Lista de exercício 3 - solução final

Manoel Galdino

2023-03-24

1. Escreva as informações que especificam um jogo na forma normal (Número de jogadores, estratégias e funções de utilidade) e a matriz de payoff dos seguintes jogos apresentados em aula: Dilema do Prisioneiro, Bach e Stravinsky, Jogo do Chicken e Stag Hunt.

Resposta. 1.1 DP: Designando confessar por C e não confessar por NC, temos: o DP é formado por: jogadores $N = \{1, 2\}$, estratégias $S_i = \{C, NC\}, i = \{1, 2\}$, e payoffs $U_i(s_1 = C, s_2 = C) = -2, i = \{1, 2\}$, $U_i(s_1 = NC, s_2 = NC) = -5, i = \{1, 2\}$, $U_1(s_1 = C, s_2 = NC) = 0$ e $U_2(s_1 = C, s_2 = NC) = -10$, $U_1(s_1 = NC, s_2 = C) = -10$ e $U_2(s_1 = NC, s_2 = C) = 0$.

A matriz de payoff é:

	C	NC
C	(-2,-2)	(0,-10)
NC	(-10,0)	(-5,-5)

ps.: se você deixar claro que se trata de anos de prisão na matrriz de payoff, os números podem ser positivos. Porém, a função utilidade tem de ter número negativo no DP, pois ela retorna um número real (que mede utilidade), e não anos de prisão.

1.2

Bach e Stravinsky. Designando Bach por B e Stravinsky por S, temos:

jogadores $N = \{1, 2\}$, estratégias $S_i = B, S, i = \{1, 2\}$, e payoffs $U_1(s_1 = B, s_2 = B) = 2$ e $U_2(s_1 = B, s_2 = B) = 1$, $U_i(s_1 = B, s_2 = S) = 0, i = \{1, 2\}$, $U_i(s_1 = S, s_2 = B) = 0, i = \{1, 2\}$, $U_1(s_1 = S, s_2 = S) = 1$ e $U_2(s_1 = S, s_2 = S) = 2$

A matriz de payoff é:

	B	S
B	(2,1)	(0,0)
S	(0,0)	(1,2)

1.3 Chicken

Designando Desvia por D e Não desvia por ND, temos:

jogadores $N = \{1, 2\}$, estratégias $S_i = D, ND, i = \{1, 2\}$, e payoffs $U_1(s_1 = D, s_2 = ND) = -1$ e $U_2(s_1 = D, s_2 = ND) = 2$, $U_i(s_1 = D, s_2 = D) = 0, i = \{1, 2\}$, $U_i(s_1 = ND, s_2 = ND) = -10, i = \{1, 2\}$, $U_1(s_1 = ND, s_2 = D) = 2$ e $U_2(s_1 = ND, s_2 = D) = -1$

A matriz de payoff é

	D	ND
D	(0,0)	(-1,2)
ND	(2,-1)	(-10,-10)

1.4. Stag Hunt Designando caça o cervo por C e caça a lebre por L, temos:

Jogadores $N = \{1, 2\}$, estratégias $S_i = C, L, i = \{1, 2\}$, e payoffs $U_1(s_1 = L, s_2 = C) = 2$ e $U_2(s_1 = L, s_2 = C) = 0$, $U_i(s_1 = C, s_2 = C) = 3, i = \{1, 2\}$, $U_i(s_1 = L, s_2 = L) = 1, i = \{1, 2\}$, $U_1(s_1 = C, s_2 = L) = 0$ e $U_2(s_1 = C, s_2 = L) = 2$

A matriz de payoff é:

	Cervo	Lebre
Cervo	(3,3)	(0,2)
Lebre	(2,0)	(1,1)

2. Para os jogos da questão anterior, responda às seguintes perguntas:

a) Existe alguma estratégia estritamente dominada para algum (ou ambos) jogador(es)? Se sim, qual.

Resposta: No DP, (C) é estritamente dominada, pois é sempre melhor não confessar do que confessar para ambos jogadores. Nos demais jogos, não existe estratégia estritamente dominada.

b) existe um equilírio de estratégia estritamente dominante? Se sim, qual? Para o DP, pois após eliminar C, temos apenas (NC, NC) como equilíbrio de estratégia dominante

c) Existe algum equilíbrio de Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas? Se sim, qual? Ele é ótimo de Pareto? No DP, como mostrado acima. Nos demais, não existe EIEED, pois não há estratégias estritamente dominadas a serem eliminadas.

3. Considere o seguinte jogo representado na forma normal:

	Esquerda	Centro	Direita
Alto	(2,3)	(3,1)	(1,2)
Baixo	(3,1)	(1,0)	(2,1)

a) Existe alguma estratégia estritamente dominada para algum (ou ambos) jogador(es)? Se sim, qual? R. Centro é estritamente dominada por Esquerda para a jogadora 2.

b) existe um equilírio de estratégia estritamente dominante? Se sim, qual? Não, pois 1 não tem estratégia dominante.

c) Existe algum equilíbrio de Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas (EIEED)? Se sim, qual? Ele é ótimo de pareto?

