>%
  mutate(faixa_etaria = case_when(age < 50 ~ "30-50",
                                  age < 60 ~ "51-60",
                                  age < 70 ~ "61-70",
                                  .default = "70+"))
smoking <- smoking %>%
  mutate(status = gsub("s-cigarro", "cigarro",status ),
         status = gsub("p-cachimbo-charuto", "cachimbo-charuto", status ))

tabela_sem_ajuste <- smoking %>%
  group_by(status) %>%
  summarise(death_rate = 1000*sum(death)/n())

kable(tabela_sem_ajuste, caption = "exemplo simulado")
```

Table 3: exemplo simulado

status	death_rate
cachimbo-charuto	23.50000
cigarro	15.30000
não-fumante	15.06667

```
aux <- smoking %>%
  group_by(faixa_etaria, status) %>%
  summarise(death_per_age = sum(death),
```

```
          num_per_age = n(),
          death_age_thousands = death_per_age/num_per_age)
```

```
## `summarise()` has grouped output by 'faixa_etaria'. You can override using the
## `.groups` argument.
```

```
adustment_table <- aux %>%
  filter(status == "não-fumante") %>%
  ungroup() %>%
  mutate(total = sum(num_per_age)) %>%
  group_by(faixa_etaria) %>%
  summarise(num = num_per_age,
            total = total,
            prop_grupo_controle = num_per_age/total)

tabela <- aux %>%
  inner_join(adustment_table, by = join_by(faixa_etaria)) %>%
  ungroup() %>%
  group_by(status) %>%
  summarise(death_age_adjusted = 1000*sum(prop_grupo_controle*death_age_thousands),
            alternative_computation = 1000*weighted.mean(x=death_age_thousands, w=prop_grupo_controle))

kable(tabela, caption = "Subclassificação - exemplo simulado")
```

Table 4: Subclassificação - exemplo simulado

status	death_age_adjusted	alternative_computation
cachimbo-charuto	15.21693	15.21693
cigarro	22.47793	22.47793
não-fumante	15.06667	15.06667

```
data <- data.frame(
  Group = c("Non-smokers", "Cigar/pipe smokers", "Cigarette smokers"),
  Canada = c(20.2, 35.5, 19.8),
  UK = c(11.3, 14.8, 11.0),
  US = c(13.5, 21.2, 13.7)
)

# R Markdown code for the table

kable(data, caption = "Age adjusted death rates per 1,000 person-years Cochran 1968, apud Cunnigham 202
```

Table 5: Age adjusted death rates per 1,000 person-years Cochran 1968, apud Cunnigham 2022

Group	Canada	UK	US
Non-smokers	20.2	11.3	13.5
Cigar/pipe smokers	35.5	14.8	21.2
Cigarette smokers	19.8	11.0	13.7

Suposições de identificação

Supondo para simplificar um tratamento binário T, e uma covariável categórica X, temos:

1. $(Y^1, Y^0) \perp\!\!\!\perp T|X$ (Independência Condicional)
2. $0 < P(T = 1|A) < 1$ (Suporte comum)

Temos então a seguinte derivação (usando o fato de os resultados potenciais são independentes do *treatment assignment*, condicional à covariável) e a *switching equation* no último passo:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[Y^1 - Y^0|X] &= \mathbb{E}[Y^1 - Y^0|X, T = 1] && (1)\\
&= \mathbb{E}[Y^1|X, T = 1] - \mathbb{E}[Y^0|X, T = 0] && (2)\\
&= \mathbb{E}[Y|X, D = 1] - \mathbb{E}[Y|X, D = 0] && (3)
\end{aligned}$$

E o estimador que usamos pode ser representado (supondo suporte comum) como:

$\widehat{\delta_{ATE}} = \sum_{x \in X} (\mathbb{E}[Y|X = x, D = 1] - \mathbb{E}[Y|X = x, D = 0])P(X = x)$

E o que estamos fazendo é computar a média do efeito do tratamento condicional ponderado pela distribuição de X.

Para identificar o ATE, nós precisamos supor independência condicional a ambos os resultados potenciais. Se porém isso for crível apenas para Y^0, podemos estimar o ATT. Basta lembrarmos que $\mathbb{E}[Y_i|T_i = 1] - \mathbb{E}[Y_i|T_i = 0] = \mathbb{E}[Y_i^1 - Y_i^0|T_i = 1] + \mathbb{E}[Y_i^0|T_i = 1] - \mathbb{E}[Y_i^0|T_i = 0]$

Limites da Subclassificação

Um dos problemas do método de subclassificação é que ele só funciona para variáveis categóricas. Se eu usasse a idade como uma variável discreta, rapidamente encontraríamos casos em que não conseguiria calcular os pesos para determinadas idades em certos grupos. Com mais variáveis, a combinação aumenta exponencialmente, tornando o método inviável.

Matching

A técnica de matching trata os resultados potenciais como *missing data*. Assim, pudermos supor CIA com credibilidade, pelo menos com relação a Y^0, então podemos imputar esses resultados potenciais e estimar o ATT. A ideia é achar uma unidade a mais similar possível a unidade tratada para servir como contrafactual. Assim, poderíamos computar "diretamente" o ATT, já que teríamos os Y^1 e Y^0 para cada unidade, este último imputado.

Há dois grandes grupos de métodos de matching: exato e aproximado.

Matching exato

Nesse método, nós achamos uma unidade (ou mais) que tenham um valor exatamente igual nas covariáveis, e imputamos o controle.

Matching aproximado

Para aproximar o matching, utilizamos alguma noção de distância entre variáveis. Para mais de uma variável, podemos utilizar algumas métricas de distância. A primeira é a distância euclidiana (supondo K variáveis).

$$\|X_i - X_j\| = \sqrt{(X_i - X_j)'(X_i - X_j)}$$

$$\|X_i - X_j\| = \sqrt{\sum_{n=1}^{k} (X_{ni} - X_{nj})}$$

A distância euclidiana utiliza a escala das próprias variáveis, então é comum usar a distância euclidiana normalizada:

$$\|X_i - X_j\| = \sqrt{\sum_{n=1}^{k} (\frac{X_{ni} - X_{nj})}{\hat{\sigma}_n^2}}$$

Outra métrica muito usada é a distância de Mahalanobis, que basicamente divide pela covariância (amostral) entre as variáveis em vez da variância.

Viés

Uma vez que fizemos o matching entre unidades, qual nosso estimador? Lemrbando que o estimando é o ATT.

$$\widehat{\delta}_{ATT} = \frac{1}{N_T} \sum_{D_i=1} (Y_i - Y_{j(i)})$$

Cochran, W. G. 1968. "The Effectiveness of Adjustment by Subclassification in Removing Bias in Observational Studies." Biometrics 24 (2): 295–313.