



Tarea N°2

Mathías Lambert V.

24 de Abril de 2019



Problema 1

Sabemos que para spins $\frac{1}{2}$ se tiene lo siguiente:

$$N_{\uparrow} - N_{\downarrow} \approx N_s \frac{\gamma h B_0}{2KT_s}$$

$$\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_s} \approx \frac{\gamma h B_0}{2KT_s}$$

■ $B_0 = 1\text{T}$

$$\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_s} \approx \frac{42,58 \left[\frac{\text{Mhz}}{\text{T}} \right] \cdot 6,6 \times 10^{-34} [\text{Js}] \cdot 1 [\text{T}]}{2 \cdot 1,38 \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \cdot 300 [\text{K}]} = 3,3941 \times 10^{-6}$$

■ $B_0 = 3\text{T}$

$$\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_s} \approx \frac{42,58 \left[\frac{\text{Mhz}}{\text{T}} \right] \cdot 6,6 \times 10^{-34} [\text{Js}] \cdot 3 [\text{T}]}{2 \cdot 1,38 \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \cdot 300 [\text{K}]} = 1,0182 \times 10^{-5}$$

■ $B_0 = 7\text{T}$

$$\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_s} \approx \frac{42,58 \left[\frac{\text{Mhz}}{\text{T}} \right] \cdot 6,6 \times 10^{-34} [\text{Js}] \cdot 7 [\text{T}]}{2 \cdot 1,38 \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \cdot 300 [\text{K}]} = 2,3758 \times 10^{-5}$$

1)

Podemos observar que todos los resultados son positivos por lo que predomina la configuración en paralelo, sin embargo estos valores representan la cantidad de spins activos, los cuales son bastante bajos.

Para un campo B_0 de 1T aproximadamente 3 de cada millon de spins se encuentran activos para ser leídos.

Para un campo B_0 de 3T aproximadamente 10 de cada millon de spins se encuentran activos para ser leídos.

Para un campo B_0 de 7T aproximadamente 23 de cada millon de spins se encuentran activos para ser leídos.

2)

El campo B_0 influye en la cantidad de spins que se encuentran activos y que por tanto generan señal para las mediciones.

Problema 2

a)

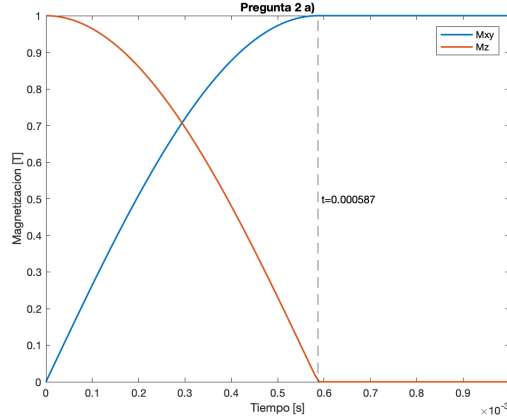
Sabemos que

$$\alpha = \int_0^t \omega_1(\tau) d\tau = \gamma \cdot B_1 \cdot t \text{ [rad]}$$

Así

$$t = \frac{\alpha}{\gamma \cdot B_1} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\gamma \cdot b} = 5,8713 \times 10^{-4} \text{ [s]}$$

Simulando con este dato se obtiene

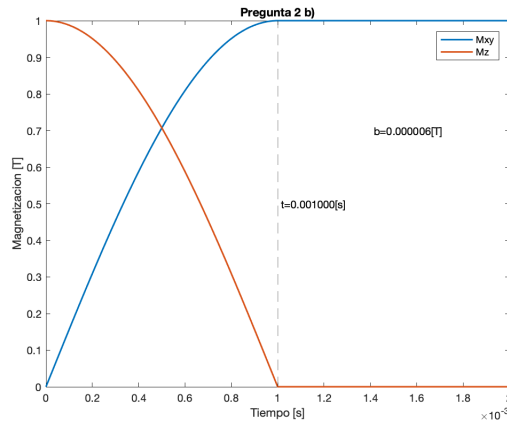


b)

Tenemos que

$$b = \frac{\frac{\pi}{2}}{\gamma \cdot 1 \times 10^{-3}} = 5,8713 \times 10^{-6}$$

Simulando con este dato se obtiene



c)

Podemos observar que las soluciones analíticas son correctas en este caso de condición de resonancia.

