Dinamica di un veicolo ferroviario

Dati:

Del un veicolo ferroviario rappresentato nella figura sottostante sono noti i seguenti dati:

- massa totale m = 8000 kg
- area della sezione frontale S = 7.5 m^2
- coefficiente di resistenza aerodinamica C_r = 0.7
- diametro delle ruote D = 600 mm
- momento d'inerzia del motore J m = 0.1 kgm^2
- rapporto di trasmissione tra motore e assale τ = 5/24
- rendimento della trasmissione η = 0.97
- pendenza della salita p =30 %

La curva caratteristica del motore che aziona il veicolo è rappresentata di seguito.

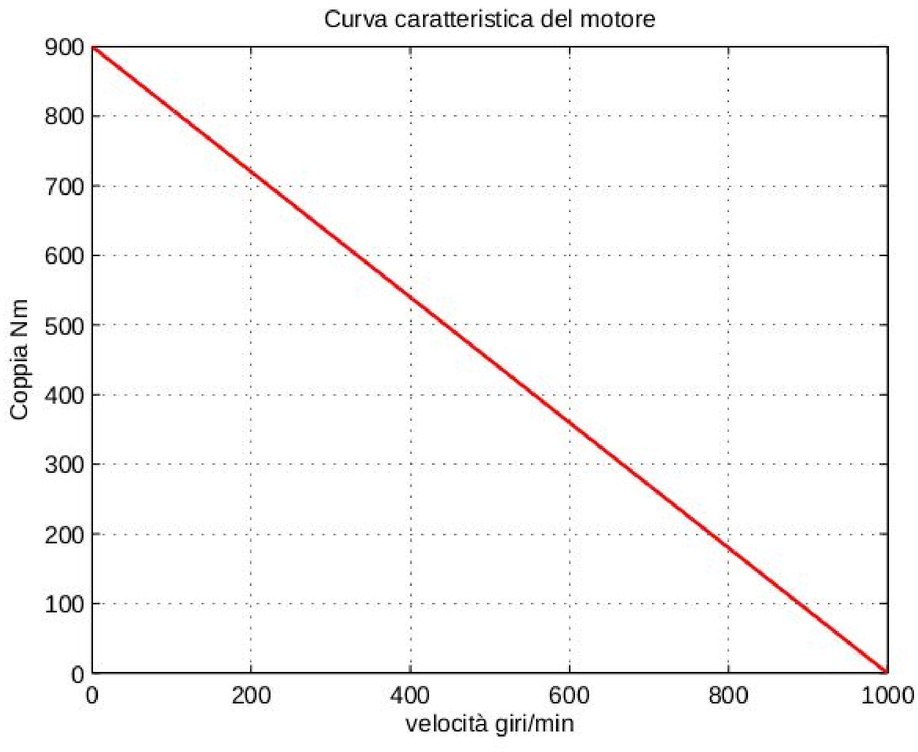

Figura 1: Curva caratteristica del motore

Richiesta:

Determinare la velocità di regime e il tempo di avviamento.

Soluzione:

Regime:

Per ricavare la velocità di regime come prima cosa si esegue il bilancio di potenza a regime del sistema

$$(M_m\omega_m - J_m\dot{\omega}_m\omega_m)\eta = \frac{1}{2}\rho S C_r v^2 v + mgsin\alpha v + mav \quad (1)$$

Per la determinazione del punto di funzionamento a regime bisogna tracciare le due curve caratteristiche, quella del motore e quella del carico.

Una volta che queste due curve sono state tracciate il punto di intersezione delle due curve indicherà il punto di funzionamento a regime nel piano (M_m, ω_m).

Quindi come prima cosa si è pensato a tracciare la funzione caratteristica del motore, di seguito viene riportato il codice per fare ciò:

```
k = -Cs/n0
n = np.arange(0,n0,10)
# Curva caratteristica del motore
Cm = Cs + k*n
```

Dopo di che ci si è messi dal punto di vista dell'utilizzatore e si è ridotto sia la funzione caratteristica del motore che la velocità angolare:

```
# Coppia motore ridotta all'utilizzatore
Cmrid = Cm*eta/(tau*D/2)
# velocità angolare ridotta all'utilizzatore
wmrid = wm*tau*D/2
```

Ora si riducono le forze resistenti viste dal punto di vista dell'albero motore:

$$F_r^* = (\frac{1}{2}\rho S C_r v^2 + mgsin\alpha)\frac{\tau D/2}{\eta} \quad (2)$$

```
Fp = m*g*np.sin(alpha) # forza peso
Fa = list(map(lambda x:0.5*S*Cr*rho*pow(x,2),v))
Fr = Fa + Fp
```

