

# A Comparative Study of Time Domain Compressed Sensing Techniques for Optoacoustic Imaging

Lucas Hirsch, Martín G. González and Leonardo Rey Vega

**Abstract**—Speeding up data acquisition and reducing the complexity of the detection system are among the central goals for advancing optoacoustic imaging. In this way, new reconstruction algorithms using the compressed sensing (CS) formalism have received considerable interest in recent years. This work presents a comparative study of reconstruction algorithms using time-domain CS schemes for optoacoustic tomography. This is motivated by the well-known capabilities of the CS paradigm in achieving good reconstruction performance even with limited sensing capabilities. Formulation of the mathematical problem is provided along with simulation results, where the performance of different representation basis used in time-domain CS strategies are analyzed in a qualitative and quantitative fashion. Comparison with a well-established optoacoustic tomography reconstruction technique as backprojection is also provided. These experiments show the suitability of time-domain CS techniques for this application and point out that the use of the canonical basis for the representation of the optoacoustic measurements is well suited in comparison with other more sophisticated basis.

**Index Terms**—optoacoustic imaging, compressed sensing, time domain models, reconstruction algorithms.

## I. INTRODUCCIÓN

La obtención de imágenes optoacústicas (OA) es una modalidad de adquisición de imágenes biomédicas no invasiva que combina el alto contraste de absorción óptica que poseen las técnicas puramente ópticas y la elevada resolución espacial obtenida por ultrasonido [1]. Las imágenes OA permiten recuperar parámetros fisiológicos endógenos importantes como los niveles de oxigenación de la hemoglobina, al igual que la distribución de contrastes exógenos con alta absorción óptica para estudios de imágenes moleculares [2], [3]. La tomografía OA (TOA) es una aplicación de esta técnica en la cual imágenes de la muestra bajo estudio se recuperan de las mediciones ultrasónicas efectuadas sobre un plano o un volumen. En general, en TOA se utiliza un único transductor ultrasónico desenfocado con escaneo mecánico [4] o un conjunto de sensores en posiciones fijas alrededor de la muestra [5]. La técnica usada en TOA se basa en la generación de ondas de ultrasonido mediante la iluminación del tejido con pulsos láser de corta duración. La energía absorbida da como resultado un rápido aumento de la temperatura que conduce a ondas de presión generadas por la expansión termoelástica de la muestra. Las ondas viajan a través del tejido y son captadas en ubicaciones específicas por un conjunto de transductores ultrasónicos. Finalmente, la distribución espacial de absorción de

la energía láser en la muestra es recuperada con un algoritmo de reconstrucción de imágenes [6]. El enfoque tradicional para reconstruir la imagen es el de retroproyección (BP, por sus siglas en inglés) [7]–[9]. En este tipo de algoritmos, para obtener imágenes de alta resolución y calidad, es necesario medir las señales acústicas con una alta tasa de muestreo temporal y en una elevada cantidad de posiciones [6]. Esto aumenta las dificultades de fabricación y los costos del sistema [10]. En este sentido, es usual recurrir a la multiplexación de las señales entregadas por los sensores de forma de disminuir el número de placas de adquisición de datos (amplificadores y conversores analógico-digital) [10], [11]. Por otro lado, dado que los láseres suelen poseer una baja frecuencia de disparo ( $\sim 10$  Hz), se tienen largos tiempos de adquisición que hacen más difícil la obtención de imágenes en tiempo real. Por lo tanto, el desarrollo de métodos de reconstrucción avanzados, capaces de recuperar imágenes OA de alta resolución con una baja cantidad de datos, se ha vuelto un aspecto esencial para mejorar las aplicaciones de TOA en imágenes y estudios biomédicos [12]. En este aspecto, *compressed sensing* (CS) es un método efectivo para recuperar señales (típicamente submuestreadas) en un dominio de transformación apropiado [13]. En los últimos años se han realizado numerosos estudios que demuestran las ventajas de CS en el procesamiento de señales y en la obtención de imágenes biomédicas, e incluso han habido aplicaciones exitosas de esta técnica como, por ejemplo, en resonancia magnética nuclear [14]. También se han reportado varios trabajos destinados a aprovechar las ventajas de CS para TOA [15]–[19]. Por ejemplo, en [15] se verificó la viabilidad y efectividad de CS para TOA a través de simulaciones y experimentos con fantasmas. Estos estudios muestran las ventajas de CS en la mejora de la velocidad de adquisición de datos y en la disminución de los costos del sistema de detección de TOA a través del uso de menor cantidad de sensores para obtener la misma calidad de imagen [16]. CS puede aplicarse a partir de modelos del problema OA tanto en el dominio de la frecuencia como en el dominio del tiempo. Según [20], CS en la frecuencia presenta algunas ventajas con respecto a CS en el tiempo, entre ellas, una mejor relación señal a ruido y una mayor velocidad de reconstrucción. Es por esto que la mayoría de las aplicaciones de CS a TOA fueron implementadas en el dominio de la frecuencia [15], [16], [18].

Las imágenes OA se obtienen a partir de la solución de un problema inverso que típicamente está mal condicionado. Esto significa que pequeños errores en las mediciones o en el modelo físico, pueden resultar en errores significativos en la imagen reconstruida [21]. Por ejemplo, los errores en el mo-

All the authors are from Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ingeniería. Av. Paseo Colón 850, Buenos Aires C1063ACV, Argentina.

Martín G. González (corresponding author) and Leonardo Rey Vega are also with CONICET, Godoy Cruz 2290 (C1425FQB) Buenos Aires - Argentina.

