# Лабораторная работа №6

**Моделирование распространения эпидемии (SIR-модель)**

Хватов Максим Григорьевич

# Содержание

# Список иллюстраций



**Цель работы:**

Исследовать распространение эпидемии с помощью численного решения системы дифференциальных уравнений и построить графики изменения численности восприимчивых, инфицированных и выздоровевших в двух различных случаях: при начальном числе заражённых, меньшем либо равном критическому значению ( I^* ), и при превышении этого значения.

---

## 0.1 Исходные данные (Вариант 45)

На острове проживает ( N = 6666 ) человек. Начальные условия:

- **Случай 1:**
  - ( I(0) = 83 ) — инфицированные
  - ( R(0) = 6 ) — иммунные
  - ( S(0) = N - I(0) - R(0) = 6577 )
- **Случай 2:**
  - ( I(0) = 150 ) — инфицированные

– ( R(0) = 6 ) — иммунные

– ( S(0) = N - I(0) - R(0) = 6510 )

**Параметры модели:**

- ( ⊠= 0.0001 ) — коэффициент заражения

- ( ⊠= 0.05 ) — коэффициент выздоровления

- ( I^* = 100 ) — пороговое значение числа инфицированных

---

## 0.2 Математическая модель (SIR)

SIR-модель описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений. В зависимости от того, превышает ли число инфицированных пороговое значение ( I^* ), модель принимает два вида:

**Если ( I > I^* ):**

$$\frac{dS}{dt} = -\alpha \cdot S \cdot I$$
$$\frac{dI}{dt} = \alpha \cdot S \cdot I - \beta \cdot I$$
$$\frac{dR}{dt} = \beta \cdot I$$

**Если ( I ⩽I^* ):**

$$\frac{dS}{dt} = 0$$
$$\frac{dI}{dt} = -\beta \cdot I$$
$$\frac{dR}{dt} = \beta \cdot I$$

---

## 0.3 Реализация в Scilab

Реализация модели выполнена в **Scilab** с использованием численного метода решения системы ОДУ (`ode`). Были построены графики численности ( S(t) ), ( I(t) ), ( R(t) ) во времени для обоих случаев:

1. **Случай 1: ( I(0) = 83 ⩽I^* )**
   Заражение не распространяется. Количество инфицированных экспоненциально убывает, число здоровых остаётся постоянным.

2. **Случай 2: ( I(0) = 150 > I^* )**
   Эпидемия активно распространяется. Наблюдается рост числа заболевших с последующим пиком и спадом. Часть восприимчивых переходит в категорию выздоровевших.

