Taller Análisis Numérico
Interpolación

Para el desarrollo de los siguientes ejercicios utilice R únicamente y una precisión de tres cifras.
Las respuestas van en la hoja, las graficas deben ir junto con la impresión de los resultados en un archivo.R subido en cada repositorio

1. Dados n+1 nodos distintos, demuestre que el polinomio interpolante es único
2. Considere el comportamiento de gases no ideales se describe a menudo con la ecuación virial de estado.
   los siguientes datos para el nitrógeno :
   T(K) 100 200 300 400 450 500 600
   B(cm3/mol) 160 35 4.2 9.0 ? 16.9 21.3
   Donde:

   El comportamiento de gases no ideales se describe a menudo con la *ecuación virial de estado*

$$\frac{PV}{RT} = 1 + \frac{B}{V} + \frac{C}{V^2} + \ldots,$$

   donde P es la presión, V el volumen molar del gas, T es la temperatura Kelvin y R es la constante de gas ideal. Los coeficientes B $C(T), \ldots$ son el segundo y tercer coeficiente virial, respectivamente. En la práctica se usa la serie truncada

$$\frac{PV}{RT} \approx 1 + \frac{B}{V}$$

   a. Determine un polinomio interpolante para este caso(escriba el polinomio)
   b. Utilizando el resultado anterior calcule el segundo y tercer coeficiente virial a 450K
   c. Grafique los puntos y el polinomio que ajusta
   d. Utilice la interpolación de Lagrange y escriba el polinomio interpolante
   e. Grafique los puntos y el polinomio interpolante de Lagrange
   f. ¿Cuál es el segundo y tercer coeficiente virial a 450K?. con el método de Lagrange
   g. Compare su resultado con la serie truncada (modelo teórico), cuál de las tres aproximaciones es mejor por qué?
3. Sea $f(x) = e^x$en el intervalo $[0,1]$
   a. Tabular varios puntos y grafíquelos
   b. Interpolar con el método de Lagrange,
   c. Utilizando 8 cifras decimales o más, en cada entrada, determine el tamaño del paso que me produzca un error por debajo de 10^{-6}
4. En la tabla que sigue aparece las estadísticas de un curso con la cantidad de estudiantes en cada rango de notas.

Rango de Notas	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
No Estudiantes	35	48	70	40	22

   a. Estime la cantidad de estudiantes con nota menor o igual a 55.Utilice un ajuste polinómico
   b. Estime la cantidad de estudiantes con nota menor o igual a 55.Utilice un ajuste de Lagrange
5. Considere la función de valor real dada por $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ conocida en el intervalo $[-1,1]$ y una partición de la forma $x_i = \cos\left(\frac{2(n-i)+1}{2n+2}\pi\right)$, $i = 0,1,2,\ldots,n.$ para
   . Demuestre que para un valor en el intervalo se tiene que:

,

$$|f(x^*) - P_n(x^*)| \leq \frac{M}{(n+1)!}\frac{1}{2^n} \quad \text{si} \quad |f^{(n+1)}(x)| \leq M \quad \text{para todo} \quad x \in [a,b].$$

6. Utilice el polinomio de Taylor para interpolar $f(x) = e^x$, x_0=0 y $f(x) = \frac{1}{x}$.
   a. Implemente un código en R para la solución del problema con 5 cifras
   b. Escriba el polinomio resultante en cada caso
   c. Considera que el polinomio es un buen interpolador, justifique su respuesta

7. Se desea aproximar la función $tan(x)$ en el intervalo $[-\pi/2,\pi/2]$.

   a. Considerar como nodos de interpolación los puntos $x_k=k.\alpha$, para k=0, ±1, ±2, ±3, precisamente en este orden. Utilice una interpolación polinómica y escriba el polinomio resultante.

   b. Grafique por lo menos 10 puntos y el polinomio resultante

   c. Utilice el método de Lagrange 150 intervalos. ¿Cuál es el error máximo apreciado en la tabla de valores?

   d. Determine el α que minimice el error máximo. Explicar el procedimiento seguido en su determinación, y demuestre su resultado