Test d'hypothèse : Comparaison de 2 moyennes μ_1, μ_2 $\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 \text{ ------. } \end{cases}$

Variances connues σ_1^2, σ_2^2	**Variances inconnues** égales : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$
Loi : Loi normale centrée réduite	**Loi :** Loi de Student à $(n_1 + n_2 - 2)$ ddl
$Z_0 = \dfrac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$ $\overline{X_1} \sim N\left(\mu_1, \dfrac{\sigma_1^2}{n_1}\right)$; $\overline{X_2} \sim N\left(\mu_2, \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$	$T_0 = \dfrac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{S_p \sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}} \sim \underset{\text{Student}}{S^t}(n_1 + n_2 - 2)$ $S_p^2 = \dfrac{(n_1 - 1) S_1^{*2} + (n_2 - 1) S_2^{*2}}{n_1 + n_2 - 2}$ (estimation de σ^2 inconnue)
• Valeur observée z_0	• Valeur observée t_0
• Valeurs critiques : $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ → Test bilatéral $z_{1-\alpha}$ → Test unilatéral $\underline{\underline{d}}$ z_{α} → Test unilatéral $\underline{\underline{g}}$	• Valeurs critiques : $t_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2}$ → Test bilatéral $t_{1-\alpha, n_1+n_2-2}$ → Test unilatéral $\underline{\underline{d}}$ t_{α, n_1+n_2-2} → Test unilatéral $\underline{\underline{g}}$
Décision • Test bilatéral → Rejet de H_0 si : $\lvert z_0 \rvert > z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ • Test unilatéral à droite → Rejet de H_0 si : $z_0 > z_{1-\alpha}$ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ • Test unilatéral à gauche → Rejet de H_0 si : $z_0 < z_{\alpha}$ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 < \mu_2$	**Décision** • Test bilatéral → Rejet de H_0 si : $\lvert t_0 \rvert > t_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2}$ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ • Test unilatéral $\underline{\underline{d}}$ → Rejet de H_0 si : $t_0 > t_{1-\alpha, n_1+n_2-2}$ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ • Test unilatéral $\underline{\underline{g}}$ → Rejet de H_0 si : $t_0 < t_{\alpha, n_1+n_2-2}$ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 < \mu_2$

Test d'hypothèse

Comparaison de 2 variances σ_1^2, σ_2^2 $\longrightarrow$ Test de Fisher

Test bilatéral	Test unilatéral
$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$
Test de Fisher à $(n_1 - 1, n_2 - 1)$ ddl. $F_0 = \dfrac{S_1^{*2}}{S_2^{*2}} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$.	
• Valeur observé $f_0 = \dfrac{s_1^{*2}}{s_2^{*2}}$ si $s_1^{*2} > s_2^{*}$	
• valeurs critiques : $f_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1-1, n_2-1}$; $f_{\frac{\alpha}{2}, n_1-1, n_2-1}$	• valeur critique $f_{1-\alpha, n_1-1, n_2-1}$
• **Décision** Rejet de $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ si : $f_0 > f_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1-1, n_2-1}$ ou $f_0 < f_{\frac{\alpha}{2}, n_1-1, n_2-1}$	• **Décision** Rejet de $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ si : $f_0 > f_{1-\alpha, n_1-1, n_2-1}$

Test d'hypothèse : Comparaison de 2 proportions p_1 et p_2, $H_0 : p_1 = p_2$

Loi normale centrée réduite

$$Z_0 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \sim N(0,1)$$

- $\hat{p}_1$: estimateur de proportion $\hat{p}_1 = \frac{\sum^{n_1} X_{1i}}{n_1}$

  $\hat{p}_1 \sim N\left(p_1, \frac{p_1(1-p_1)}{n_1}\right)$
- $\hat{p}_2$: estimateur de proportion $\hat{p}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} X_{2i}}{n_2}$

  $\hat{p}_2 \sim N\left(p_2, \left(\frac{p_2(1-p_2)}{n_2}\right)\right)$
- $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \sim N\left(0, p(1-p)\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)\right) \rightarrow$ (quand H_0 vrai $p_1 = p_2 = p$
- $\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$: estimateur de p ($p_1 = p_2 = p$)

- Valeur observée z_0
- Valeurs critiques : $z_{1-\frac{\alpha}{2}} \longrightarrow$ Test bilatéral

  $z_{1-\alpha} \longrightarrow$ Test unilatéral à droite $\underline{\underline{d}}$