Corresponding author e-mail: mggonza@fi.uba.ar

delo pueden surgir por una discretización inadecuada del problema o de la suposición errónea de un medio acústicamente homogéneo. En lo que respecta al arreglo experimental, los errores pueden deberse a incertidumbres en la geometría de la configuración de medición que incluye la posición, la forma y el tamaño de los detectores de ultrasonido [22]. Existen varios estudios sobre el modelado de errores y sus efectos en la solución del problema inverso en TOA, por ejemplo, para medios acústicamente heterogéneos [23] o para situaciones en las cuales los sensores son de tamaño no despreciable [24]. Asimismo, en [25], ha sido reportado que los modelos en el dominio de la frecuencia son mucho más sensibles que los modelos en el dominio del tiempo cuando se tienen incertezas en el posicionamiento de los sensores y en el valor de la velocidad de propagación del sonido en medios homogéneos. Aún con incertezas menores al 1 %, el desempeño de esquemas de reconstrucción basados en modelos frecuenciales es extremadamente pobre. Esto se debe fundamentalmente a que en los modelos en el dominio de la frecuencia, la incerteza en la posición y/o en la velocidad del sonido afecta el exponente de un fasor de alta frecuencia. Dichas incertezas tienen en estos modelos una influencia particularmente negativa para frecuencia elevadas. Esto no sucede para métodos basados en modelos temporales, donde este tipo de incertezas tienen un efecto menos dañino. De esta forma, y con el objetivo de combinar las ventajas de los métodos de reconstrucción basados en CS junto con la robustez frente a incertezas de los modelos temporales, es que proponemos el estudio de diferentes variantes de un algoritmo de reconstrucción usando CS en el dominio del tiempo. Entre los distintos aspectos a considerar, en este trabajo se estudian distintas estrategias de muestreo (uniforme y aleatorio) junto con distintas bases de representación de las mediciones que permitan representarlas mediante descripciones dispersas (en inglés *sparse*).

El artículo se organiza como se detalla a continuación. En la sección II se presenta la teoría físico-matemática básica relacionada con el problema OA y se introducen el problema inverso de reconstrucción de imágenes y la técnica de CS. En la misma sección se explica como se llevaron a cabo las simulaciones y las figuras de mérito usadas para cuantificar la calidad de las imágenes obtenidas. En la sección III se muestran y analizan los resultados. Finalmente, en la sección IV, se encuentran las conclusiones de este trabajo.

## II. MÉTODOS

En esta sección se detalla la formulación matemática y física del problema y como fueron realizadas las simulaciones para estudiar diferentes variantes de un algoritmo de reconstrucción usando CS en el dominio del tiempo. Asimismo, en la última subsección, se describen las figuras de mérito usadas para comparar cuantitativamente las imágenes obtenidas.

### A. Problema directo

Para un medio acústicamente homogéneo no absorbente, la presión acústica  $p(\mathbf{r}, t)$  en la posición  $\mathbf{r}$  y el tiempo  $t$ , generada a partir de la absorción óptica de una muestra excitada con un pulso electromagnético  $\delta(t)$ , satisface la ecuación de onda [8],

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \right) p(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (1)$$

$$p(\mathbf{r}, 0) = p_0(\mathbf{r}); \quad \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right) (\mathbf{r}, 0) = 0; \quad \mathbf{r} \in \mathbb{R}^3$$

donde  $p_0(\mathbf{r})$  es la presión OA inicial y  $v_s$  la velocidad del sonido en el medio. Además, si se cumple el confinamiento térmico y acústico, es decir, cuando la duración del pulso láser es lo suficientemente corta como para que se pueda despreciar la conducción de calor y la propagación acústica hacia las regiones vecinas de la región iluminada,  $p_0(\mathbf{r})$  es proporcional a la densidad de energía óptica absorbida [26]. Al resolver (1), la solución directa de la presión de OA detectada por un sensor puntual en la posición  $\mathbf{r}_d$  de una superficie  $S$  que rodea el volumen de interés  $V$ , se puede escribir como [27],

$$p_d(\mathbf{r}_d, t) = \frac{1}{4\pi v_s^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_V p_0(\mathbf{r}) \frac{\delta(t - |\mathbf{r}_d - \mathbf{r}|/v_s)}{|\mathbf{r}_d - \mathbf{r}|} d^3\mathbf{r} \quad (2)$$

El objetivo del problema inverso de TOA es reconstruir la presión inicial  $p_0(\mathbf{r})$  a partir de las señales PA medidas  $p_d(\mathbf{r}_d, t)$  en diferentes posiciones  $\mathbf{r}_d$  sobre una superficie  $S$  que rodea el volumen de interés [26].

### B. Problema acústico inverso

Como se mencionó en la introducción, los algoritmos de reconstrucción más usados en TOA son aquellos basados en el enfoque de BP, debido a su sencilla implementación y aplicabilidad a la mayoría de los escenarios prácticos de obtención de imágenes [6]. Una de las formulaciones más destacadas es el algoritmo de retroproyección universal [7]. En un medio homogéneo con  $v_s$  constante, la fórmula de retroproyección universal vincula directamente  $p_0(\mathbf{r})$  a  $p_d(\mathbf{r}_d, t)$  en la superficie de detección  $S$  que incluye la fuente OA [7],

$$p_0(\mathbf{r}) = \int_{\Omega_s} \left[ 2p_d(\mathbf{r}_d, t) - 2t \frac{\partial p_d(\mathbf{r}_d, t)}{\partial t} \right]_{t=\frac{|\mathbf{r}_d - \mathbf{r}|}{v_s}} \frac{d\Omega_s}{\Omega_s} \quad (3)$$

donde  $\Omega_s$  es el ángulo sólido de la superficie  $S$  con respecto al punto de reconstrucción en  $V$ ,  $d\Omega_s = dS \cos \theta_s / |\mathbf{r} - \mathbf{r}_d|$  y  $\theta_s$  es el ángulo entre la normal saliente de  $S$  y  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_d|$ . La fórmula anterior es exacta para superficies  $S$  con formas cilíndricas, planas y esféricas, y supone detectores puntuales con ancho de banda infinito y omnidireccionales [6], [28]. Sin embargo, en la práctica, los transductores no pueden considerarse puntuales, tienen un ancho de banda limitado y poseen una determinada respuesta espacial [22]. En estos escenarios no ideales, los enfoques basados en BP se desvían significativamente de la realidad, generando artefactos de imagen (por ejemplo, aparición de valores negativos que no tienen interpretación física) e imágenes distorsionadas [6], [29].