R. Se eliminarmos centro para a jogadora 2, na matriz de pyaoff resultante, Alto é estritamente dominada por Baixo para 1, que pode ser eliminada. Na nova matriz, 1 joga sempre Baixo, e 2 pode escolher entre Esquerda (payoff 1) e Direita (payoff 1), não restando mais eliminação. Assim, temos duas possibilidades: (Baixo, Esquerda) e (Baixo, Direita). Nesse caso, dizemos que o jogo não é resolvível por EIEED. Como o jogo não é resolvível, não cabe falar em ótimo de Pareto.

4. Para esta questão, considere que uma estratégia A é fracamente dominada por B se B é fracamente preferida à A, ou seja, $u(A) >= u(B)$, independentemente das estratégias dos demais jogadores. Veja que isso implica que uma estratégia estritamente dominada é fracamente dominada, mas o contrário não é necessariamente verdade. Considere então o seguinte jogo.

	Esquerda	Centro	Direita
Alto	(2,3)	(3,1)	(1,2)
Baixo	(3,1)	(1,1)	(2,1)

a) Identifique, para a jogadora 2, a estratégia fracamente dominada. Centro é fracamente dominada por Esquerda e direita é fracamente dominada por esquerda.

5. Nesta questão, iremos considerar a Eliminação Iterativa de Estratégias Fracamente Dominadas (EIEFD), definida de maneira similar à EIEED em classe (em vez de eliminar apenas estratégias estritamente dominadas, eliminamos as estratégias fracamente dominadas). Considere o seguinte jogo representado na forma normal:

	Esquerda	Centro	Direita
Alto	(1,1)	(1,3)	(2,4)
Baixo	(2,3)	(1,3)	(2,2)

a) Mostre que EIEFD pode levar a resultados diferentes usando ordens de eliminação de estratégias distintas. Dica: Implemente a EIEFD por uma estratégia fracamente dominada e depois repita o procedimento começando pela eliminação de outra estratégia fracamente dominada e compare os resultados.

R. Vamos começar eliminando Esquerda para a jogadora 2, que é fracamente dominada por Centro. Na matriz resultante, podemos eliminar Alto como fracamente dominada por Baixo (geram os mesmos payoffs) . E agora, podemos eliminar Direita, resultandoem (Baixo, Centro).

Se, porém, no passo 2 eu eliminar Baixo em vez de alto para a jogadora 1, teremos como equilíbrio (Alto, Direita). Isso mostra que a ordem de eliminação pode alterar o equilíbrio de um jogo.

b) A apicação de EIEED em diferentes ordens, diferentemente de EIEFD, gera sempre o mesmo resultado. Como você interpreta essa diferença em termos das previsões de cada tipo de solução de um jogo?

A EIEED tem previsões de equilíbrio mais robustas, pois não há critério óbvio na teoria para distinguir entre possíveis equilíbrios por EIEFD.

6. Em um pênalti no jogo de futebol, suponha que os jogadores podem chutar na esquerda, no centro ou no canto direito (desconsidere a altura da bola). Similarmente, o goleiro pode escolher umas das três opções para tentar agarrar a bola. Suponha também que batedores e goleiros devem escolher simultaneamente aonde a bola irá. Se o goleiro pular na mesma direção da bola, o goleiro ganha e o batedor perde. Se pular em uma direção diferente, o batedor ganha. Modele esse jogo como um jogo na forma normal (isto é, escreva o número de jogadores, estratégias e funções de utilidade dos jogadores) e a matriz de payoff.

Resposta (matriz de payoff):

Uma vez que os payoffs podem ser números arbitrários, desde que representem a ordem, iremos considerar que o goleiro defender o pênalti dá payoff 1 para ele, e zero para o jogador e que se for gol, é o contrário (1 para o jogador, zero para o goleiro). Assim, colocando o goleiro nas linhas e o jogador nas colunas, a matriz de payoff fica:

	Esquerda	Centro	Direita
Esquerda	(1,0)	(0,1)	(0,1)
Centro	(0,1)	(1,0)	(0,1)
Direita	(0,1)	(0,1)	(1,0)

7. Três jogadoras vivem em um bairro e podem contribuir para custear uma iluminação de um poste. O valor da iluminação é 3 unidades monetárias para cada jogadora e o valor de ficarem sem iluminação é 0. A associação do Bairro pede que cada jogadora contribua 1 unidade monetária cada (ou nada). Se pelo menos duas jogadoras contribuírem, a iluminação é instalada. Se uma ou nenhuma pessoa contribuir, a iluminação não é instalada e quem deu o dinheiro não terá ele de volta. Escreva a forma normal do jogo.