  $z_\alpha \longrightarrow$ Test unilatéral à gauche $\underline{\underline{g}}$

Décision

- Test bilatéral $\longrightarrow$ Rejet de H_0 si $|z_0| > z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

  $H_0 : p_1 = p_2$

  $H_1 : p_1 \neq p_2$
- Test unilatéral $\underline{\underline{d}}$ $\longrightarrow$ Rejet de H_0 si $z_0 > z_{1-\alpha}$

  $H_0 : p_1 = p_2$

  $H_1 : p_1 > p_2$
- Test unilatéral $\underline{\underline{g}}$ $\longrightarrow$ Rejet de H_0 si $z_0 < z_\alpha$

  $H_0 : p_1 = p_2$

  $H_1 : p_1 < p_2$

TD:7 Statistique Inférentielle : « Test d'hypothèse sur 2 échantillons »

Ex: 6.1 – 6.2 – 6.3

Exercice 6.1

Comparaison de la performance de 2 chaînes de mise en boites du jus d'orange ⟶ 2 populations (Modélisation par une loi normale)

Population 1	Population 2
• $\mathcal{E}_1$ = "choisir au hasard 1 jour de production de la chaîne 1"	$\mathcal{E}_2$ = "choisir au hasard 1 jour de production de la chaîne 2".
• Ω_1 = l'ensemble de tous les jours de production de la chaîne 1	• Ω_2 = l'ensemble de tous les jours de production de la chaîne 2.
• X_1 = production par jour de la chaîne 1 (nbre de caisses / jour)	• X_2 = production par jour de la chaîne 2
• $E_1 = \{$10 jours de production de la chaîne 1$\}$ ⟵ échantillon $n_1 = 10$	• $E_2 = \{$10 jours de production de la chaîne 2$\}$ $n_2 = 10$
• $X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$	• $X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$
$\bar{x}_1 = 824{,}9$ caisses/j	$\bar{x}_2 = 818{,}6$ caisses/j
$\sigma_1^2 = 40$	$\sigma_2^2 = 50$

Est-ce que la chaîne 1 peut être favorisée au seuil $\alpha = 5\%$?

- Il s'agit d'un test de comparaison de 2 moyennes μ_1 et μ_2 où les variances sont connues $\sigma_1^2 = 40$; $\sigma_2^2 = 50$

1. Hypothèse et seuil

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $\iff$ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$
  $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ $\quad\quad$ $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$

  Il s'agit d'un test unilatéral à droite.

- Seuil $\alpha = 5\% = 0{,}05$ ⟶ $1 - \alpha = 1 - 0{,}05 = 0{,}95$

2- Règle de rejet

- Definir la statistique du Test :

- paramètre est la moyenne $\mu_1 - \mu_2$

- l'estimateur de $(\mu_1 - \mu_2)$ est $\overline{X}_1 - \overline{X}_2$ 1.9

$$\overline{X}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{10} X_{1i}}{10} \xleftarrow{} n_1 \qquad \overline{X}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} X_{2i}}{10} \xleftarrow{} n_2$$

$$\overline{X}_1 \sim N\left(\mu_1, \frac{\sigma_1^2}{n_1}\right) \qquad \overline{X}_2 \sim N\left(\mu_2, \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

- Loi de l'estimateur $\overline{X}_1 - \overline{X}_2$

$$\overline{X}_1 - \overline{X}_2 \sim N\left(\mu_1 - \mu_2 \, ; \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

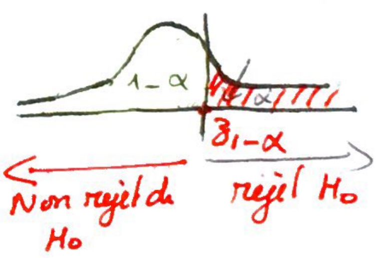
- Statistique du Test :

$$Z_0 = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2 - \overbrace{(\mu_1 - \mu_2)}^{=0 \text{ sous } H_0}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

(Table normale centrée réduite)

Sous H_0 : $$Z_0 = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

- $\boxed{\text{On rejete } H_0 \text{ si } z_0 > z_{1-\alpha}}$



3- Comparaison z_0 et $z_{1-\alpha}$

- valeur observée $$z_0 = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{824,9 - 818,6}{\sqrt{\frac{40}{10} + \frac{50}{10}}} = 2,1$$

$$\boxed{z_0 = 2,1}$$

- Valeur critique $z_{1-\alpha} = z_{0,95} = 1,645 \Rightarrow \boxed{z_{1-\alpha} = 1,645}$

4- Décision

$z_0 = 2,1 > z_{1-\alpha} = 1,645 \Rightarrow$ on rejete $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

Conclusion

$\Rightarrow$ Le nombre moyen de caisses produit par la nouvelle chaîne est significativement supérieur au nombre moyen de caisses produit par l'ancienne chaîne au seuil de 5 %.

