



Tarea N°4

Mathías Lambert V.

10 de Junio de 2019



1. Pregunta 1 - Contraste por saturación

1.1. Programa implementado

Esta secuencia consiste en la aplicación de pulsos RF de forma sucesiva, dependiendo del ángulo de excitación y el tiempo de repetición la señal evoluciona de diferente forma hasta llegar a un estado estacionario.

La *Figura 1* muestra la evolución de la magnetización longitudinal.

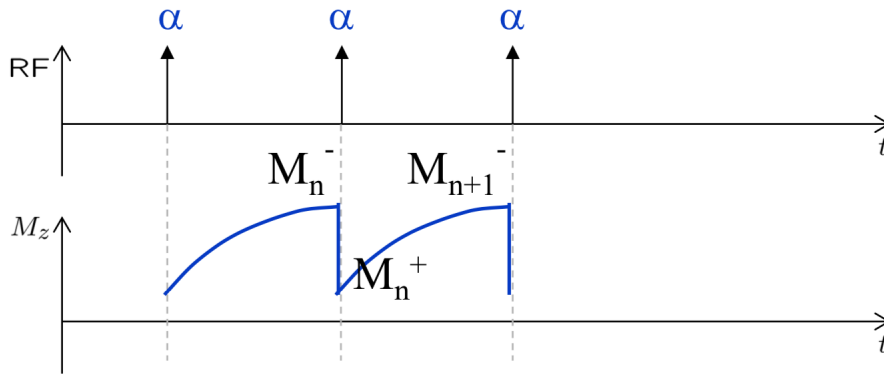


Figura 1: Contraste por saturación

La señal evoluciona de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} M_n^+ &= M_n^- \cos(\alpha) \\ M_{n+1}^- &= M_n^+ e^{-\frac{TR}{T_1}} + M_0 \left(1 - e^{-\frac{TR}{T_1}}\right) \end{aligned}$$

En estado estacionario se cumple que:

$$\begin{aligned} M_{n+1}^- &= M_n^- = M^- \\ M^- &= \frac{M_0 \left(1 - e^{-\frac{TR}{T_1}}\right)}{1 - e^{-\frac{TR}{T_1}} \cos(\alpha)} \\ M_{xy} &= M^- \sin(\alpha) \end{aligned}$$

El comportamiento de la señal entre cada pulso esta dado por:

$$M_z(t) = M_n^- \cos(\alpha) e^{-\frac{t}{T_1}} + M_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}\right)$$

$$M_{xy}(t) = M_n^- \sin(\alpha) e^{-\frac{t}{T_2^*}}$$

Se realizo un programa que simula la señal desde la aplicación del primer pulso RF hasta que llega al estado estacionario. Se obtuvieron los siguientes utilizando los datos de la materia gris:

	T_1	T_2^*
Materia Gris	900ms	40ms

$$TR = 129ms \quad \alpha = 30^\circ \quad T_1 = 900ms \quad T_2^* = 40ms$$

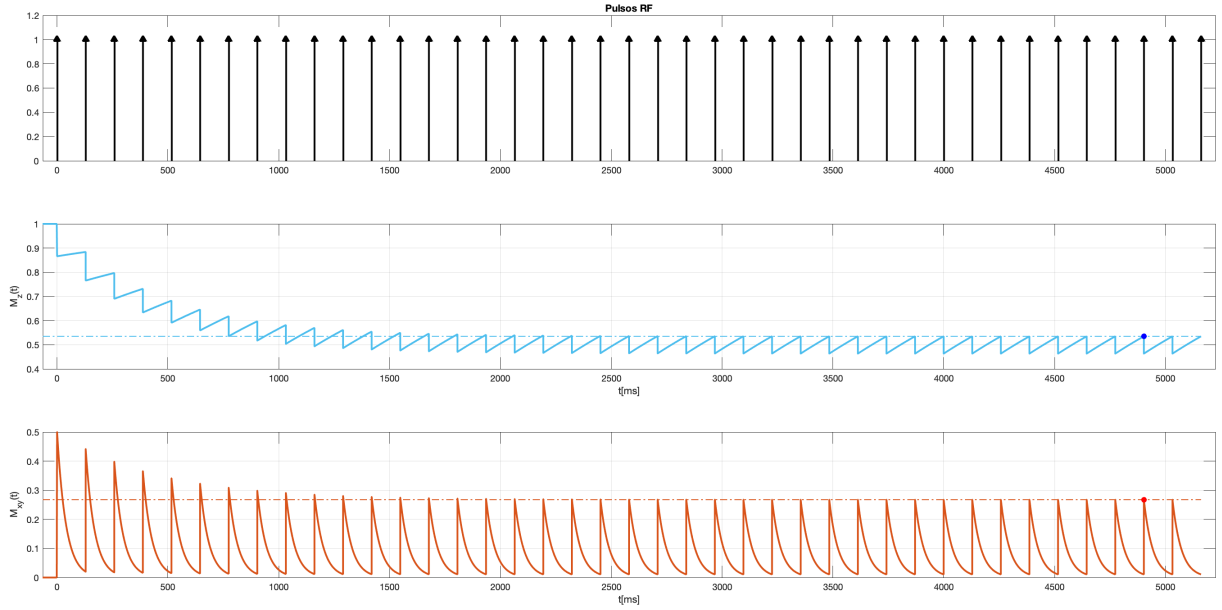


Figura 2: Simulación 1

En la gráfica se puede ver la evolución de la señal hasta llegar al estado estacionario, el punto azul en la magnetización longitudinal y el punto rojo en la magnetización transversal corresponde al primer punto donde se alcanza el valor del estado estacionario calculado con las ecuaciones anteriores. La línea discontinua indica el el valor del estado estacionario.

$$TR = 129\text{ms} \quad \alpha = 80^\circ \quad T_1 = 900\text{ms} \quad T_2^* = 40\text{ms}$$

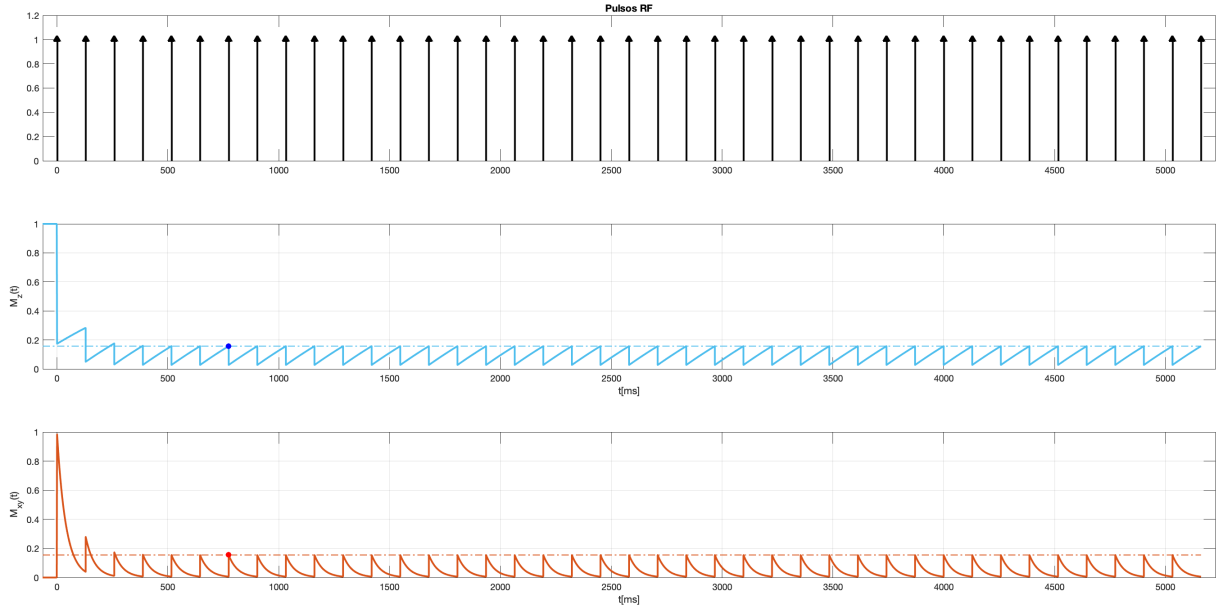


Figura 3: Simulación 2

La simulación 1 y 2 poseen un ángulo de excitación diferente, la primera utiliza un ángulo de 30° el cual fue calculado con la formula del ángulo de Ernst, la segunda utiliza un ángulo de 80° seleccionado de forma aleatoria.