Un enfoque de reconstrucción diferente son los algoritmos basados en modelos matriciales (MM). En esta técnica, el problema directo se representa mediante una ecuación matricial que se utiliza para resolver el problema inverso. Una de las ventajas de MM es que se puede considerar cualquier

efecto lineal en el sistema [6]. Por tanto, cualquier respuesta de detección espacio-temporal que pueda modelarse o medirse, puede ser incluida en el proceso de inversión [6], [30], [31]. En el caso ideal de detectores puntuales y un medio acústico homogéneo sin pérdidas, la matriz del modelo en el dominio del tiempo puede calcularse discretizando la relación integral en (2) [6],

$$\mathbf{p}_d = \mathbf{A} \mathbf{p}_0 \quad (4)$$

donde  $\mathbf{p}_d \in \mathbb{R}^{N_d \cdot N_t \times 1}$  es un vector que representa las presiones medidas en un conjunto de ubicaciones  $\mathbf{r}_{dl}$  ( $l = 1 \dots N_d$ ) en los instantes de tiempo  $t_k$  ( $k = 1 \dots N_t$ );  $\mathbf{p}_0 \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  es un vector que representa los valores de la presión acústica inicial en la cuadrícula de la región de imagen; y  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{N_d \cdot N_t \times N}$  es la matriz del modelo. El  $j$ -ésimo elemento ( $j = 1 \dots N$ ) en  $\mathbf{p}_0$  contiene el valor promedio de la presión inicial dentro de un elemento de volumen de tamaño  $\Delta V$  en la posición  $\mathbf{r}_j$ . Una vez que se ha establecido la formulación discreta, el problema inverso se reduce al problema algebraico de invertir el sistema lineal (4). La matriz  $\mathbf{A}$  se puede escribir como la multiplicación de dos matrices  $\mathbf{A}^{oa} \mathbf{A}^s$  donde  $\mathbf{A}^s$  describe la respuesta impulsiva espacial de un sensor puntual ideal y  $\mathbf{A}^{oa}$  es un operador que realiza la derivada temporal. La matriz  $\mathbf{A}^s$  se define como [17], [30], [32],

$$A_{lkj}^s = \frac{1}{4\pi v_s^2} \frac{\Delta V}{\Delta t^2} \frac{d(t_k, \mathbf{r}_{dl}, \mathbf{r}_j)}{|\mathbf{r}_{dl} - \mathbf{r}_j|} \quad (5)$$

$$d(t_k, \mathbf{r}_{dl}, \mathbf{r}_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } |t_k - \frac{|\mathbf{r}_{dl} - \mathbf{r}_j|}{v_s}| < \Delta t/2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (6)$$

donde  $\Delta t$  es el paso de tiempo en que se muestrean las presiones  $p_d(\mathbf{r}_d, t)$ .  $\mathbf{A}^{oa}$  es una matriz cuadrada con réplicas de la señal de presión en forma de  $N$  (generada por un elemento  $\Delta V$ ) agrupadas en columnas a lo largo de su diagonal principal [30]. Como ya se mencionó anteriormente, una vez que se construye una matriz modelo para el caso ideal, el enfoque MM permite modificarla para refinar el modelo directo y de esta manera, por ejemplo, incluir la respuesta temporal del sensor, su extensión y forma espacial o la duración del pulso de iluminación [6], [30].

### C. Compressed sensing

Una matriz de representación o cambio de base  $\Psi \in \mathbb{R}^{N \times N}$  permite representar  $\mathbf{p}_0$  como un vector de coeficientes  $\theta \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  [33],

$$\mathbf{p}_0 = \Psi \theta \quad (7)$$

El vector  $\theta$  es una representación  $k$ -dispersa de  $\mathbf{p}_0$  si  $\theta$  tiene solo  $k$  entradas no nulas [15]. De esta forma, cuando  $k$  es pequeño, se logra representar a  $\mathbf{p}_0$  de manera compacta con solo unos pocos coeficientes esenciales. La teoría de CS se basa en poder recuperar esta versión comprimida de  $\mathbf{p}_0$  a partir de un sistema de ecuaciones lineales subdeterminado [34]. A pesar de esto último, bajo la suposición de que  $\mathbf{p}_0$  es dispersa en alguna base, se puede lograr su reconstrucción teniendo en

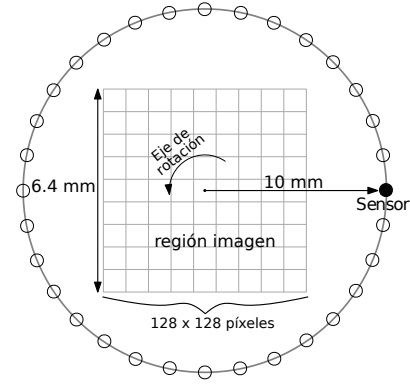


Fig. 1. Esquema experimental usado para las simulaciones.

consideración la forma en que son realizadas las mediciones  $\mathbf{p}_d$  y mediante el uso de algoritmos adecuadamente diseñados [33]. Además, también es necesario que  $\mathbf{A}$  cumpla la llamada propiedad de isometría restringida (RIP) y que sea incoherente con  $\Psi$  [13].

La forma más usual de reconstruir la solución dispersa buscada es mediante el problema de minimización conocido como *basis pursuit*,

$$\min_{\theta} \|\theta\|_{\ell_1} \text{ tal que } \mathbf{A} \Psi \theta = \mathbf{p}_d \quad (8)$$

donde  $\|\theta\|_{\ell_1}$  representa la norma  $\ell_1$  del vector de coeficientes  $\theta$ . De (8) se espera recuperar el vector  $\theta$  más disperso consistente con las mediciones en  $\mathbf{p}_d$ . La solución a (8) es única dado que la función a minimizar y la restricción son convexas, y existe una amplia variedad de resolvers (*solvers*) y algoritmos numéricamente eficientes que pueden ser usados para el problema [35].