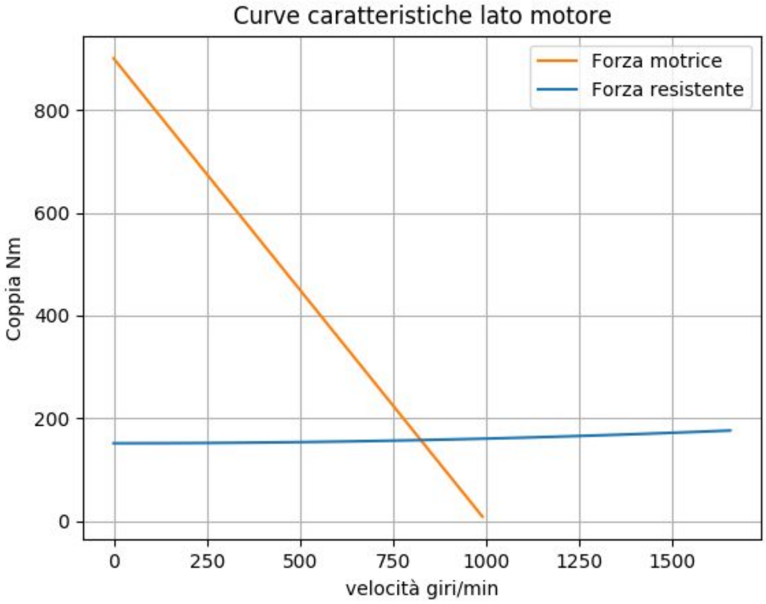

Figura 2: Intersezione delle curve caratteristiche nel piano dell'utilizzatore

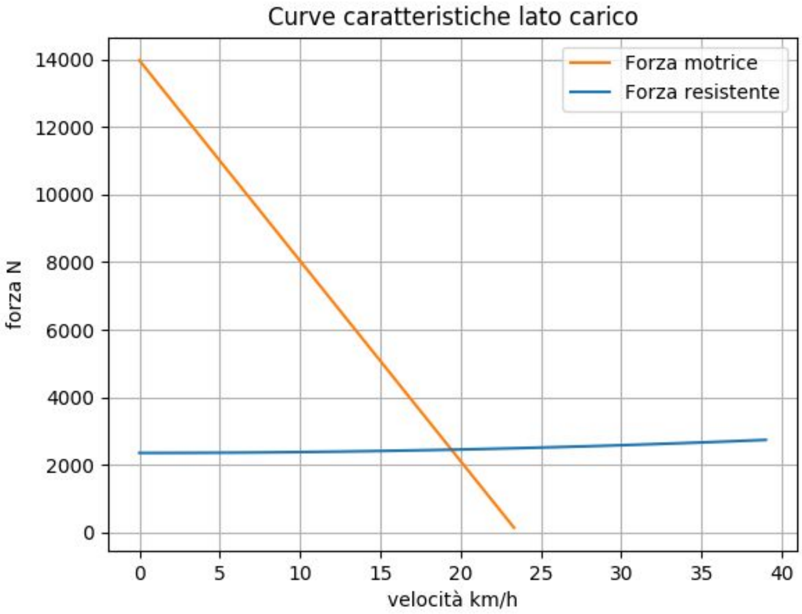

Figura 3: Intersezione delle curve caratteristiche nel piano del motore

Transitorio:

Ora si riducono le forze resistenti viste dal punto di vista dell'albero motore:
Per il transitorio rispetto al caso precedente va anche considerata l'inerzia delle masse e il bilancio delle potenze diventa il seguente:

$$(M_m\omega_m - J_m\dot{\omega}_m\omega)\eta = \frac{1}{2}\rho S C_r v^2 v + mg sin\alpha v + mav \tag{3}$$

Sviluppando l'equazione di bilancio delle potenze scritta in precedenza, si può ottenere l'espressione dell'accelerazione del veicolo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{M_m^* - \frac{1}{2}\rho S C_r v^2 - mgsin\alpha}{\frac{J_m}{(\tau D/2)^2}\eta + m} \qquad (4)$$

Codice:

```
# Author: Mohsen Ghalbi
# Date: 08/10/2019
# Description: Dinamica di un veicolo ferroviario

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib as mpl

# inizializzazione delle variabili
m = 8000
S = 7.5
Cr = 0.7
D =  0.6
Jm = 0.1
tau =5.0/24.0
eta =  0.97
p = 30.0/1000.0
Cs = 900
n0 = 1000
g = 9.81
alpha = np.arctan(p)
rho = 1.25

# Determinazione della funzione caratteristica del motore
k = -Cs/n0
n = np.arange(0,n0,10)
# Curva caratteristica del motore
Cm = Cs + k*n

# Coppia motore ridotta all'utilizzatore
Cmrid = Cm*eta/(tau*D/2)
wm = n*2*np.pi/60 # conversione della velocita in rad/s
wmrid = wm*tau*D/2 # [m/s]
wmridkmh = wmrid * 3.6
Fp = m*g*np.sin(alpha) # forza peso

# curva caratteristica del carico
```

```python
vkmh = np.arange(0,40) # velocita [km/h]
v = vkmh/3.6 # [m/s]
vrid = v/(tau*D/2)/(2*np.pi/60)

Fa = list(map(lambda x:0.5*S*Cr*rho*pow(x,2),v))

Fr = Fa + Fp

Frrid = Fr*(tau*D/2)/eta

# rappresentazione del grafico
mpl.style.use('seaborn')

fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(2);

ax1.plot(wmridkmh, Cmrid, 'C1', label='Forza motrice')
ax1.plot(vkmh, Fr,  'C0', label='Forza resistente')
ax2.plot(n, Cm, 'C1', label='Forza motrice')
ax2.plot(vrid, Frrid,  'C0', label='Forza resistente')
#ax1.xlabel('velocità [km/h]')
#ax1.ylabel('Forza [N]')
#ax1.title('Curva caratteristiche del carico')
#ax1.legend()
plt.show()
```