Aula 1

Manoel Galdino

2023-05-05

Fundamentals of Regreession

Nós definidmos o erro de um estimador ou previsão de uma v.a. Y, m, como $e = m - Y$.

Ali, estávamos interessados em ver quanto um estimador errava. Agora, estamos interesados em ver quanto uma previsão é errada por um estimador m qualquer. Iremos, portanto, definir o erro e como: $Y - m$. Obviamente o valor absoluto dessa iferença, ou o quadrado dela, darão o mesmo resultado que se eu calculasse a diferença com sinal trocado, $m - Y$. Então, é mais uma questão de conveniência.

Qual o valor de m que minimiza $\mathbb{E}[(Y - m)^2]$?

Vamos aplicar o truque matemático que usamos para mostrar que o EQM pode ser decomposto em viés ao quadrado do estimador mais variância do estimador.

1. Começamos somando e subtraindo μ

$\mathbb{E}[(Y - m)^2] = \mathbb{E}[(Y - \mu + \mu - m)^2]$. Aqui eu somei e adicionei o mesmo valor, o que não altera a equação.

Reordenando os termos, temos:

Veja que se eu chamar $Y - \mu = a$ e $\mu - m = b$, tenho:

$\mathbb{E}[(a + b)^2]$. Aplicando a regra do quadrado:

$\mathbb{E}[a^2 + 2 * a * b + b^2]$

Substituindo a e b, temos: $\mathbb{E}[(Y - \mu)^2 + 2 * (Y - \mu) * (\mu - m) + (\mu - m)^2]$

Linerariadade:

$\mathbb{E}[(Y - \mu)^2] + 2 * (\mu - m) * \mathbb{E}[(Y - \mu)] + \mathbb{E}[(\mu - m)^2]$

todo o termo multiplicado por 2 vai para zero. De forma que obtemos:

$\mathbb{E}[(Y - \mu)^2] + \mathbb{E}[(\mu - m)^2]$

Note que $\mathbb{E}[(Y - \mu)^2] = Var(Y)$ e $\mathbb{E}[(\mu - m)^2] > 0$ se $\mu \neq m$.

Isso significa que, sempre que m for diferente da média populacional de Y, poderemos reduzir o erro quadrático médio da previsão adotando a média como estimador. O que é um outro jeito de dizer que a média me dá o menor erro quadrático médio.