Para casos prácticos con ruido en las mediciones e incertezas en el sistema, se hace uso de una versión modificada de (8) conocida como *basis pursuit denoising*,

$$\min_{\theta} \|\theta\|_{\ell_1} \text{ tal que } \|\mathbf{A} \Psi \theta - \mathbf{p}_d\|_{\ell_2}^2 < \sigma \quad (9)$$

También se puede usar el método de análisis de regresión LASSO (*least absolute shrinkage and selection operator*) [36],

$$\min_{\theta} \|\mathbf{A} \Psi \theta - \mathbf{p}_d\|_{\ell_2}^2 \text{ tal que } \|\theta\|_{\ell_1} < \tau \quad (10)$$

donde  $\sigma$  y  $\tau$  son parámetros de regularización. Ambas formulaciones son equivalentes mediante una selección adecuada de sus parámetros.

### D. Simulaciones

El rendimiento de los enfoques de obtención de imágenes OA basado en CS en el dominio del tiempo se realizó usando el esquema de simulación mostrado en la Fig. 1. Este arreglo representa un sistema para TOA 2-D implementado con un sensor que rota alrededor de la región imagen, lugar donde está colocada una muestra uniformemente iluminada. Se ha demostrado que este tipo de sistema TOA basado en un solo detector es muy útil para estudios de prueba de

concepto debido a su simplicidad, bajo costo y efectividad [22], [37]. Se utilizó una región imagen cuadrada con un tamaño de  $6.4 \text{ mm} \times 6.4 \text{ mm}$  y una resolución de  $128 \times 128$  píxeles y donde el sensor (círculo negro) se colocó sobre una circunferencia de 10 mm de radio. Las señales OA se detectaron en  $N_d = 5$  ubicaciones sobre la circunferencia. Se supuso que el sensor es puntual o enfocado con un ancho de banda de 20 MHz. Para la recopilación de datos, el intervalo de tiempo  $\Delta t$  fue de 5 ns con  $N_t = 4096$  muestras. La velocidad del sonido se fijó en  $v_s = 1500 \text{ m/s}$  y el medio se supuso homogéneo y sin absorción o dispersión del sonido. La respuesta en frecuencia del transductor se modeló utilizando un filtro pasabanda con frecuencias de corte superior e inferior de 0.1 MHz y 20 MHz, respectivamente. Las simulaciones se llevaron a cabo en Python. La elección de priorizar un valor pequeño de  $N_d$  por sobre  $N_t$  se hizo en función de reducir la complejidad y el costo del sistema de detección [38]. Como matrices de cambio de base  $\Psi$  se probaron las transformadas discretas *wavelets* (TWD), *curvelets* (TCD) y coseno (DCT) debido a que son las más comúnmente utilizadas en CS aplicado a TOA [12], [15]–[19]. También se analizó no realizar cambio de base, o sea, multiplicar por la matriz identidad (MI). En el caso de TWD se evaluaron las *wavelets* de Haar, Daubechies 4 y Symlet 2 [39]. Por otro lado, para conseguir la incoherencia entre las matrices  $\mathbf{A}$  y  $\Psi$  se realizaron simulaciones con intervalos de muestreo aleatorio obtenidos usando una distribución de Bernoulli. También se hicieron simulaciones sin aleatoriedad, o sea, usando muestras uniformemente equi-espaciadas en el tiempo y en el espacio.

Para cada matriz de cambio de base  $\Psi$  y tipo de muestreo, se realizaron los siguiente pasos:

- 1) Generación de las presiones  $\mathbf{p}_d$  a partir de  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{p}_0$  (fantoma) usando (4).
- 2) Agregado de ruido gaussiano no correlacionado con media cero y desviación estándar de 1 % de la amplitud máxima simulada, lo que da como resultado una relación señal a ruido (SNR) de 40 dB.
- 3) Resolución de (10) usando el algoritmo *lasso* provisto en el módulo de Python *sklearn.linear\_model*.
- 4) Evaluación de la calidad de la imagen reconstruida usando las figuras de mérito de la Sección II-E.

Como distribución inicial de presión  $\mathbf{p}_0$ , se usaron 4 fantasmas distintos que se presentan en la Fig. 2 y que permiten analizar de forma separada distintos aspectos de las reconstrucciones obtenidas [40]. El fantoma TOA está constituido por las letras TOA (Fig. 2.a) y ayuda a determinar la eficiencia en la recuperación de objetos con bordes afilados. El fantoma de Derenzo (Fig. 2.b) contienen grupos de objetos circulares con diferentes radios que ayudan a evaluar la fortaleza del método para reconstruir imágenes que contienen objetos pequeños y grandes. El fantoma de la Fig. 2.c simula estructuras parecidas a vasos sanguíneos gruesos y delgados y ayuda a analizar el rendimiento del algoritmo en la recuperación de estructuras amorfas complicadas. Finalmente, la imagen de la Fig. 2.d es el fantoma de una mama o pecho que se obtiene usando el método descrito en [41] y que sirve para probar la robustez del enfoque en casos de imágenes OA complejas con contraste

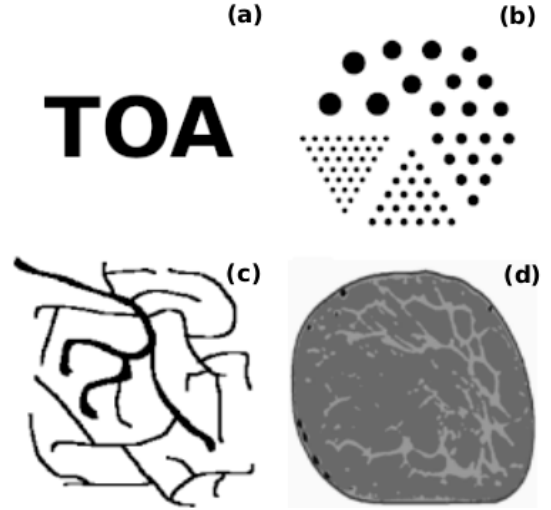


Fig. 2. Imágenes de los fantasmas utilizados como distribución de presión inicial: (a) letras TOA; (b) Derenzo; (c) vasos sanguíneos; y (d) mama o pecho.

variable. Además, con el objetivo de comparar con un enfoque estándar del área de TOA, también se realizó la reconstrucción de las imágenes usando el método BP basado en (3) [7].

