

# Dif in Dif

Manoel Galdino

2024-05-14

# Difference in Differences

- Diferença em Diferenças, também chamado de Dif in Dif ou DiD está associado a, com o onome sugere, duas diferenças. Para introduzir esse desenho de pesquisa, vamos pensar cada diferença separa por vez. Uma no tempo (within, outra no espaço (ou entre unidades, between units).

## Diferença no espaço

- Pode acontecer de termos unidades com o tratamento e outras sem. Por exemplo, municípios com urna eletrônica e outros sem, em um mesmo momento no tempo.
- Como o DAG sugere, o problema aqui é de potencial variável omitida que causa a variação espacial entre unidades e a resposta. ##

### Diferença em Diferenças

A ideia do desenho Dif in Dif é justamente combinar as duas diferenças em uma única análise.

Vamos introduzir uma notação de resultado potencial: Seja  $Y^a(T)$  o resultado potencial da intervenção  $a$  no tempo  $T$ . Assim, uma unidade  $i$  tratada (tratamento binário, isto é,  $T = 1$ ) no período 2 é dada por:  $Y_i^1(2)$ .

Se tenho viés de variável omitida pelo espaço e pelo tempo, posso remover cada um dos vieses por meio das duas diferenças (considere dois grupos,  $i$  e  $j$  no espaço e dois períodos):

# Exemplo

- Se quero estimar o efeito da competição eleitoral sobre a concentração espacial de votos. Alguns distritos têm maior competição eleitoral, outros têm menor competição eleitoral. Vamos considerar binário e chamar de grande e pequena concentração eleitoral
- Meu estimando teórico pode ser o efeito causal de um distrito passar de baixa competição eleitoral para alta sobre a concentração espacial do voto (mudança de regra).
- Ou o efeito causal de um candidato passar de um distrito de baixa competição eleitoral para alta concentração sobre a concentração espacial dos seu votos.
- O parâmetro que representa essa pergunta é o ATE. Se eu estiver interessado no efeito entre os que efetivamente fizeram essa mudança, é o ATT.

# Entendendo o ATT

O ATT pode ser definido como a diferença média no resultado potencial do tratamento em relação ao resultado potencial do controle dos candidatos que mudaram efetivamente de distrito de baixa para alta competição ( $D = 1$ ) no período 2 ( $T = 2$ .)

$$ATT = \mathbb{E}[Y_i^1(2) - Y_i^0(2)|D = 1]$$

- Aqui, quero saber, no período 2, após ter mudado de distrito de baixa para alta competição, qual o efeito sobre a concentração espacial do voto.

## Diferença (ingênua) no tempo

- Como o DAG abaixo sugere, não basta comparar os mesmos candidatos antes da mudança de distrito e depois da mudança de distrito.
- Outras variáveis podem ter mudado entre um período e outro que causam a concentração de votos antes e depois da mudança. Ou seja, em geral:

$$\mathbb{E}[Y_i(2) - Y_i(1)|D_i = 1] \neq \mathbb{E}[Y^1(2) - Y^0(2)|D = 1]$$

### Diferença ingênua entre grupos (espaço)

Similarmente, não é suficiente comparar no período 2 candidatos em distritos de alta e baixa competição eleitoral.

Pode ser que haja diferenças sistemáticas entre candidatos que estão em distritos de alta competição e os de baixa competição.

$$\mathbb{E}[Y_i(2) - Y_j(2)|D_i = 1] \neq \mathbb{E}[Y^1(2) - Y^0(2)|D = 1]$$

- Suponha que a mudança (a diferença pré e pós) nos resultados potenciais do grupo tratado seria a mesma do grupo controle, se não tivessem recebido o tratamento, isto é:

$$\mathbb{E}[Y^0(2) - Y^0(1)|D = 1] = \mathbb{E}[Y^0(2) - Y^0(1)|D = 0]$$

Essa suposição é chamada de Tendências paralelas, pois trata do fato de que as mudanças nos tratamentos e controle são as mesmas, o que se reflete em retas paralelas.

	<b>Controle - <math>D_i = 0</math></b>	<b>Tratamento - <math>D_i = 1</math></b>
<b>Pré-tratamento - <math>T_i = 1</math></b>	$\mathbb{E}[Y^0(1)]$	$\mathbb{E}[Y^1(1)]$
<b>Pós-tratamento <math>T_i = 2</math></b>	$\mathbb{E}[Y^0(2)]$	$\mathbb{E}[Y^1(2)]$

Table 1: Potential outcomes in different periods and groups.



## DiD 2

Há duas formas equivalentes de pensar no estimador de DiD:

	<b>Estratégia 1</b>	<b>Estratégia 2</b>
<b>Diferença 1</b>	$\mathbb{E}[Y^1(2) - Y^0(1)   D = 1]$	$\mathbb{E}[Y^1(2) - Y^0(2)   T = 2]$
<b>Diferença 2</b>	$\mathbb{E}[Y^1(2) - Y^0(1)   D = 0]$	$\mathbb{E}[Y^1(2) - Y^0(2)   T = 1]$

Table 2: DiD estimator.