---

## 0.4 Результаты

### 0.4.1 Графики для случая 1: ( I(0) ⩽I^* )

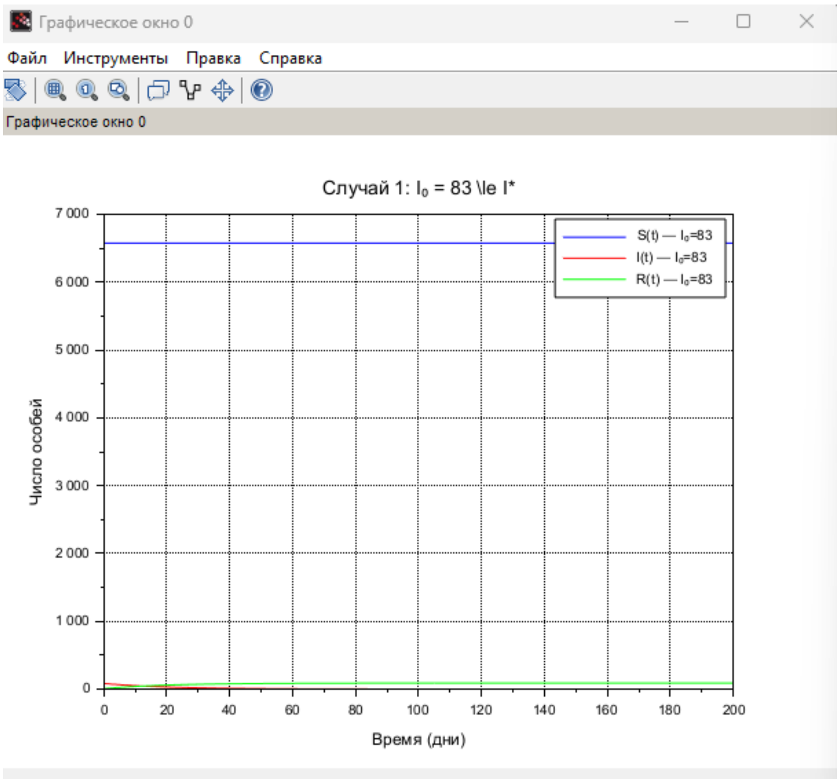


Рис. 1: График 1

### 0.4.2 Графики для случая 2: ( I(0) > I^* )

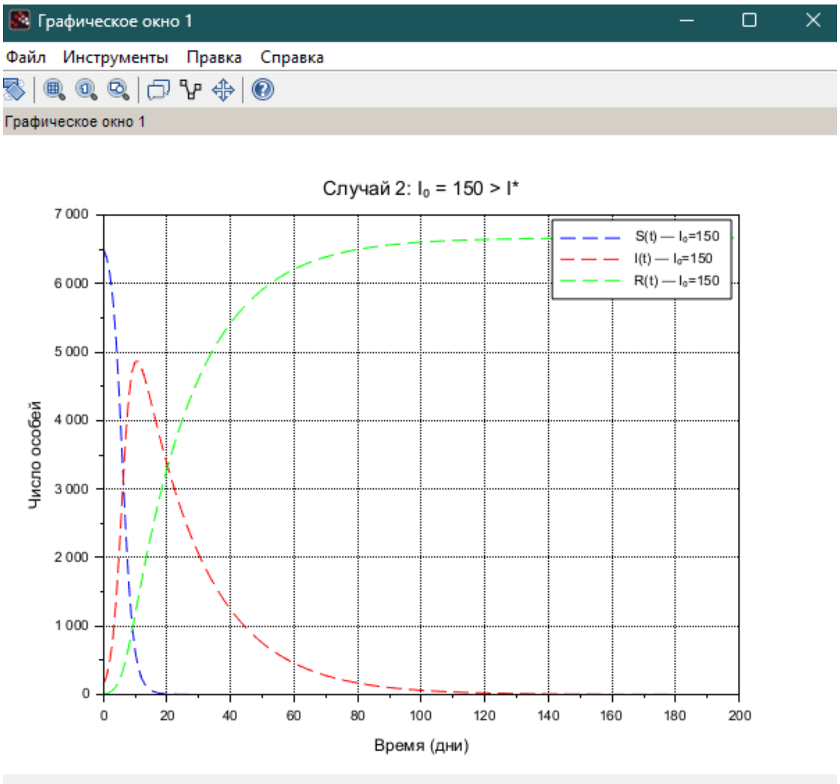


Рис. 2: График 2

---

## 0.5 Выводы

- При ( I(0) ⩽I^* ) заражение не распространяется, так как не достигается критическое значение инфицированных.
- При ( I(0) > I^* ) наблюдается массовое заражение, за которым следует спад. Это соответствует классическому сценарию эпидемии.
- Модель SIR позволяет прогнозировать течение эпидемии и оценить эффективность ограничительных мер в зависимости от начальных условий.

## 0.6 Приложение. Исходный код

```
function dydt = system_epidemic(t, y, alpha, beta, I_star)
    S = y(1);
    I = y(2);
    R = y(3);

    if I > I_star then
        dS = -alpha * S * I;
        dI = alpha * S * I - beta * I;
    else
        dS = 0;
        dI = -beta * I;
    end

    dR = beta * I;
    dydt = [dS; dI; dR];
endfunction

// Общие параметры
alpha = 0.0001;
beta = 0.05;
I_star = 100;
N = 6666;
t = 0:1:200;

// ---- Случай 1: I0 <= I*
I0_1 = 83;
R0_1 = 6;
S0_1 = N - I0_1 - R0_1;
```

```
y0_1 = [S0_1; I0_1; R0_1];

deff('dydt = f1(t,y)', 'dydt = system_epidemic(t, y, alpha, beta, I_star)');
y1 = ode(y0_1, 0, t, f1);

// ---- Случай 2: I0 > I*
I0_2 = 150;
R0_2 = 6;
S0_2 = N - I0_2 - R0_2;
y0_2 = [S0_2; I0_2; R0_2];

deff('dydt = f2(t,y)', 'dydt = system_epidemic(t, y, alpha, beta, I_star)');
y2 = ode(y0_2, 0, t, f2);

// ---- Построение графиков
scf(0);
plot(t, y1(1,:), 'b', t, y1(2,:), 'r', t, y1(3,:), 'g');
legend("S(t) – I⊠=83", "I(t) – I⊠=83", "R(t) – I⊠=83");
xtitle("Случай 1: I⊠ = 83 \le I*", "Время (дни)", "Число особей");
xgrid();

scf(1);
plot(t, y2(1,:), 'b--', t, y2(2,:), 'r--', t, y2(3,:), 'g--');
legend("S(t) – I⊠=150", "I(t) – I⊠=150", "R(t) – I⊠=150");
xtitle("Случай 2: I⊠ = 150 > I*", "Время (дни)", "Число особей");
xgrid();
```