Politechnika Poznańska
Wydział Informatyki i Telekomunikacji

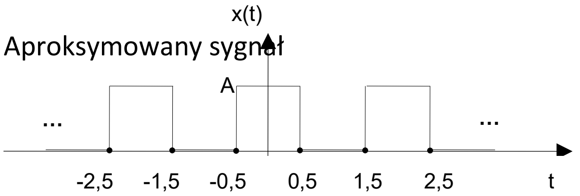
Wstęp do Cyfrowego Przetwarzania Sygnałów - Laboratorium

Efekt Gibbsa

1. **Wstęp do cyfrowego przetwarzania sygnałów – laboratorium** 2. **Temat: Efekt Gibbsa**		
3. **Imię i nazwisko**: Marcel Garczyk		
4. **Data ćwiczenia: 10.03.2022**	5. **Data oddania sprawozdania:** 6. **10.03.2022**	7. **Ocena:**

8. Ćwiczenie

Aproksymowany sygnał



$\omega_0 = 2\pi/T_0$

$T_0 = ?$ → $\omega_0 = ?$

1. Określić **maksymalną** wartość zafalowania (przerzutu) **Δ** dla dwóch różnych wartości A, $A \in [2,9]$

- przy różnych wartościach N (wówczas ω_0 = const) ; **$N \geq 4$**
- przy różnych wartościach ω_0 (wówczas N = const)

A?_w?_N?

TABELE DO APROKSYMACJI TRYGONOMETRYCZNEJ

A= 3	Liczba wyrazów w szeregu						T_0 = ?	f_0 = ?
	N=5		N=55		N=555			
	Δ	**P=(Δ/A)*100%**	Δ	**P=(Δ/A)*100%**	Δ	**P=(Δ/A)*100%**		
$\omega_0 = 0{,}4\pi$	0.2825	9.4178	0.2686	8.9543	0.2684	8.9477	5	1/5
$\omega_0 = \pi$	0.2825	9.4178	0.2686	8.9543	0.2685	8.9490	2	1/2
$\omega_0 = 4\pi$	0.2825	9.4178	0.2686	8.9543	0.2678	8.9257	1/2	2

A= 5	Liczba wyrazów w szeregu						T_0 = ?	f_0 = ?
	N=5		N=55		N=555			
	Δ	**P=(Δ/A)*100%**	Δ	**P=(Δ/A)*100%**	Δ	**P=(Δ/A)*100%**		
$\omega_0 = 0{,}4\pi$	0.4709	9.4178	0.4477	8.9543	0.4474	8.9477	5	1/5
$\omega_0 = \pi$	0.4709	9.4178	0.4477	8.9543	0.4475	8.9490	2	1/2
$\omega_0 = 4\pi$	0.4709	9.4178	0.4477	8.9543	0.4463	8.9257	1/2	2

TABELE DLA APROKSYMACJI SZEREGIEM ZESPOLONYM

A= 3	Liczba wyrazów w szeregu						T_0 = ?	f_0 = ?
	N=5		N=55		N=555			
	Δ	**P=(Δ/A)*100%**	Δ	**P=(Δ/A)*100%**	Δ	**P=(Δ/A)*100%**		
$\omega_0 = 0{,}4\pi$	0.2825	9.4178	0.2686	8.9543	0.2684	8.9477	5	1/5
$\omega_0 = \pi$	0.2825	9.4178	0.2686	8.9543	0.2685	8.9490	2	1/2
$\omega_0 = 4\pi$	0.2825	9.4178	0.2686	8.9543	0.2678	8.9257	1/2	2

A= 5	Liczba wyrazów w szeregu						T_0 = ?	f_0 = ?
	N=5		N=55		N=555			
	Δ	**P=(Δ/A)*100%**	Δ	**P=(Δ/A)*100%**	Δ	**P=(Δ/A)*100%**		
$\omega_0 = 0{,}4\pi$	0.4709	9.4178	0.4477	8.9543	0.4474	8.9477	5	1/5
$\omega_0 = \pi$	0.4709	9.4178	0.4477	8.9543	0.4475	8.9490	2	1/2
$\omega_0 = 4\pi$	0.4709	9.4178	0.4477	8.9543	0.4463	8.9257	1/2	2

2. Obliczyć wartości **T_0, f_0**

Wyniki umieszczono w tabelach.