Se observa la relación inversamente proporcional entre b y H . Por lo tanto para ir logrando magnetizaciones más rápidas necesitamos cada vez un b más grande.

d)

El problema del *sinc* es que para cumplir con el rango de frecuencias deseados para excitar un slice específico del objeto de forma uniforme se necesitaría un pulso infinito y por tanto un tiempo infinito, por lo que se recurre a la apodización, multiplicando el *sinc* por una ventana Π . Este proceso reduce el tiempo de implementación pero trae consigo la generación de una magnetización no uniforme en el slice deseado y por tanto tendremos spines fuera de resonancia.

Problema 3

Para elegir las constantes b y H tenemos que igualar los flip angle de un pulso \square con el pulso *sinc*

$$\int_0^t \gamma \cdot b \cdot \text{sinc}\left(\frac{t - \frac{H}{2}}{\frac{H}{2}}\right) \cdot \square\left(\frac{t - \frac{H}{2}}{H}\right) dt = \int_0^t \gamma \cdot b \cdot \square\left(\frac{t - \frac{H}{2}}{H}\right) dt$$

$$\int_0^H \text{sinc}\left(\frac{t - \frac{H}{2}}{\frac{H}{2}}\right) dt = t$$

Así fijando el valor de H y resolviendo para obtener t podemos calcular el valor b como

$$b = \frac{\frac{\pi}{2}}{\gamma \cdot t}$$

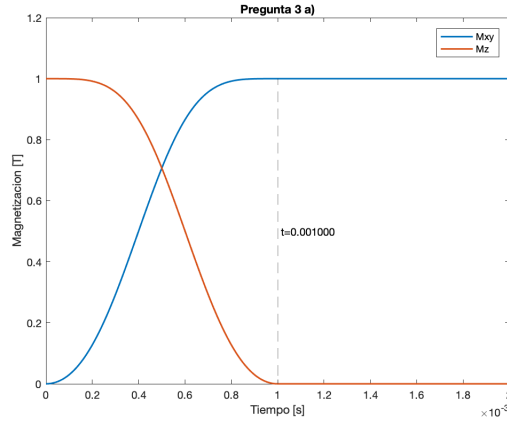
Fije los siguientes valores:

$$H = 1 \times 10^{-3} \implies t = 5,894 \times 10^{-4}$$

$$b = 9,96 \times 10^{-6}$$

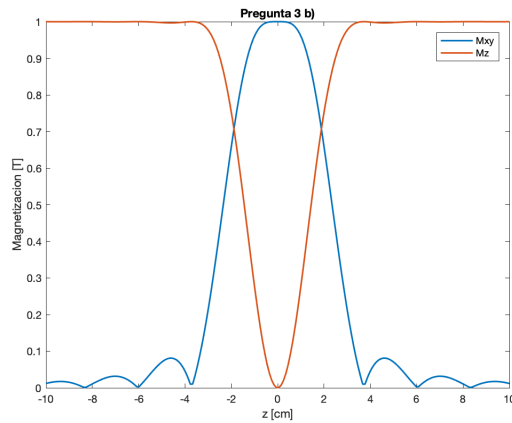
a)