#### E. Figuras de mérito

Para cuantificar la calidad de las imágenes reconstruidas se emplearon tres métodos de evaluación: correlación de Pearson, índice de similitud estructural y la raíz del error cuadrático medio, métricas que abreviaremos por sus siglas en inglés como PC, SSIM y RMSE, respectivamente. La PC es una medida de la correlación lineal entre la presión inicial esperada  $\mathbf{p}_0$  y reconstruida  $\mathbf{p}_0^{rec}$  [42],

$$PC = \frac{\text{cov}(\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_0^{rec})}{\sigma(\mathbf{p}_0) \cdot \sigma(\mathbf{p}_0^{rec})} \quad (11)$$

donde  $\text{cov}(\cdot)$  representa la covariancia y  $\sigma$  la desviación estándar. PC devuelve valores entre -1 y 1, donde 0 representa que no hay una correlación lineal entre las imágenes y -1 indica una relación perfectamente complementaria. El SSIM combina tres medidas comparativas (luminancia, contraste y estructura) para evaluar la calidad de la imagen obtenida ( $\mathbf{p}_0^{rec}$ ) con respecto a una referencia ( $\mathbf{p}_0$ ) [43]. Una descripción detallada de su cálculo se encuentra en [44]. Finalmente, el RMSE evalúa la desviación estándar de los residuos como una medida absoluta para determinar la calidad de la imagen reconstruida [40],

$$RMSE = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i,j} (p_{0i,j} - p_{0i,j}^{rec})^2} \quad (12)$$

Para el cálculo de las métricas mencionadas se usaron los algoritmos *pearsonr*, *structural\_similarity* y *mean\_squared\_error* provistos en los módulos de Python *scipy.stats* y *skimage.metrics*. Se considera una calidad de imagen reconstruida aceptable cuando la métrica SSIM tiene un valor mayor a 0.7 [40].

TABLA I: Resultados comparativos obtenidos para las imágenes reconstruidas del fantoma TOA (Fig. 2.a).

	MI			TWD			TCD			DCT			BP		
	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE
MU	0.9843	0.7153	0.0564	0.9771	0.6275	0.0679	0.9773	0.6325	0.0611	0.9815	0.6633	0.0611	0.5518	0.0592	0.9848
MA	<b>0.9877</b>	<b>0.7773</b>	<b>0.0495</b>	0.9816	0.6703	0.0606	0.9831	0.6920	0.0580	0.9857	0.7010	0.0535	-	-	-

TABLA II: Resultados comparativos obtenidos para las imágenes reconstruidas del fantoma Derenzo (Fig. 2.b).

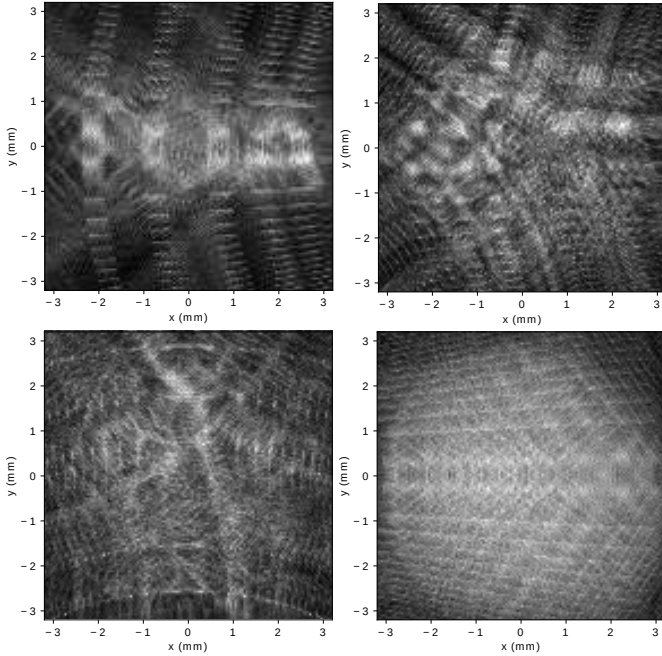
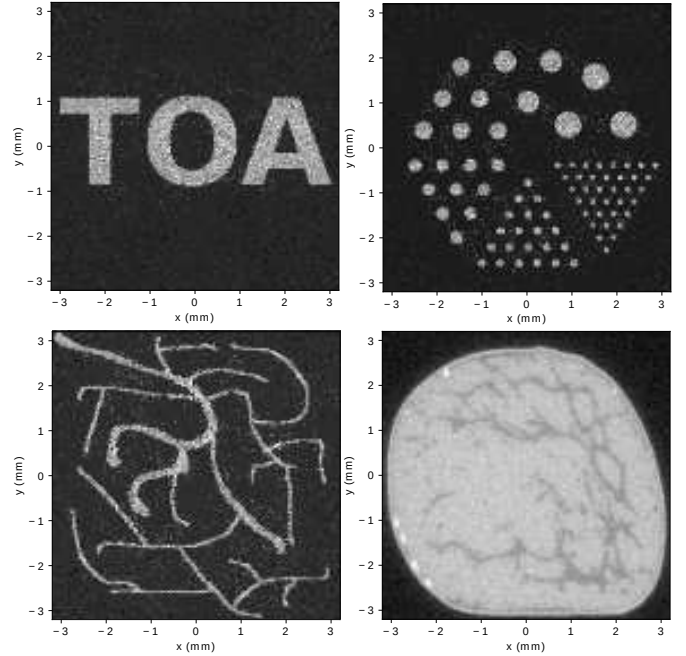
	MI			TWD			TCD			DCT			BP		
	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE
MU	<b>0.9982</b>	<b>0.9874</b>	<b>0.0140</b>	0.9961	0.9676	0.0212	0.9958	0.9665	0.0217	0.9937	0.9373	0.0268	0.034	0.0102	0.4687
MA	0.9943	0.9868	0.0252	0.9929	0.9680	0.0284	0.9946	0.9623	0.0252	0.9914	0.9433	0.0319	-	-	-

TABLA III: Resultados comparativos obtenidos para las imágenes reconstruidas del fantoma vasos sanguíneos (Fig. 2.c).