3. Ustalić **jak zależy** wartość **P** od N oraz **P** od ω_0 $P=f_1(N)$ i ω_0=const. $P=f_2(\omega_0)$ i N=const.

Na podstawie tabel możemy stwierdzić, że P, zmniejsza się wraz ze zwiększaniem N (ilości harmonicznych użytych do aproksymacji sygnału), zauważamy też że zmiana w0 w zasadzie nie wpływa na zmianę P, jedynie gdy, N=XXX to P zmniejsza się dla większych w0, lecz w zasadzie jest to pomijalna różnica, rzędu dziesięciotysięcznych.

4. Ustalić czym różnią się wartości **Δ** i **P** w zależności od wartości **A** (porównanie dwóch tabel dla dwóch wartości **A**)

Na podstawie tabel, zarówno dla aproksymacji szeregiem trygonometrycznym jak i zepsolonym zauważamy, że zwiększenie **A (amplitudy)**, zwiększa **Δ** (błąd wynikajacy z aproksymacji), ale nie zmienia **P.**

!

mocno zwiększa?

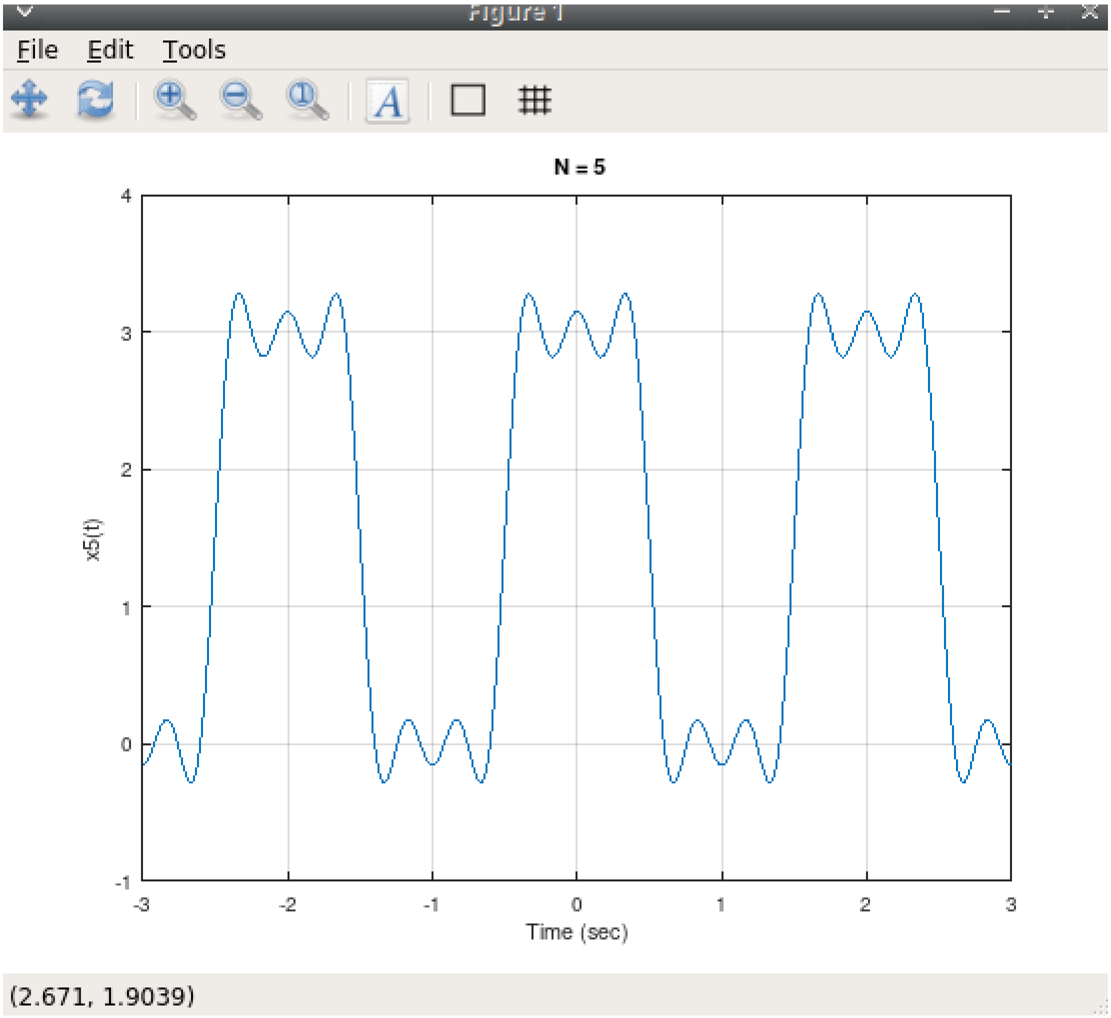
5. Jak zmienia się **postać** sygnału aproksymującego sygnał prostokątny, w zależności od N.