Exercice 6.2

Comparaison de l'efficacité de production d'électricité de 2 types d'éolienne E2P et E3P.

population 1 : E2P

$\mathcal{E}_1$: choisir au hasard une puissance relevée en kw de E2P

$\Omega_1 = \{$ l'ensemble des puissances relevées en kw de E2P $\}$

$X_1 : \Omega_1 \longrightarrow \mathbb{R}$
$k \longmapsto X_1(k) = k^{\text{ème}}$ puissance kw de E2P

$$\begin{cases} E(X_1) = \mu_1 \\ V(X_1) = \sigma_1^2 \end{cases}$$

Loi de X_1 non précisée

- e_1 : échantillon de taille 9. venant de E2P

- $\overline{x}_1 = \dfrac{5+18+\dots+17}{9} = \boxed{15{,}22 \text{ kw}} = \hat{\mu}_1$

- $s_1^{*2} = \dfrac{1}{n_1-1} \sum_{i=1}^{9} (x_{1i} - \overline{x}_1)^2$

$\boxed{s_1^* = 6{,}28 \text{ kw}}$ $s_1^{*2} = 39{,}44$

population 2 : E3P.

$\mathcal{E}_2$: choisir au hasard une puissance en kw de E3P.

$\Omega_2 = \{$ l'ensemble des puissances relevées de E3P $\}$

$X_2 : \Omega_2 \longrightarrow \mathbb{R}$
$k \longmapsto X_2(k) = k^{\text{ème}}$ puissance kw de E3P.

$$\begin{cases} E(X_2) = \mu_2 \\ V(X_2) = \sigma_2^2 \end{cases}$$

Loi de X_2 non précisée.

- e_2 : échantillon de taille 9 venant de E3P

- $\overline{x}_2 = \dfrac{2+22+\dots+24}{9} = \boxed{18 \text{ kw}} = \hat{\mu}_2$

- $s_2^{*2} = \dfrac{1}{8} \sum_{i=1}^{9} (x_{2i} - \overline{x}_2)^2$

$\boxed{s_2^* = 9{,}56 \text{ kw}}$ $s_2^{*2} = 91{,}44$

l'intervale de confiance à 95% des moyennes dans le cas où la variance σ_1^2 et σ_2^2 ne sont pas connues.

$$IC_{0,95}(\mu_1) = [\bar{X}_1 \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1-1} \cdot \frac{S_1^*}{\sqrt{n_1}}] \quad (1)$$

Loi de Student

$$IC_{0,95}(\mu_2) = [\bar{X}_2 \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}, n_2-1} \cdot \frac{S_2^*}{\sqrt{n_2}}] \quad (2)$$

- Pour E2P

$\bar{x}_1 = 15,22$ KW

$s_1^* = 6,3$ KW

$$\begin{cases} n_1 = 9 \\ 1-\alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 1-0,025 \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1-1} = t_{1-0,025, 8} = t_{0,975, 8} = 2,31$$

Dans (1) : $IC_{0,95}(\mu_1) = [15,22 \pm 2,31 \cdot \frac{6,3}{\sqrt{9}}]$

$IC_{0,95}(\mu_1) = [10,36 \; ; \; 20,04]$ au seuil de 5%

$\Rightarrow$ Longueur de $IC_{0,95}(\mu_1) \simeq 10$

- Pour E3P

$$\begin{cases} \bar{x}_2 = 18 \text{ KW} \\ s_2^* = 9,5 \text{ KW} \\ n_2 = 9 \\ t_{1-\frac{\alpha}{2}, n_2-1} = t_{1-\frac{0,05}{2}, 8} = 2,31 \end{cases}$$

Dans (2) : $IC_{0,95}(\mu_2) = [18 \pm 2,31 \cdot \frac{9,5}{\sqrt{9}}]$

$IC_{0,95}(\mu_2) = [10,68 \; ; \; 25,3]$

$\Rightarrow$ Longueur de $IC_{0,95}(\mu_2) \simeq 14 \Rightarrow$ moins précis

Peut-on supposer que les puissances des 2 éoliennes ont la même variabilité ?

