

Вариант 3. [Когут, Надеин, Штыкова, Сопуляк]

Задача 1. По результатам наблюдений $(x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, y_i), i = 1, \dots, 58$ обследования 58-ми однотипных предприятий проведен статистический анализ производственной функции Кобба-Дугласа

$$y_i = \theta_0 (x_i^{(1)})^{\theta_1} (x_i^{(2)})^{\theta_2} e^{\varepsilon_i},$$

описывающей зависимость объема выпуска продукции (y_i) от основных факторов производства: капитала $x_i^{(1)}$ и труда $x_i^{(2)}$, в предположении постоянства отдачи от масштаба производства, т.е. при гипотетичном условии

$$\theta_1 + \theta_2 = 1.$$

Случайные ошибки $\{\varepsilon_i\}$ предполагаются н.о.р.с.в. $N(0, \sigma^2)$ с неизвестным параметром $\sigma > 0$.

Применение МНК к прологарифмированной модели

$$\ln y_i = \theta'_0 + \theta_1 \ln(x_i^{(1)}) + \theta_2 \ln(x_i^{(2)}) + \varepsilon_i,$$

$(\theta'_0 = \ln \theta_0)$ с учетом ограничения $\theta_1 + \theta_2 = 1$ дало следующие результаты:

$$\hat{\theta}'_0 = 3.21, \quad \hat{\theta}_1 = 0.63, \quad \hat{\theta}_2 = 0.37.$$

- 1) Вывести формулы для вычисления МНК-оценок параметров $\theta'_0, \theta_1, \theta_2$ в прологарифмированной модели с учетом ограничения $\theta_1 + \theta_2 = 1$.
- 2) Описать процедуру проверки линейной гипотезы $H_0 : \theta_1 + \theta_2 = 1$ по наблюдениям $(x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, y_i), i = 1, \dots, 58$.
- 3) Проанализировать эластичности объема выпуска y по капиталу $x^{(1)}$ и по труду $x^{(2)}$. Какие выводы о приоритетных направлениях инвестирования в производство позволяет сделать этот анализ?

Задача 2. Данные *Icescream* из пакета *Ecdat*. Содержат 30 наблюдений по месячному потреблению мороженого в период с марта 1951 по ноябрь 1953.

- 1) Постройте модель линейной регрессии для объясняемой переменной *cons* потребления мороженого по остальным переменным.
- 2) Нарисуйте график реального потребления мороженого и прогнозируемого по времени вместе с доверительными и прогнозыми 95% интервалами.
- 3) Провести тесты на автокорреляцию остатков. Как наличие автокорреляции влияет на оценки наименьших квадратов, полученные ранее?
- 4) Используйте итерационную процедуру Кохрейна-Оркатта.
- 5) Проверьте гипотезу о незначимости переменной *price* цены мороженого. Используйте оценки Ньюи-Веста.
- 6) Добавьте на график прогнозные значения по новой модели, учитывающей автокорреляцию.

Задача 3. Данные *HousePrices* из пакета *AER* по стоимости 546 домов, продававшихся в Канаде, город Виндзор, в июле – сентябре 1987 года, вместе с их характеристиками.

- 1) Построить модель линейной регрессии для логарифмированной стоимости домов $\log(\text{price})$ по их характеристикам. Переменную *lotsize* также заменить её логарифмом $\log(\text{lotsize})$. Отбор переменных сделать с помощью пошаговой регрессии на основе информационных критериев Акаике и Шварца.
- 2) Каковы оценки коэффициентов в выбранной модели? Коэффициент детерминации?
- 3) Провести тест Рэмси RESET.