Różnicę zobrazują poniższe zrzuty ekranu.
Użyta pulsacja: w0 = pi, A=3

TRYGONOMETRYCZNY

ZESPOLONY

N=5



N=55

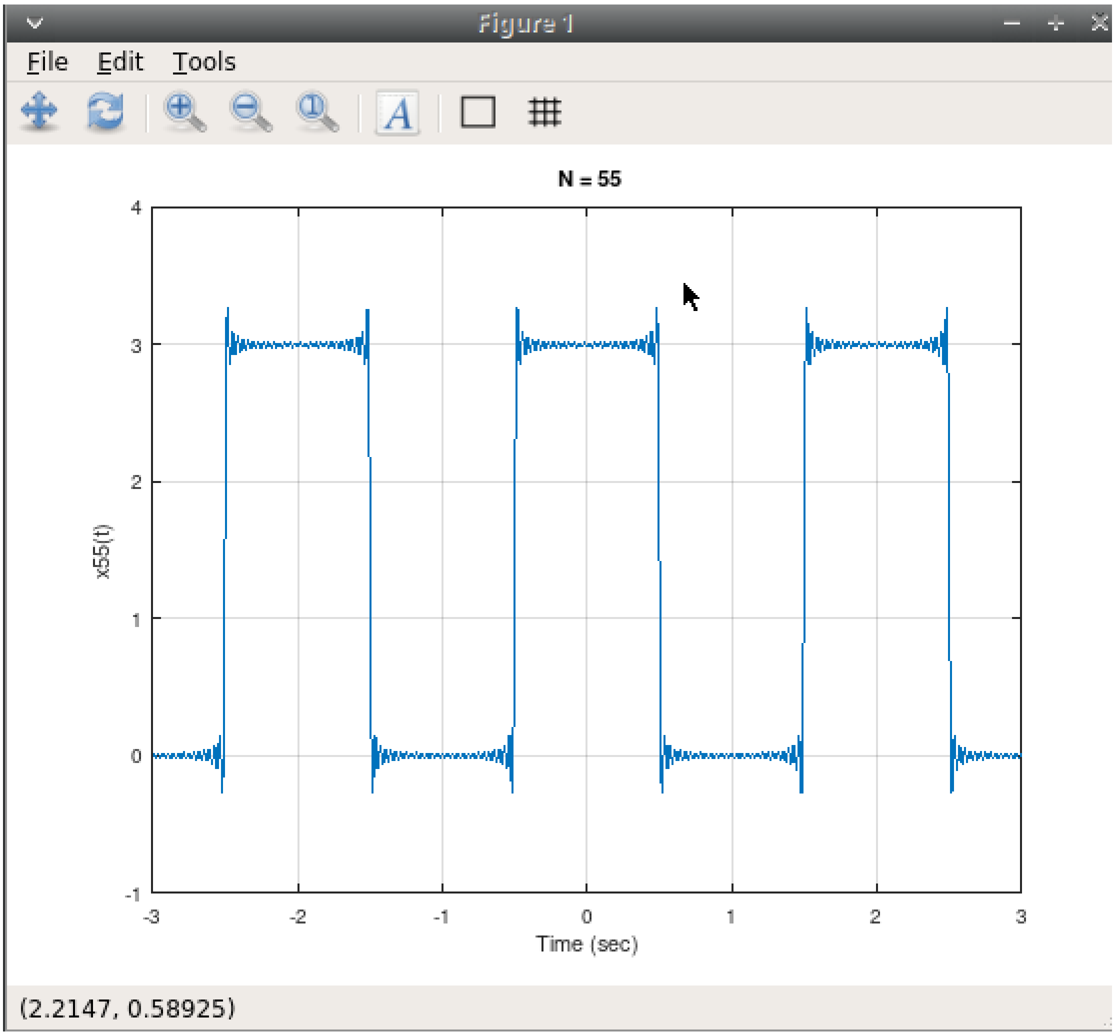


Figure 1
File Edit Tools
N = 55
x55(t)
Time (sec)
4
3
2
1
0
-1
-3
-2
-1
0
1
2
3
(2.2147, 0.58925)