Podemos observar que la primera simulación posee una magnetización mayor correspondiente a la maximización que produce el ángulo de Ernst. Se observa que la primera simulación necesito de 39 pulsos RF para llegar al estado estacionario mientras que la segunda necesito 7 pulsos.

TR = 600ms $\alpha = 85^\circ$ $T_1=900\text{ms}$ $T_2^*=40\text{ms}$

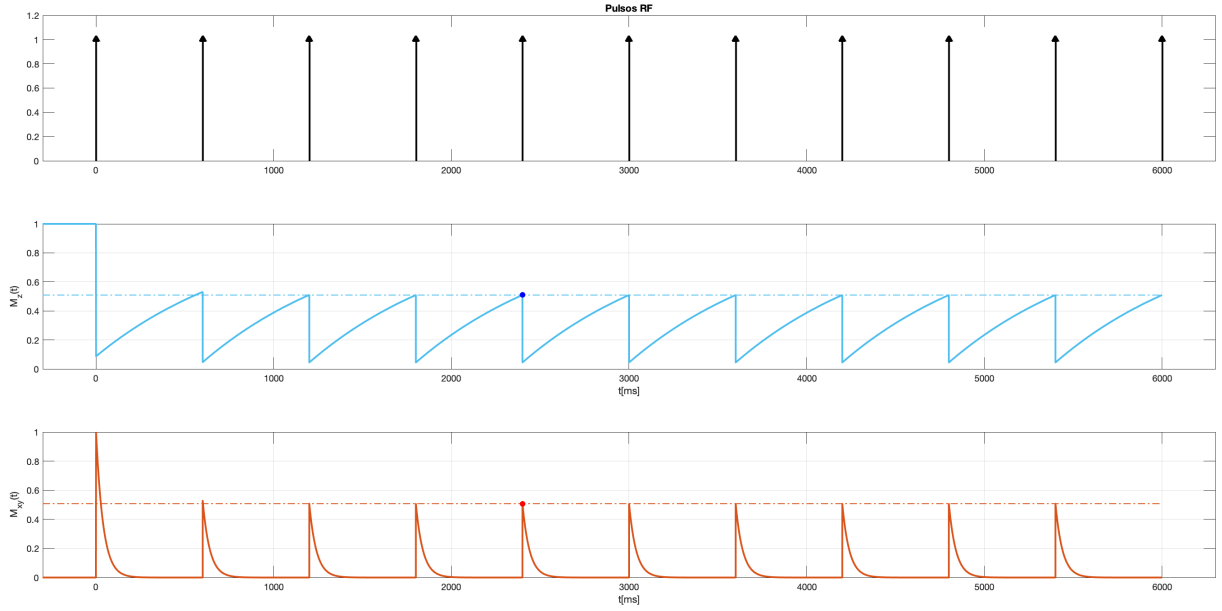


Figura 4: Simulación 3

TR = 600ms $\alpha = 15^\circ$ $T_1=900\text{ms}$ $T_2^*=40\text{ms}$

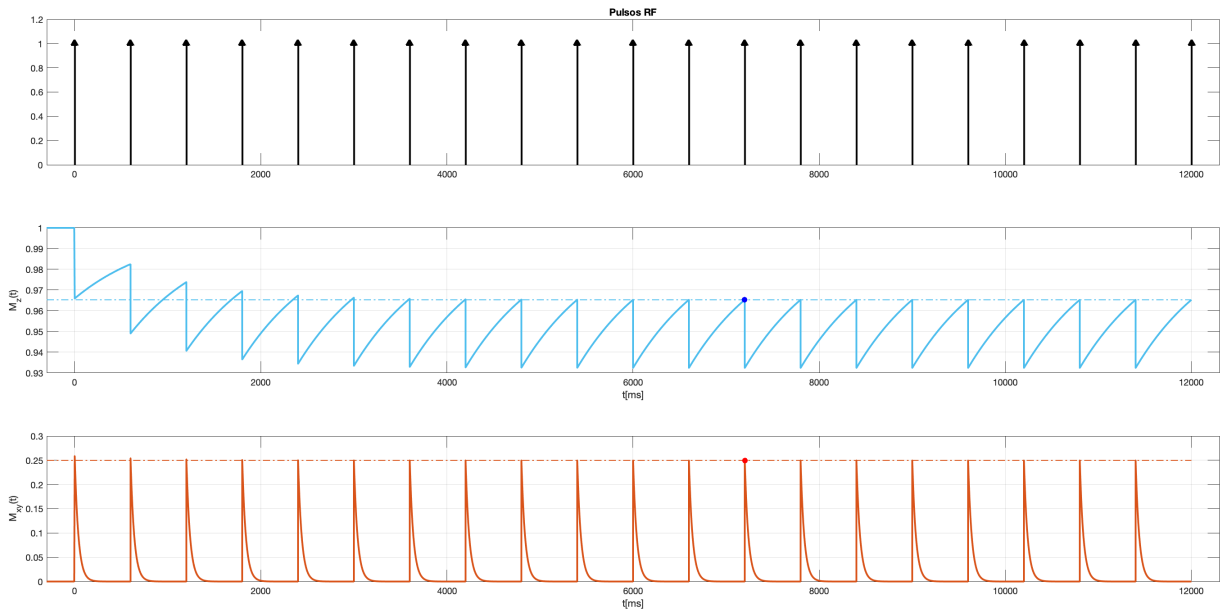


Figura 5: Simulación 4

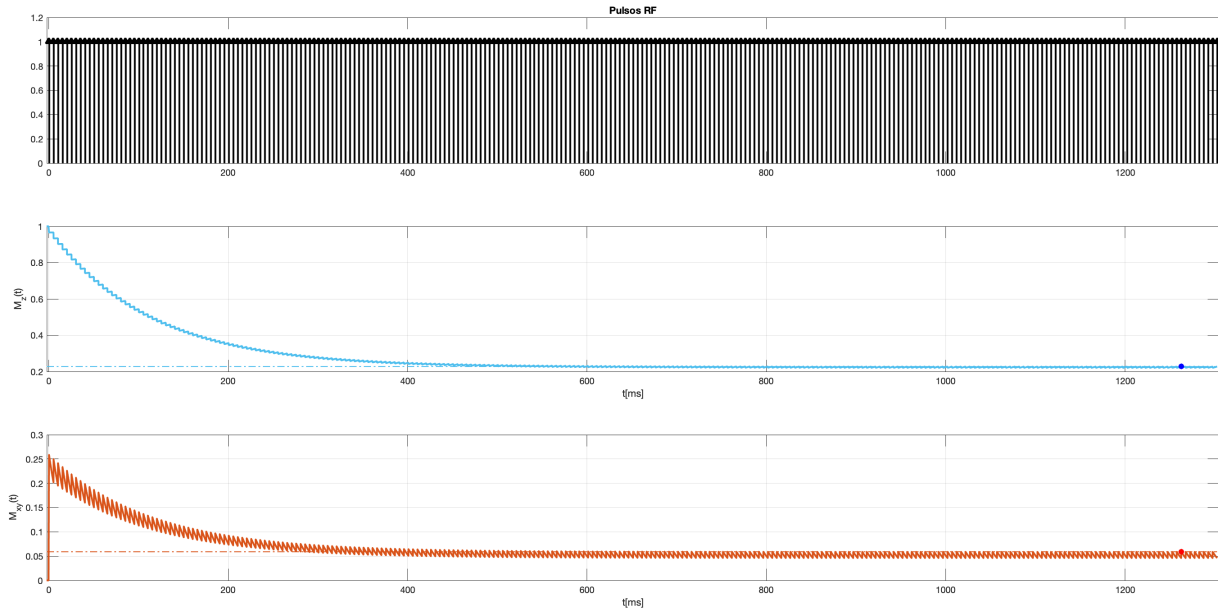
Las simulaciones 3 y 4 poseen un tiempo de repetición más largo en el cual se puede apreciar el comportamiento exponencial de los decaimientos.

