



Analysis und Lineare Algebra

Vorlesung im Wintersemester 2014/2015
Prof. Dr. habil. Christian Heinlein

7. Übungsblatt (17. November 2014)

Aufgabe 12: Ableitung der Umkehrfunktion

Die Funktion $\arcsin x$ ist die Umkehrfunktion der Funktion $\sin x$, wenn man diese auf das Intervall $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ einschränkt, d. h. es gilt: $\sin \arcsin x = x$.

- Wie lautet der Definitions- und Wertebereich der Funktion $\arcsin x$? Skizzieren Sie die Funktion!
- Zeigen Sie durch Anwendung des entsprechenden Satzes der Vorlesung: $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$!
(Hinweis zur Vereinfachung des resultierenden Ausdrucks: $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$.)

Aufgabe 13: Regeln von Bernoulli-de l'Hospital

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte!

- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0+} x \ln x$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 5x^2 + 3x - 7}{x^2 + 2x - 1}$

Aufgabe 14: Stückweise Integration

Berechnen Sie das Integral $\int_1^n \lfloor x \rfloor dx$ für $n \in \mathbb{N}$, indem Sie den Integrationsbereich geeignet zerlegen und die Funktion stückweise integrieren!