N=555

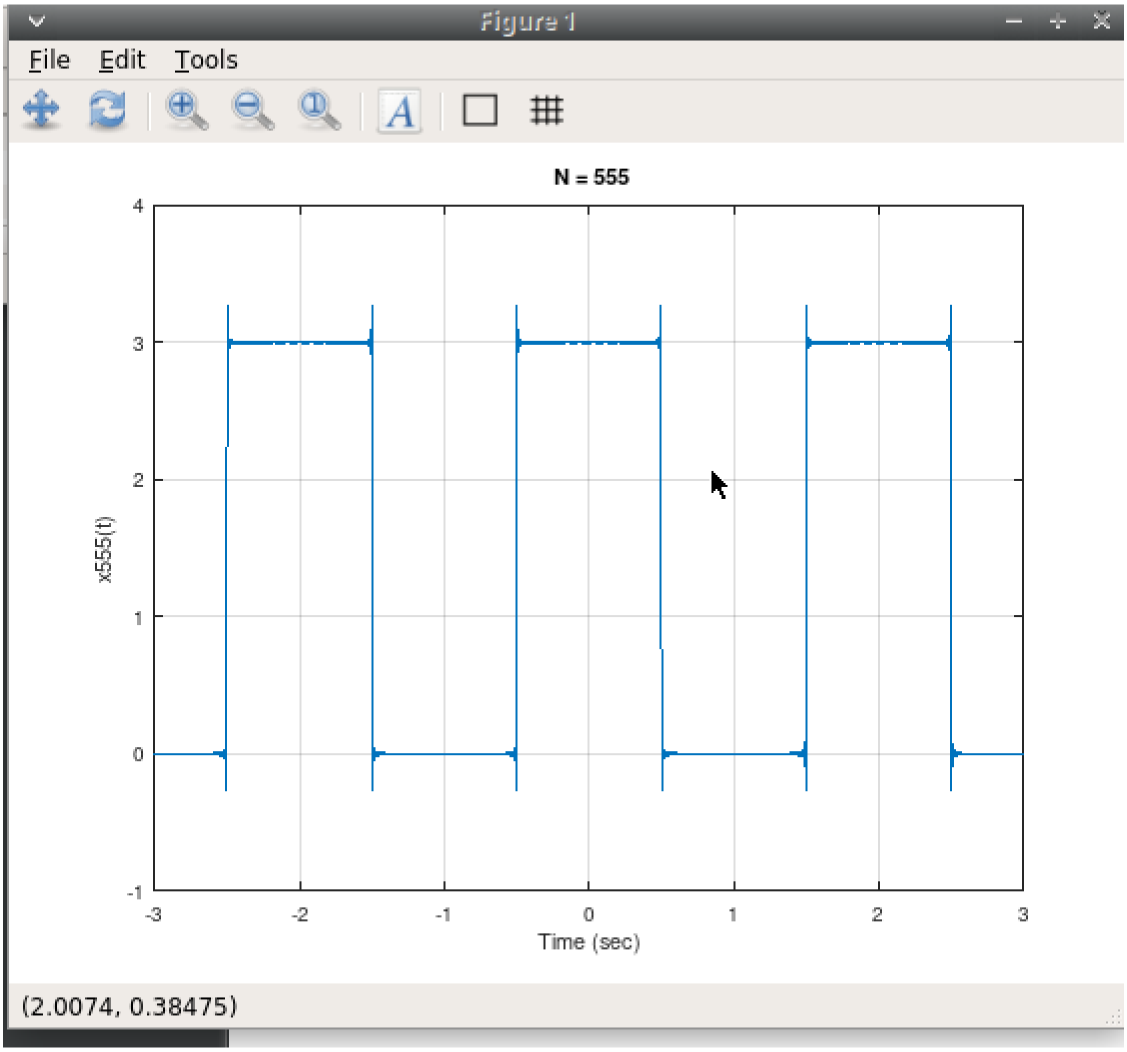