- Il s'agit d'un test de comparaison des 2 variances σ_1^2, σ_2^2
- Test bilatéral.

1- Hypothèse et seuil

- $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
  $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

  Test bilatéral

- Seuil : $\alpha = 5\%$, $1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0{,}025 = 0{,}975$

2- Règle de rejet

- Statistique du test
  - Loi de Fisher à $(n_1 - 1, n_2 - 2)$ ddl , soit ($F_{8,8}$ ddl)
  - Estimateurs s_1^{*2} et s_2^{*2} de σ_1^2 et σ_2^2 ($s_1^{*2} = 39{,}44$; $s_2^{*2} = 89{,}75$)
  - la statistique du test : $s_2^{*2} > s_1^{*2}$

$$F_0 = \frac{S_2^{*2}}{S_1^{*2}} \sim F_{(n_2-1, n_1-1)}$$

- $\boxed{\text{On rejette } H_0 \text{ si } f_0 > f_{1-\frac{\alpha}{2}, n_2-1, n_1-1} \text{ ou } f_0 < f_{\frac{\alpha}{2}, n_2-1, n_1-1}}$

3- Comparaison : valeur observée - valeurs critiques

- Valeur observée : $f_0 = \frac{s_2^{*2}}{s_1^{*2}} = \frac{(9{,}5)^2}{(6{,}3)^2} = \frac{90{,}25}{39{,}44} = \boxed{2{,}27}$

- valeurs critiques : $f_{1-\frac{\alpha}{2}, n_2-1, n_1-1} = f_{1-\frac{1}{2}(0{,}05), 8, 8} = f_{\underbrace{1-0{,}025}_{1-\alpha}, 8, 8}$

  On doit regarder la table de Fisher qui correspond à $\alpha = 0{,}025 = 2{,}5\%$
  avec $\nu_1 = 8$ ddl , $\nu_2 = 8$ ddl (2ème tableau)

  $\Rightarrow \boxed{f_{1-\frac{\alpha}{2}, 8, 8} = 4{,}43}$

- $f_{\frac{\alpha}{2};\, n_1-1;\, n_2-1} = f_{0{,}025;8;8} = f_{\underbrace{1-0{,}975}_{1-\alpha};\, 8.8}$

On doit regarder la table de Fisher qui correspond à $\alpha = 97{,}5$ (elle n'est pas donné dans la table)

On la calcule sous R

$$\boxed{f_{0{,}025;\,8.8} = 0{,}22}$$

Commande : qf(0,025 ; 8 ; 8)

4 – Décision

$f_0 = 2{,}27$

$f_{1-\frac{\alpha}{2},\, n_2-1,\, n_1-1} = 4{,}43$

$f_{\frac{\alpha}{2},\, n_2-1,\, n_1-1} = 0{,}22$.

$f_{\frac{\alpha}{2}} < f_0 < f_{1-\frac{\alpha}{2}}$

$\Rightarrow$ f_0 se trouve dans la zone de non rejet de H_0

Conc : On ne peut pas rejeter H_0

On ne peut pas dire que les variances sont différentes

Peut-on affirmer avec un risque de 1 % que la puissance moyenne de l'éolienne à 3 pales est supérieure à la puissance moyenne de l'éolienne à 2 pales?

$\mu(E_{3p}) \overset{?}{>} \mu(E_{2p})$

$\mu_2 > \mu_1$

Test de comparaison de 2 moyennes où les variances sont inconnues supposées égales

1- Hypothèse et seuil

- $H_0 : \mu_2 = \mu_1$ $\iff$ $H_0 : \mu_2 - \mu_1 = 0$

  $H_1 : \mu_2 > \mu_1$ $\quad$ $H_1 : \mu_2 - \mu_1 > 0$

  Il s'agit d'un test unilatéral à droite

- Seuil $\alpha = 1\ \% = 0{,}01 \longrightarrow 1-\alpha = 1 - 0{,}01 = 0{,}99$

2- Règle de rejet

- Définir la statistique du test.