Resposta (matriz de payoff):

Podemos escrever duas matrizes de payoff. A primeira considerando quando a terceira jogadora contribui e a segunda matriz quando a terceira jogadora não contribui. Então fica assim:

Primeria matriz de payoff:

	Contribui	Não contribui
Contribui	(2,2,2)	(2,3,2)
Não contribui	(3,2,2)	(0,0,-1)

Segunda matriz de payoff

	Contribui	Não contribui
Contribui	(2,2,3)	(-1,0,0)
Não contribui	(0,-1,0)	(0,0,0)

8. Em uma rede social, suponha que temos apenas três pessoas que se seguem (e não podem bloquear umas às outras) e podem fazer uma postagem sensacionalista ou não. Uma postagem sensacionalista atrai mais engajamento e mais seguidores do que a não-sensacionalista. Elas gostam de ganhar mais seguidores e não se importam se sua postagem é sensacionalista. Porém, se elas vêem em sua linha do tempo postagem sensacionalista de outras pessoas, acham isso ruim. Assim, suas preferências podem ser representadas pelos seguintes payoffs. Se uma jogadora posta algo sensacionalista, ganha 3 e se posta algo não sensacionalista, ganha 1. Se ela nao vir nenhuma mensagem sensancionalista alheia em sua linha do tempo, nem ganha nem perde nada (ganha zero). Se ela vir uma postagem alheia, perde 2 e se vir duas postagens alheias, perde 4. Todas têm as mesmas preferências. Suponha que devem decidir simultaneamente se irão postar algo sensacionalista ou não (rodada única).

Resposta (matriz de pyaoff): Os payoffs são da seguinte maneira. 3 postagens sensacionalistas geram payoff de -1 para todas. 2 postagens sensacionalistas geram payoff de -3 para quem faz postagem não sensacionalista, e 1 para quem faz postagem sensacionalista. 1 post sensacionalista gera 3 para quem faz o post e -1 para quem não faz post sensacionalista. Por fim, payoff de 1 se todas postam mensagens não-sensacionalistas.

As estratégias são postagem sensacionalista ou não sensacionalista. Como no item anterior, vamos considerar primeiro que a jogadora 3 faz postagem sensacionalista, e depois que faz não sensacionalista.

Primeria matriz de payoff:

	Sensacionalista	Não sensacionalista
Sensacionalista	(-1,-1,-1)	(1,-3,1)
Não sensacionalista	(-3,1,1)	(-1,-1,3)

Segunda matriz de payoff

	Sensacionalista	Não sensacionalista
Sensacionalista	(1,1,-3)	(3,-1,-1)
Não sensacionalista	(-1,3,-1)	(1,1,1)

9. Há dois bares em uma cidade, cujas proprietárias são A e B, que podem cobrar 2 reais, 4 reais ou 5 reais por bebida. Todos os dias, há 6.000 turistas e 4.000 moradores locais que decidem qual bar visitar. (Cada pessoa pode ir apenas a um bar e cada pessoa deve ir a pelo menos um bar, onde cada pessoa consome exatamente uma bebida.) Como os turistas não têm ideia sobre os bares, eles escolhem aleatoriamente sem levar em consideração os preços. No entanto, os moradores locais sempre vão ao bar mais barato (e escolhem aleatoriamente se os preços forem os mesmos).

Resposta (matriz de pyaoff):

	2	4	5
2	(10,10)	(14,12)	(14,15)
4	(12,14)	(20,20)	(28,15)
5	(15,14)	(15,28)	(25,25)

10. Considere o seguinte cenário de leilão. Duas pessoas, jogadora 1 e jogadora 2, estão competindo para obter um objeto de valor. Cada jogadora faz um lance em um envelope lacrado sem saber o lance da outra jogadora. Os lances devem ser em múltiplos de 100 reais e o valor máximo do lance é de 500 reais. O objeto tem um valor de 400 reais para a jogadora 1 e 300 reais para a jogadora 2. A licitante com o lance mais alto ganha o objeto. Em caso de empate, a jogadora 1 fica com o objeto. O vencedor do objeto paga o valor do seu lance. Se ela não ganhar o objeto, seu payoff é zero.

Resposta (matriz de pyaoff):

	0	100	200	300	400	500
0	(400,0)	(0,200)	(0,100)	(0,0)	(0,-100)	(0,-200)
100	(300,0)	(300,0)	(0,100)	(0,0)	(0,-100)	(0,-200)
200	(200,0)	(200,0)	(200,0)	(0,0)	(0,-100)	(0,-200)
300	(100,0)	(100,0)	(100,0)	(100,0)	(0,-100)	(0,-200)
400	(0,0)	(0,0)	(0,0)	(0,0)	(0,0)	(0,-200)
500	(-100,0)	(-100,0)	(-100,0)	(-100,0)	(-100,0)	(-100,0)