	MI			TWD			TCD			DCT			BP		
	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE
MU	0.9958	0.9858	0.0227	0.9921	0.9701	0.0312	0.9918	0.9693	0.0319	0.9899	0.9662	0.0356	0.0238	0.0095	0.4544
MA	<b>0.9981</b>	<b>0.9949</b>	<b>0.0164</b>	0.9925	0.9715	0.0318	0.9916	0.9743	0.0332	0.9904	0.9664	0.0366	-	-	-

TABLA IV: Resultados comparativos obtenidos para las imágenes reconstruidas del fantoma Pecho (Fig. 2.d).

	MI			TWD			TCD			DCT			BP		
	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE	PC	SSIM	RMSE
MU	<b>0.9967</b>	<b>0.9592</b>	<b>0.0217</b>	0.9941	0.9392	0.0260	0.9934	0.9361	0.0273	0.9945	0.9550	0.0241	0.0107	0.0016	0.7457
MA	0.9898	0.8906	0.0385	0.9813	0.8441	0.0463	0.9830	0.8539	0.0441	0.9912	0.9327	0.0303	-	-	-

Fig. 3. Imágenes reconstruidas con BP usando  $N_d = 5$  y  $N_t = 4096$ .Fig. 4. Imágenes reconstruidas con CS (muestreo uniforme y MI) usando  $N_d = 5$  y  $N_t = 4096$ .

### III. RESULTADOS

En las tablas I - IV se presentan los resultados comparativos en términos de las métricas de calidad (PC, SSIM, RMSE) para las reconstrucciones usando el enfoque CS para distintas matrices de transformación  $\Psi$  y los dos diferentes métodos de muestreo temporal (muestreo uniforme MU y aleatorio MA). Además, como referencia y comparación, se agregan los va-

lores obtenidos usando el enfoque de reconstrucción estándar BP. El texto en negrita indica el mayor valor registrado para cada métrica utilizada. Uno de los detalles salientes de las mencionadas tablas es que para los 4 tipos de fantasmas estudiados las distintas variantes de los esquemas de CS presentan un muy buen desempeño. Para cada variante de CS,

los valores de PC y RMSE de todos los fantasmas son buenos y muy superiores a los obtenidos con BP. Para la métrica SSIM, salvo para el fantoma TOA, para todas las variantes del método de CS siempre se supera el umbral de 0.7. En el caso de uso de MI (tanto para muestreo aleatorio como uniforme) para todos los fantasmas se logra un valor de SSIM mayor a 0.7. Las tablas también muestran que si bien el uso de MI parece arrojar los mejores resultados para todas las métricas y fantasmas, la diferencia con el empleo de otros cambios de base no es extremadamente significativa. Este fenómeno es un resultado novedoso e interesante que no ocurre con los típicos esquemas de CS basados en modelos frecuenciales.

En las figuras 3 y 4 se presentan ejemplos de las reconstrucciones obtenidas usando BP y CS, respectivamente. Para CS, se muestra el caso con muestreo uniforme y sin usar matriz de transformación. Como se puede observar, las reconstrucciones obtenidas con BP resultan en imágenes de baja calidad ya que presentan gran cantidad de artefactos y no se logran apreciar los detalles observados en las imágenes originales. Estas distorsiones surgen debido a la baja cantidad de ubicaciones ( $N_d$ ) usadas en la reconstrucciones, haciendo imposible la visualización de cualquier tipo de detalle fino en las imágenes obtenidas. Esto es esperable y es un hecho reportado en la literatura [6] donde un número bajo de posiciones sensadas y la poca diversidad espacial de las mismas (ej: mediciones concentradas en un intervalo angular relativamente pequeño) genera niveles insuficientes de calidad en la reconstrucción de las imágenes. Por ejemplo, en las reconstrucciones del fantoma del pecho de las Figs. 3 y 4 (imagen inferior derecha), la reconstrucción con CS muestra claramente tanto la forma de la mama como sus estructuras vasculares internas. Por otro lado, en la reconstrucción con BP apenas es posible identificar el contorno de la misma. Los valores de las tablas para todas las métricas usadas también confirman la imposibilidad de BP de otorgar buenos niveles de reconstrucción cuando  $N_d$  es pequeño.

Estos resultados dejan en evidencia como el paradigma de CS, a diferencia del método de BP, puede ser utilizado para recuperar imágenes OA en situaciones donde la cantidad de detectores usados es muy baja, motivadas principalmente por restricciones del sistema de detección.

#### IV. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha analizado el desempeño de diferentes variantes de un algoritmo de reconstrucción de imágenes OA basado en el método CS en el dominio del tiempo. Se han probado distintos esquemas tanto de muestreo como de uso de bases de representación sobre imágenes prototipo que permiten evaluar diferentes aspectos de interés. Se ha observado que los esquemas analizados proveen muy buenos niveles de reconstrucción aún cuando, y como es de esperar, el número de direcciones espaciales sensadas es pequeño. Esto refuerza la idea de que las técnicas de CS para modelos en el dominio del tiempo puede ser una opción interesante cuando existen restricciones referidas a los equipos para la adquisición de los datos. Como aporte original, los resultados de este trabajo indican que el uso incluso de la base canónica o transformación identidad para la representación de las mediciones es

suficientemente buena en comparación con otras bases más sofisticadas. Esto se puede deber fundamentalmente a que las imágenes usadas y las que típicamente pueden encontrarse en aplicaciones de TOA cumplen aproximadamente la propiedad de ser dispersas. Por otro lado, se observa como el método de reconstrucción BP, el cual es un esquema bien establecido en TOA, tienen problemas sustanciales para entregar imágenes de buena calidad en los mismos escenarios estudiados en este trabajo (bajo número de sensores).