En base a las 4 simulaciones se puede concluir que para un ángulo de excitación menor se necesita una cantidad mayor de

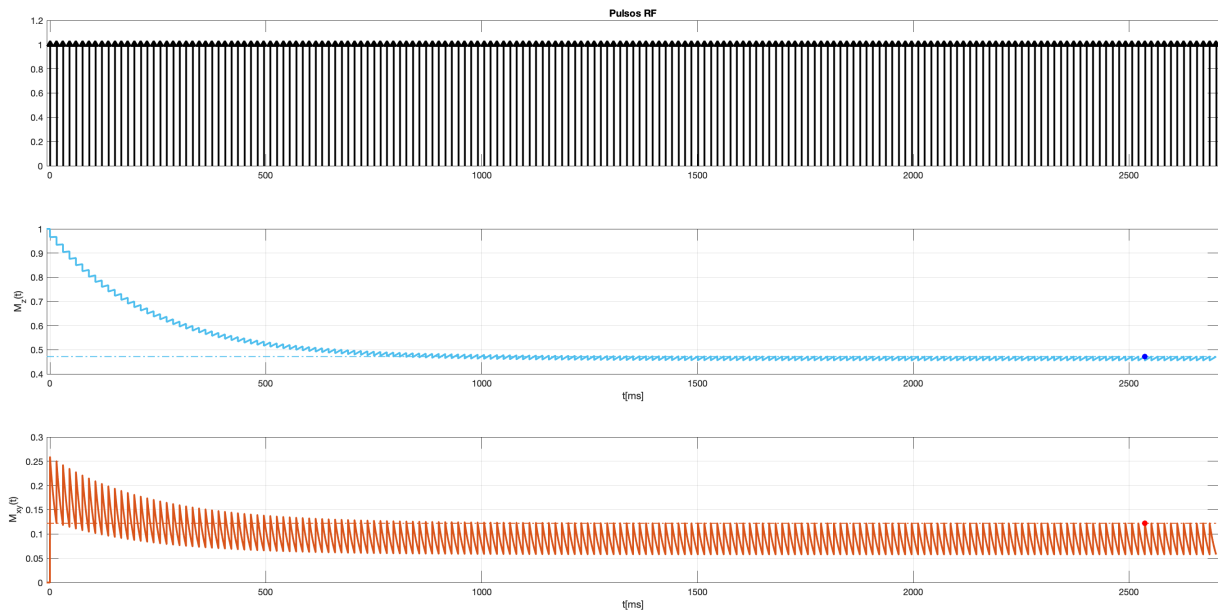
pulsos RF para llegar al estado estacionario.

1.2. Simulaciones pedidas

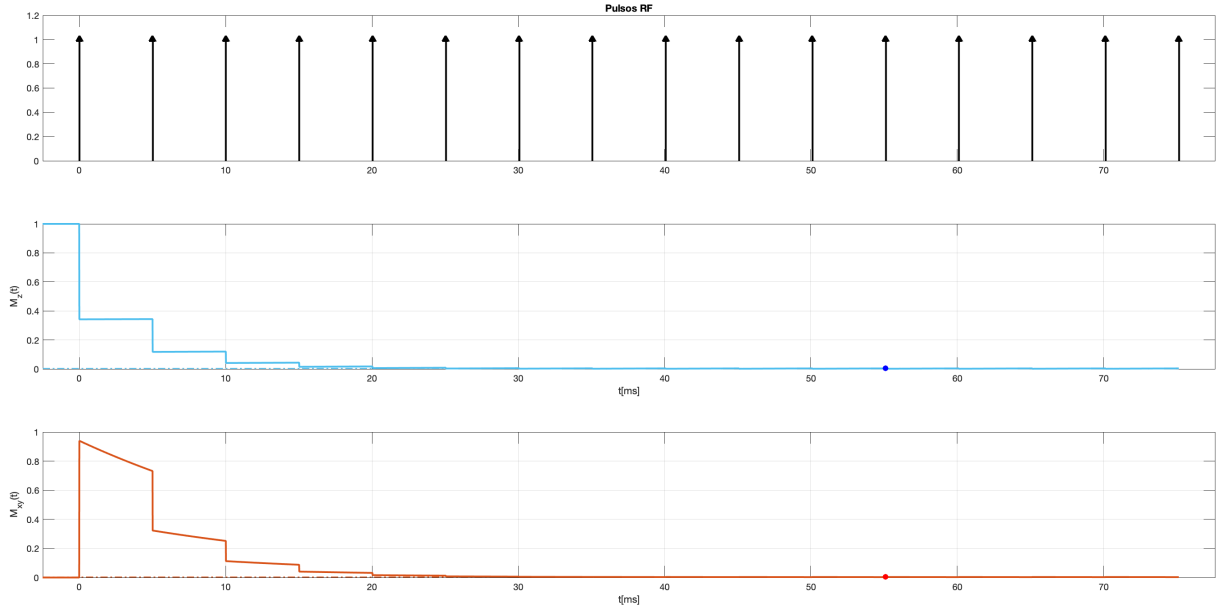
$$TR = 5\text{ms} \quad \alpha = 15^\circ \quad T_1 = 500\text{ms} \quad T_2^* = 20\text{ms}$$