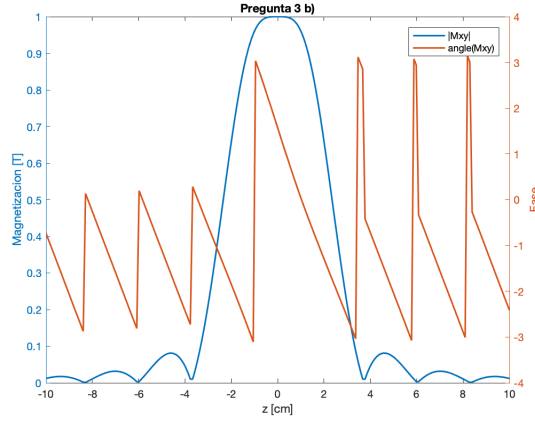
Tenemos el siguiente gráfico de resultado:



b)

Tenemos el siguiente gráfico de resultado:





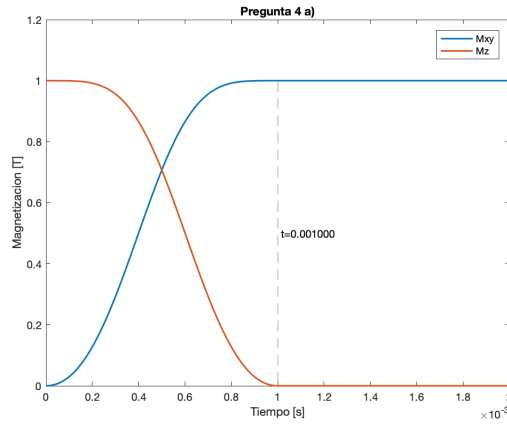
El gradiente G_z cambia el campo magnético efectivo a lo largo de z lo cual cambia la frecuencia de resonancia en el mismo eje. Como asumimos un pulso RF con frecuencia ω_0 estamos excitando un slice centrado en $z = 0$.

Podemos observar que la magnetización en el centro es relativamente uniforme, la uniformidad se debe a que el *sinc* de excitación se encuentra apodizado por una ventana Π . Se observa que la fase se encuentra enrollada, dentro de un slice, antes de la aplicación del gradiente todos los spines se encuentran con la misma fase, a esta fase se le agrega una componente debido al campo adicional percibido, la fase no es una variable continua, por lo que si los spines se encuentran con una fase π y se le suma un pequeño delta la fase pasa a 0, lo que explica el gráfico de fase discontinuo.

Problema 4

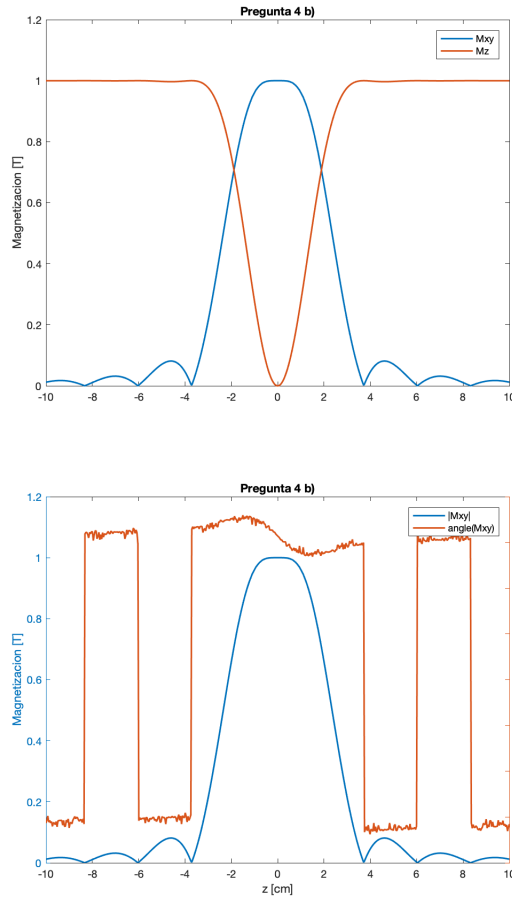
a)

Tenemos el siguiente gráfico de resultado:



b)

Tenemos el siguiente gráfico de resultado:



Podemos observar que el reenfoque mantiene la magnetización obtenida anteriormente, pero compensa el desfase de la fases.