Como una posible línea de trabajo futura se puede plantear la inclusión de las técnicas de aprendizaje profundo para combinar las ventajas de los modelos guiados por datos (*data-driven*) de la redes profundas con algunos de los modelos matemáticos descriptos en este trabajo [45].

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue apoyado por los subsidios de la ANPCyT (PICT 2018-04589, PICT 2020-01336), del CONICET (PIP 11220200101826CO) y de la Universidad de Buenos Aires (UBACYT 20020190100032BA).

#### REFERENCIAS

- [1] M. Xu and L. Wang, "Photoacoustic imaging in biomedicine," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 77, p. 041101, 2006.
- [2] X. Wang, R. Witte, and H. Xin, "Thermoacoustic and photoacoustic characterizations of few-layer graphene by pulsed excitations," *Appl Phys Lett.*, vol. 108, p. 143104, 2016.
- [3] H. Moon, D. Kumar, H. Kim, C. Sim, J. Chang, J. Kim, , H. Kim, and D. Lim, "Amplified photoacoustic performance and enhanced photothermal stability of reduced graphene oxide coated gold nanorods for sensitive photoacoustic imaging," *Appl Phys Lett.*, vol. 9, pp. 2711–2719, 2015.
- [4] M. G. Gonzalez, E. Acosta, and G. Santiago, "Simple method to determine the resolution and sensitivity of systems for optoacoustic tomography," *Elektron*, vol. 2, pp. 63–66, 2018.
- [5] G. Paltauf, P. Hartmair, G. Kovachev, and R. Nuster, "Piezoelectric line detector array for photoacoustic tomography," *Photoacoustics*, vol. 8, pp. 28–36, 2017.
- [6] A. Rosenthal, V. Ntziachristos, and D. Razansky, "Acoustic inversion in optoacoustic tomography: A review," *Current Medical Imaging Reviews*, vol. 9, pp. 318–336, 2013.
- [7] M. Xu and L. Wang, "Universal back-projection algorithm for photoacoustic computed tomography," *Phys. Rev. E*, vol. 71, p. 016706, 2005.
- [8] P. Burgholzer, J. Bauer-Marschallinger, H. Gruen, M. Haltmeier, and G. Paltauf, "Temporal back-projection algorithms for photoacoustic tomography with integrating line detectors," *Inverse Probl.*, vol. 23, no. 6, pp. S65–S80, 2007.
- [9] P. M. Rocca, L. C. Brazzano, E. Acosta, and M. G. Gonzalez, "Optoacoustic imaging algorithms: Effect of piezoelectric wideband sensors," *Elektron*, vol. 1, no. 2, pp. 58–65, 2017.
- [10] A. Fatima, R. Manwar, M. Zafar, R. Zang, B. Huang, N. Dadashzadeh, J. Xia, and K. Avnaki, "Review of cost reduction methods in photoacoustic computed tomography," *Photoacoustics*, vol. 15, p. 100137, 2019.
- [11] J. Bauer-Marschallinger, K. Felbermayer, and T. Berer, "All-optical photoacoustic projection imaging," *J. Biomed. Opt. Express*, vol. 8, no. 9, pp. 3938–3951, 2017.
- [12] J. Meng, C. Liu, J. Kim, C. Kim, and L. Song, "Compressed sensing with a gaussian scale mixture model for limited view photoacoustic computed tomography in vivo," *Tech. in Cancer Research and Treatment*, vol. 17, pp. 1–11, 2018.
- [13] E. J. Candès, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 2, p. 489–509, 2006.
- [14] Y. Yang, F. Liu, W. Xu, and S. Crozier, "Compressed sensing mri via two-stage reconstruction," *IEEE Trans Biomed Eng.*, vol. 62, pp. 110–118, 2015.