  - Loi de Student

  - la statistique du test est T_0

$$T_0 = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} \sim St(n_1+n_2-2)\ ddl$$

$$\text{où } S_p^2 = \frac{(n_1-1)\,S_1^{*2} + (n_2-1)\,S_2^{*2}}{n_1+n_2-2} =$$

(l'estimation de la variance inconnue commune $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ à partir de S_1^* et S_2^*)

- $\boxed{\text{On rejete } H_0 \text{ si } t_0 > t_{1-\alpha,\, n_1+n_2-2}}$

3- Comparaison t_0 et $t_{1-\alpha,\, n_1+n_2-2}$

- Valeur observeé $t_0 = \dfrac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} =$

$$\begin{cases} s_p^2 = \dfrac{(9-1).(6,3)^2+(9-1).(9,5)^2}{9+9-2} = 64,97 \Rightarrow \boxed{S_p = 8,06} \\ \bar{x}_2 = 18\ ;\ \bar{x}_1 = 15,22\ ;\ n_1 = n_2 = 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_0 = \frac{18 - 15,22}{8,06\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{9}}} = 0,73 \Rightarrow \boxed{t_0 = 0,73}$$

- Valeur critique : $t_{1-\alpha,\, n_1+n_2-2} = t_{0,99,\,16}$

$\alpha = 0,01$

$$t_{\left(1-\frac{1}{2}(2\alpha)\right),\, n_1+n_2-2} = \boxed{2,58}$$

on regarde dans la table la colonne correspondante à la valeur $2\alpha = 2 \times 0,01 = 0,02$ avec 16 ddl

4- Décision

$$\left.\begin{array}{l} t_0 = 0,73 \\ t_{1-\alpha,\, n_1+n_2-2} = 2,58 \end{array}\right\} \Rightarrow t_0 < t_{1-\alpha,\, n_1+n_2-2} \Rightarrow$$

On ne rejette pas $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

Conclusion :

On ne peut pas affirmer que la puissance moyenne du E3P est significativement supérieure à la puissance moyenne du E2P.

Exercice : 6.3

Il s'agit d'un test de comparaison des proportions p_1 et p_2.

1- Hypothèse et Seuil

- On teste $H_0 : p_1 = p_2$, $H_1 : p_1 \neq p_2$ $\Leftrightarrow$ $H_0 : p_1 - p_2 = 0$, $H_1 : p_1 - p_2 \neq 0$

Il s'agit d'un test bilatéral.

- Seuil $\alpha = 5\% \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0,05}{2} = 1 - 0,025 = 0,975$

2- Règle de rejet

- paramètre est $p_1 - p_2$
- l'estimateur de $p_1 - p_2$ est $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ tq

$$\hat{p}_1 \sim N\left(p_1, \frac{p_1(1-p_1)}{n_1}\right) \qquad \hat{p}_2 \sim N\left(p_2, \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}\right)$$

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \sim N\left(p_1 - p_2, \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}\right)$$

$\Rightarrow$ Sous H_0 (H_0 est vraie quand $p_1 - p_2 = 0$ cad $p_1 = p_2 = p$)

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \sim N\left(0, p(1-p)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\right)$$

- la statistique du test :

$$Z_0 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \sim N(0,1)$$

où $\hat{p} = \dfrac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} =$ proportion du succès global.

$$\hat{p} = \frac{50+40}{80+60} = \frac{90}{140} = 0,643$$

$$\boxed{\text{On rejete } H_0 \text{ si } |z_0| > z_{1-\frac{\alpha}{2}}}$$

3- Comparaison z_0, $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

- valeur observée : $z_0 = \dfrac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{p}_1 = \frac{50}{80} = 0,625 \\ \hat{p}_2 = \frac{40}{60} = 0,66 \\ \hat{p} = \frac{50+40}{80+60} = 0,643 \end{array}\right\} \text{les estimations}$$

$n_1 = 80$; $n_2 = 60$

$$\Rightarrow z_0 = \frac{0,625 - 0,66}{\sqrt{0,643(1-0,643)\left(\frac{1}{80}+\frac{1}{60}\right)}} = -0,427$$

- Valeur critique $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0,975} = 1,96$ (Table normale)

4- Décision

$z_0 = -0,427$ $\qquad |z_0| = |-0,427| = 0,427 < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

$z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,96$

$\Rightarrow z_0$ se trouve dans la zone de non rejet de H_0

Par conséquent, on ne peut pas rejeter H_0

et on considère donc que les 2 machines sont

équivalentes