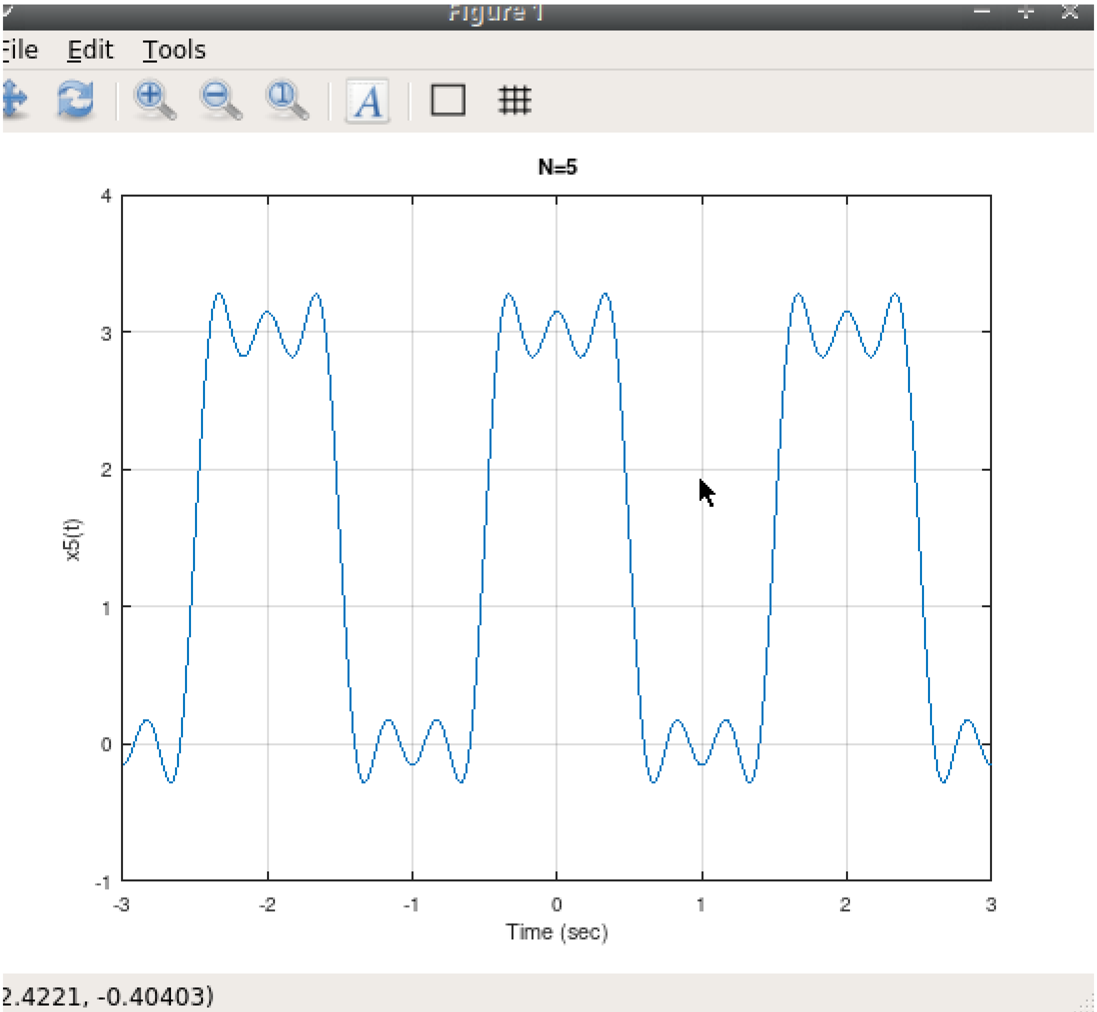