- [15] J. Provost and F. Lesage, "The application of compressed sensing for photo-acoustic tomography," *IEEE Trans Med Imaging*, vol. 28, pp. 585–594, 2009.
- [16] D. Liang, H. Zhang, and L. Ying, "Compressed-sensing photoacoustic imaging based on random optical illumination," *Int. J. Functional Informatics and Personalised Medicine*, vol. 2, pp. 394–406, 2009.
- [17] Z. Guo, C. Li, L. Song, and et al., "Compressed sensing in photoacoustic tomography in vivo," *J Biomed Opt.*, vol. 15, p. 021311, 2010.
- [18] J. Meng, L. Wang, D. Liang, and et al., "Compressed-sensing photoacoustic computed tomography in vivo with partially known support," *Opt Express*, vol. 20, pp. 16 510–16 522, 2012.
- [19] Y. Guo, B. Li, and X. Yin, "Single-shot compressed photoacoustic tomographic imaging with a single detector in a scattering medium," *Phys. Rev. Applied*, vol. 13, p. 044009, Apr 2020. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevApplied.13.044009>
- [20] J. Meng, D. Liang, and L. Song, "Compressed sensing photoacoustic tomography in vivo in time and frequency domains," in *Proceedings of 2012 IEEE-EMBS International Conference on Biomedical and Health Informatics*, 2012, pp. 717–720.
- [21] A. Hauptmann and B. Cox, "Deep learning in photoacoustic tomography: current approaches and future directions," *Journal of Biomedical Optics*, vol. 25, no. 11, pp. 1 – 46, 2020.
- [22] C. Tian, M. Pei, K. Shen, S. Liu, Z. Hu, and T. Feng, "Impact of system factors on the performance of photoacoustic tomography scanners," *Phys. Rev. Applied*, vol. 13, p. 014001, 2020.
- [23] J. Tick, A. Pulkkinen, and T. Tarvainen, "Modelling of errors due to speed of sound variations in photoacoustic tomography using a bayesian framework," *Biomed. Phys. Eng. Express*, vol. 6, p. 015003, 2019.
- [24] K. Mitsuhashi, K. Wang, and M. Anastasio, "Investigation of the far field approximation for modeling a transducer's spatial impulse response in photoacoustic computed tomography," *Photoacoustics*, vol. 2, pp. 21–32, 2014.
- [25] L. Hirsch, M. G. Gonzalez, and L. R. Vega, "On the robustness of model-based algorithms for photoacoustic tomography: comparison between time and frequency domains," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 92, p. 114901, 11 2021.
- [26] C. Lutzweiler and D. Razansky, "Optoacoustic imaging and tomography: reconstruction approaches and outstanding challenges in image performance and quantification," *Sensors*, vol. 13, pp. 7345–7384, 2013.
- [27] L. V. Wang and H. Wu, *Biomedical Optics: Principles and Imaging*. John Wiley & Sons, 2009.
- [28] M. Cui, H. Zuo, X. Wang, K. Deng, J. Luo, and C. Ma, "Adaptive photoacoustic computed tomography," *Photoacoustics*, vol. 21, p. 100223, 2021.
- [29] A. Rosenthal, D. Razansky, and V. Ntziachristos, "Fast semi-analytical model-based acoustic inversion for quantitative optoacoustic tomography," *IEEE Trans Med Imaging*, vol. 29, no. 6, pp. 1275–1285, 2010.
- [30] G. Paltauf, P. R. Torke, and R. Nuster, "Modeling photoacoustic imaging with a scanning focused detector using monte carlo simulation of energy deposition," *Journal of biomedical optics*, vol. 23, no. 12, 2018.
- [31] G. Paltauf, J. Viator, S. Prahla, and S. Jacques, "Iterative reconstruction algorithm for optoacoustic imaging," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 112, no. 4, pp. 1536–1544, 2002.
- [32] X. Dean-Ben, A. Buehler, V. Ntziachristos, and D. Razansky, "Accurate model-based reconstruction algorithm for three-dimensional optoacoustic tomography," *IEEE Trans Med Imaging*, vol. 31, no. 10, pp. 1922 – 1928, 2012.
- [33] S. Foucart and H. Rauhut, *A Mathematical Introduction to Compressive Sensing*. Springer, 2013.
- [34] E. J. Candes and M. B. Wakin, "An introduction to compressive sampling," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, no. 2, pp. 21–30, March 2008.
- [35] M. Banait, S. Dhok, and R. Deshmukh, "A systematic review of compressive sensing: Concepts, implementations and applications," *IEEE Access*, vol. PP, pp. 1–1, 01 2018.
- [36] M. Osborne, B. Presnell, and B. Turlach, "On the lasso and its dual," *J. Computat. Graphical Stat.*, vol. 9, pp. 319–337, 2000.
- [37] A. Sharma, S. Kalva, and M. Pramanik, "A comparative study of continuous versus stop-and-go scanning in circular scanning photoacoustic tomography," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron*, vol. 25, no. 1, pp. 1–9, 2019.
- [38] M. Haltmeier, M. Sandbichler, T. Berer, J. Bauer-Marschallinger, P. Burgholzer, and L. Nguyen, "A sparsification and reconstruction strategy for compressed sensing photoacoustic tomography," *Acoust. Soc. Am.*, vol. 143, no. 6, p. 3838–3848, 2018.
- [39] J.-L. Starck, *Sparse Image and Signal Processing: Wavelets and Related Geometric Multiscale Analysis, Second Edition*, 2nd ed. Cambridge University Press, Oct 2015.
- [40] N. Awasthi, G. Jain, S. K. Kalva, M. Pramanik, and P. K. Yalavarthy, "Deep neural network-based sinogram super-resolution and bandwidth enhancement for limited-data photoacoustic tomography," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 67, no. 12, pp. 2660–2673, 2020.
- [41] Y. Lou, W. Zhou, T. Matthews, C. Appleton, and M. Anastasio, "Generation of anatomically realistic numerical phantoms for photoacoustic and ultrasonic breast imaging," *Journal of biomedical optics*, vol. 22, no. 4, p. 041015, 2017.
- [42] J. Kuntz, B. Flach, R. Kueres, W. Semmler, M. Kachelriess, and S. Bartling, "Constrained reconstructions for 4d intervention guidance," *Phys. Med. Biol.*, vol. 58, pp. 3283–3300, 2013.
- [43] Z. Wang, A. Bovik, H. Sheikh, and E. Simoncelli, "Image quality assessment: from error visibility to structural similarity," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 13, no. 4, p. 600–612, Apr 2004.
- [44] Z. Wang, A. B. and H. Sheikh, and E. Simoncelli, "Quality assessment: From error visibility to structural similarity," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 13, pp. 600–612, 2004.
- [45] A. Hauptmann, F. Lucka, M. Betcke, N. Huynh, J. Adler, B. Cox, P. Beard, S. Ourselin, and S. Arridge, "Model-based learning for accelerated, limited-view 3-d photoacoustic tomography," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 37, no. 6, p. 1382–1393, Jun 2018.



**Lucas Hirsch** was born in Buenos Aires, Argentina. He received the M.Sc degree in Electrical Engineering from the University of Buenos Aires (UBA) in 2021, where he is currently a teaching assistant. His research interests include photoacoustic imaging, signal processing and artificial intelligence.



**Martín G. González** was born in Buenos Aires, Argentina. He received the M.Sc and PhD degrees in Electrical Engineering from the UBA, in 2003 and 2008, respectively. In 2009 and 2010, he was a postdoctoral researcher at the Technische Universität München, Germany. Currently, he is a Professor at UBA and a research fellow at CONICET, Argentina. His research interests include optoacoustic imaging, ultrasonic sensors and artificial intelligence.



**Leonardo Rey Vega** received the M.Sc and PhD degrees in Electrical Engineering from the UBA in 2004 and 2010, respectively. In 2007 and 2008 he was invited at the INRS-EMT in Montreal, Canada. He is currently a Professor at the UBA and member of CONICET. His research interests include statistical signal processing, information theory, representation learning and wireless sensor networks.