O DiD é sempre a diferença 1 menos a diferença 2.

## DiD 3

- Ou seja, o ATT pode ser estimado pela diferença das diferenças.
- Em nosso exemplo, temos dois períodos: 1 e 2 (eleição em  $t$  e eleição em  $t+1$ ), e dois cargos (deputado estadual e federal). Portanto, podemos estimar o efeito da competição eleitoral a partir da diferença entre a **mudança média nos tratados no tempo** e **mudança média no controle no tempo** ou a diferença entre a **mudança média entre tratados e controle no período 2** e **mudança média entre tratados e controle no período 1**. Ambos estimadores são iguais.
- Ou seja, posso tanto calcular a diferença na concentração do voto entre indivíduos que passaram de cargos estaduais para federais (tratados no tempo), essa é a diferença 1. E subtrair da diferença 2, a diferença na concentração de votos entre indivíduos que continuaram no cargo de deputado estadual (baixa competição política).
- Ou calcular a diferença na concentração de votos no período 2 entre candidatos a dep. federal e estadual, menos a diferença entre dep. federal e estadual no período 1.

# Estimador DiD

- A *switching equation* é  $Y_{it} = Y_{it}^0 \cdot (1 - D_{it}) + Y_{it}^1 \cdot D_{it}$
- Para o grupo de tratamento ( $D_{i1} = 1$ ), temos: Se  $t = 0$ ,  $Y_{i0} = Y_{i0}^0$ .

Se  $t = 1$ ,  $Y_{i1} = Y_{i1}^1$ .

- Para o grupo de controle ( $D_{i1} = 0$ ), temos: Se  $t = 0$ ,  $Y_{i0} = Y_{i0}^0$ .

Se  $t = 1$ ,  $Y_{i1} = Y_{i1}^0$ .

## Estimador DiD - Part 2

- $\Delta Y_{trat} = \mathbb{E}[Y_{i1}^1 | D_{i1} = 1] - \mathbb{E}[Y_{i0}^1 | D_{i0} = 1]$
- $\Delta Y_{controle} = \mathbb{E}[Y_{i1}^0 | D_{i1} = 0] - \mathbb{E}[Y_{i0}^0 | D_{i0} = 1]$
- DiD estimator:  $\Delta Y_{trat} - \Delta Y_{controle}$
- Usando observáveis:  
$$\mathbb{E}[Y_{i1} | D_{i1} = 1] - \mathbb{E}[Y_{i0} | D_{i0} = 1] - \mathbb{E}[Y_{i1} | D_{i1} = 0] - \mathbb{E}[Y_{i0} | D_{i0} = 1]$$

# Estimador DiD 3

- Suposição de tendências paralelas:

$$\mathbb{E}[Y_{i1}^0 - Y_{i0}^0 | D_{i1} = 1] = \mathbb{E}[Y_{i1}^0 - Y_{i0}^0 | D_{i1} = 0]$$

- O lado esquerdo reflete a mudança média antes e depois do tratamento, entre os tratados, no contrafactual (sem tratamento).
- O lado direito representa a mudança média antes e depois, no controle.

# Estimador DiD - estratégia 1

- A primeira diferença é:  $\mathbb{E}[Y_{i1}^1 - Y_{i1}^0 | D_{i1} = 1]$
- Usando a switching equation, temos:  $\mathbb{E}[Y_{i1}^1 - Y_{i1}^0 | D_{i1} = 1]$
- O lado esquerdo reflete a mudança média antes e depois do tratamento, entre os tratados, no contrafactual (sem tratamento).
- O lado direito representa a mudança média antes e depois, no controle.

# DiD - regressão

- É possível estimar um modelo de DiD com regressão.
- $y_{it} = \alpha + \beta_1 Post_t + \beta_2 Treat_i + \delta(Post_t \times Treat_i) + e_{it}$
- $y_{it} = \alpha_i + \gamma_t + \delta(Post_t \times Treat_i) + e_{it}$
- A segunda parametrização é chamada de “two-way fixed effects”, pois usamos um efeito fixo de unidade e um de tempo.

# Erro padrão

Block bootstrapping standard error

Inserir conteúdo

Clustering standard errors at the group level.

Inserir conteúdo



# Referências

<https://jrnold.github.io/intro-methods-notes/panel-data-fixed-effects-and-difference-in-difference.html#basic-differences-in-differences-model>

<https://diff.healthpolicydatascience.org/#confounding>

<https://diff.healthpolicydatascience.org/#ref-vanderlaanrobins2003>

<https://theeffectbook.net/ch-DifferenceinDifference.html>

[https://bookdown.org/mike/data\\_analysis/difference-in-differences.html](https://bookdown.org/mike/data_analysis/difference-in-differences.html)

[https://bookdown.org/cuborican/RE\\_STAT/difference-in-differences.html](https://bookdown.org/cuborican/RE_STAT/difference-in-differences.html)