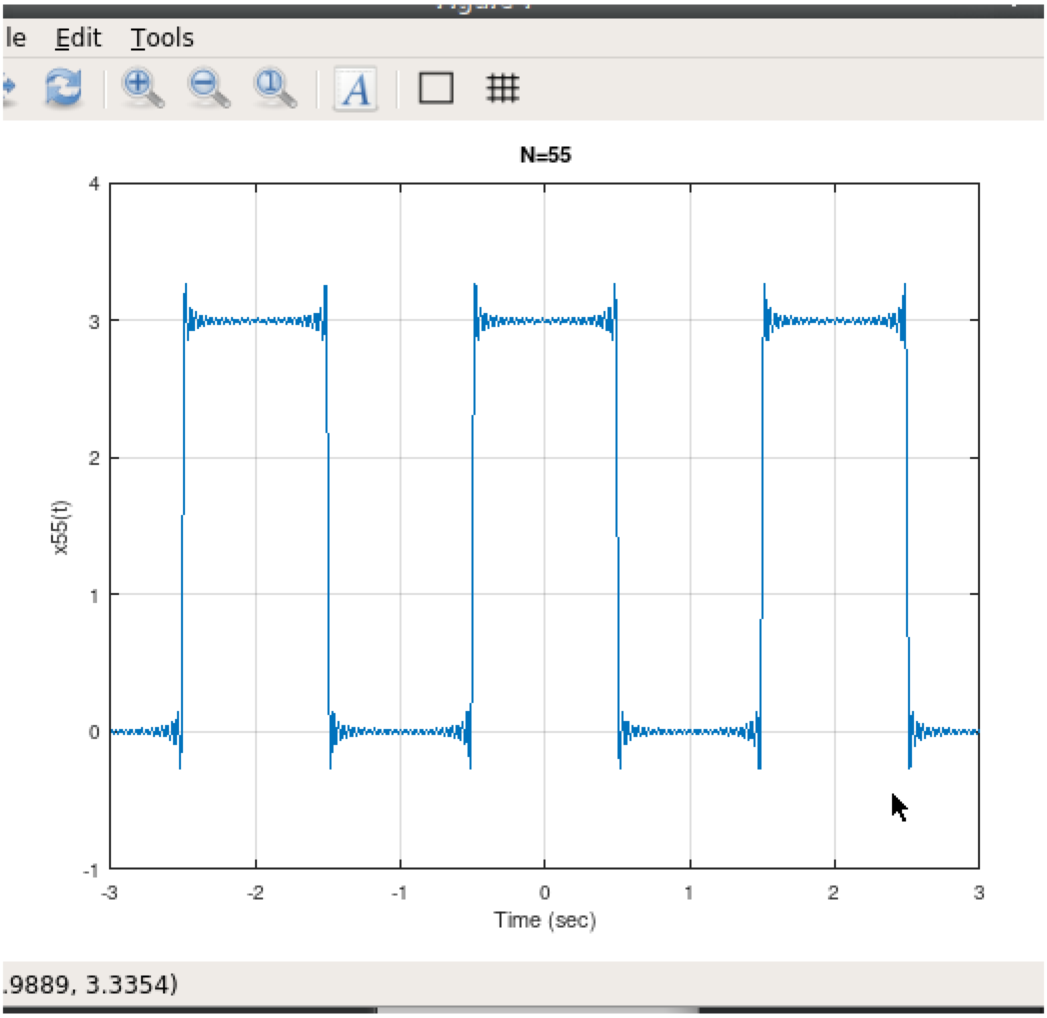
Figure 1
File
Edit
Tools
N = 555
x555(t)
Time (sec)
4
3
2
1
0
-1
-3
-2
-1
0
1
2
3
(2.0074, 0.38475)

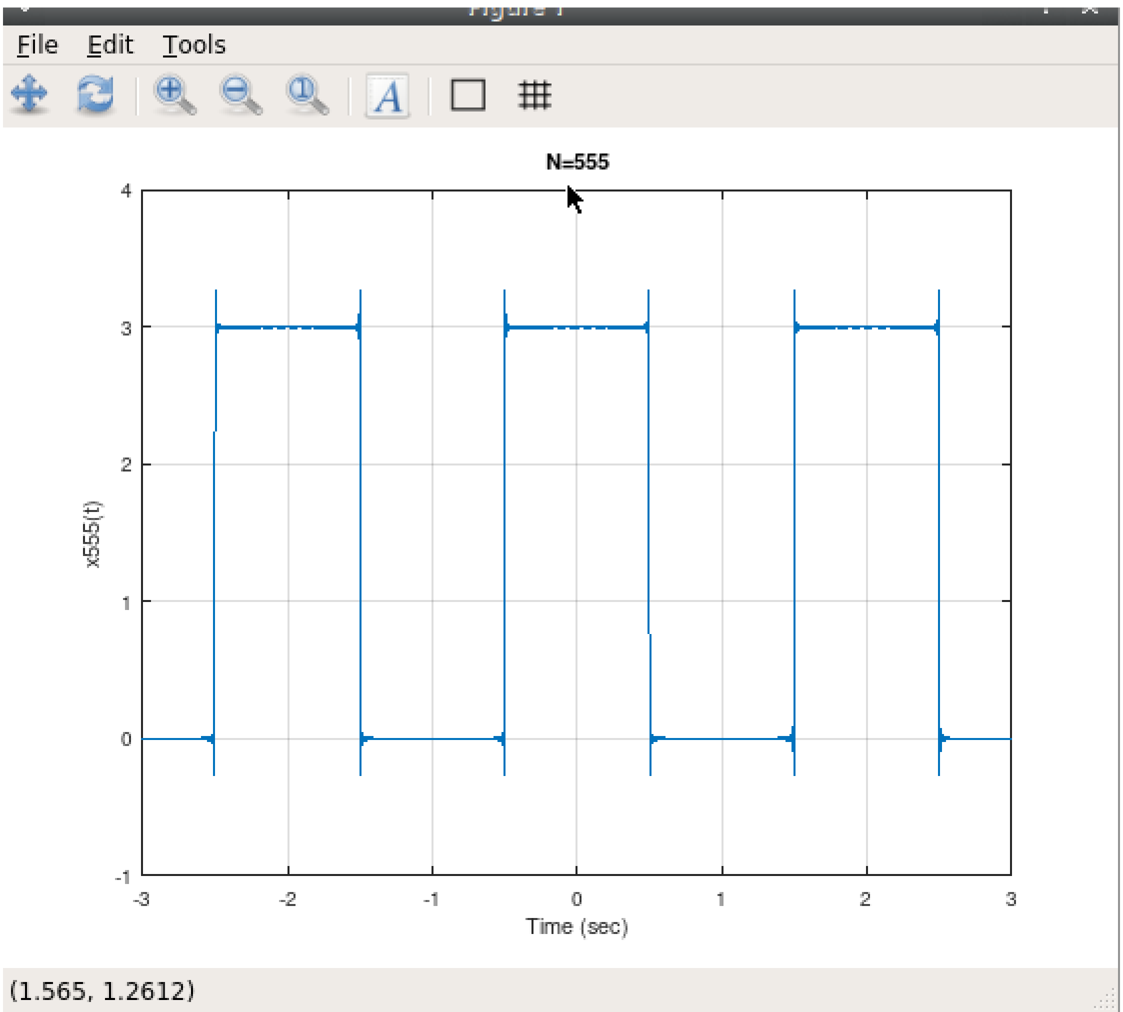
SZEREG TRYGONOMETRYCZNY

N=5



N=55


le Edit Tools
N=55
x55(t)
Time (sec)
.9889, 3.3354)


File Edit Tools
N=555
x555(t)
Time (sec)
(1.565, 1.2612)

N=555

A jakiś opis do tego co Pan pokazał?

6. Wykonać obliczenia - przedstawić sygnał z rysunku w postaci trygonometrycznego / wykładniczego szeregu Fouriera

LAB1 - CPS - EFEKT GIBBSA

PRZEBIEG WZÓR SZEREG ZESPOLONY

$$F_0 = \frac{1}{T}\int_T f(t)\,dt = \frac{1}{T}\left(\int_0^{\frac{T}{4}} A\,dt + \int_{\frac{3}{4}T}^{T} A\,dt\right) =$$

$$= \frac{A}{T}\left([t]_0^{\frac{T}{4}} + [t]_{\frac{3}{4}T}^{T}\right) =$$

$$= \frac{A}{T}\left(\frac{T}{4} + \frac{T}{4}\right) = \frac{A}{T}\cdot\frac{T}{2} = \frac{A}{2}$$ ✓

$$F_k = \frac{1}{T}\int_T f(t)\cdot e^{-jk\overset{\omega_0}{\frac{2\pi}{T}}t}\,dt =$$

$$= \frac{1}{T}\left(\int_0^{\frac{T}{4}} A e^{-jk\omega_0 t}\,dt + \int_{\frac{3}{4}T}^{T} A e^{-jk\omega_0 t}\,dt\right) =$$

$$= \frac{A}{T}\left(\int_0^{\frac{T}{4}} e^{-jk\omega t}\,dt + \int_{\frac{3}{4}T}^{T} e^{-jk\omega t}\,dt\right) =$$ ✓

$$= \frac{A}{T}\left(-\frac{1}{jk\omega}\left[e^{-jk\omega t}\right]_0^{\frac{T}{4}} - \frac{1}{jk\omega}\left[e^{-jk\omega t}\right]_{\frac{3}{4}T}^{T}\right)$$

WNI
OSKI

$$= \frac{2A}{T}\left(\frac{1}{k\frac{2\pi}{T}} - \frac{1}{k\frac{2\pi}{T}}\right) = 0$$

?

brak współczynników?

czenia jak dokładnie przybliżymy sygnał, ile harmonicznych użyjemy do aproksymacji.

całkowicie nieprawda i kłóci się z tym

-Jak zauważamy, powyżej pewnej ilości składowych użytych do przybliżenia sygnału w naszym przypadku 55, zwiększenie ich ilości nie jest w stanie już obniżyć błędu wnikającego z efektu Gibbsa

-Zmiana pulsacji nie wpływa na na wielkość błędu generowanego przez efekt Gibbsa.

-Efekt Gibbsa będzie zawsze nieco zakłamywał nasze przybliżenie jeżeli będziemy korzystać z szeregów Fouriera, zarówno zespolonego, jak i trygonometrycznego.

zakłamywać?

poprawność błąd!

80/100

2. Wzór sprawozdania

Wstęp do cyfrowego przetwarzania sygnałów – laboratorium **Temat:**		
Imię i nazwisko:		
Data ćwiczenia:	**Data oddania sprawozdania:**	**Ocena:**

Sprawozdanie powinno zawierać:

9. Wykresy otrzymanych przebiegów,
10. Odpowiedzi na pytania,
11. Wnioski!

Gibbs

Trygonometryczny szereg Fouriera

```
% Aproksymacja ciągu impulsów prostokątnych trygonometrycznym szeregiem Fouriera o skończonej liczbie składników

clear; clc;
t = -3:6/100000:3;

%-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------
A = 1;                          % A=...   A=...
w0 = pi;                        % w0=pi, w0=0.4*pi, w0=4*pi
N=4;                            % N liczba składowych harmonicznych użytych do aproksymacji    N=X, N=X0, N=X00
%-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

a0 = A/2;                       % składowa stała

xN = a0*ones(1,length(t));

for k=1:N
   xN = xN + A*2/k/pi*sin(k*pi/2)*cos(k*w0*t);
end

DELTA=max(xN)-A                 % maksymalna wartość zafalowania
P=(DELTA/A)*100

plot(t,xN); grid;
title(['N=',num2str(N)])
xlabel('Time (sec)')
ylabel(['x',num2str(N),'(t)'])
```

```
% Aproksymacja ciągu impulsów prostokątnych wykładniczym szeregiem Fouriera o skończonej liczbie składników

clear; clc;
t = -3:6/100000:3;

%-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------
A=1;                    % A= ...    A=...
w0 = pi;                % w0=pi, w0=0.4*pi, w0=4*pi
N=4;                    % N liczba składowych harmonicznych użytych do aproksymacji        N=X, N=X0, N=X00
%-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

c0 = A/2;               % składowa stała

xN = c0*ones(1,length(t));

for k=1:N
  ck = A/k/pi*sin(k*pi/2);
  c_k = ck;
  xN = xN + ck*exp(1i*k*w0*t) + c_k*exp(-1i*k*w0*t);
end

DELTA=max(xN)-A         % maksymalna wartość zafalowania
P=(DELTA/A)*100

plot(t,xN); grid;
title([' N = ',num2str(N)])
xlabel('Time (sec)')
ylabel(['x',num2str(N),'(t)'])
```