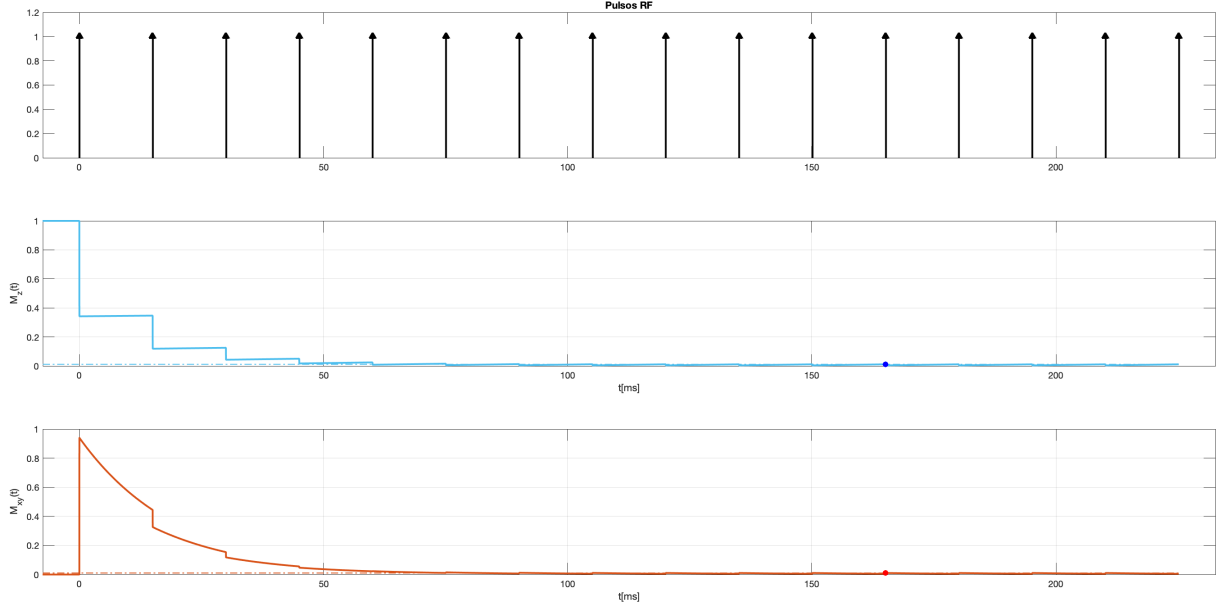
$$TR = 15\text{ms} \quad \alpha = 15^\circ \quad T_1 = 500\text{ms} \quad T_2^* = 20\text{ms}$$



$$TR = 5\text{ms} \quad \alpha = 70^\circ \quad T_1 = 2000\text{ms} \quad T_2^* = 20\text{ms}$$



$$TR = 15\text{ms} \quad \alpha = 70^\circ \quad T_1 = 2000\text{ms} \quad T_2^* = 20\text{ms}$$

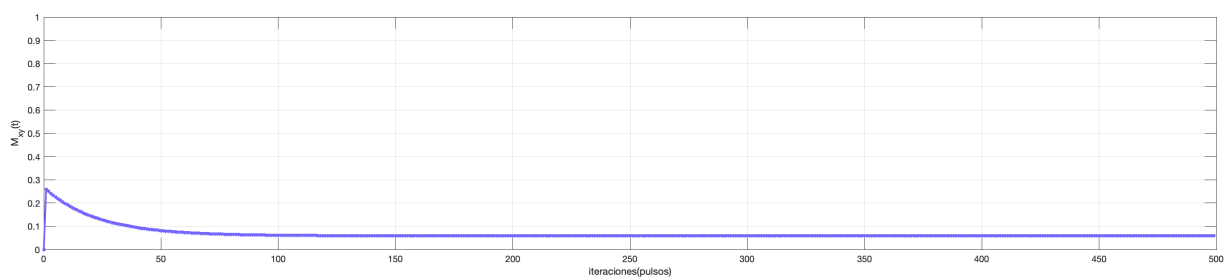
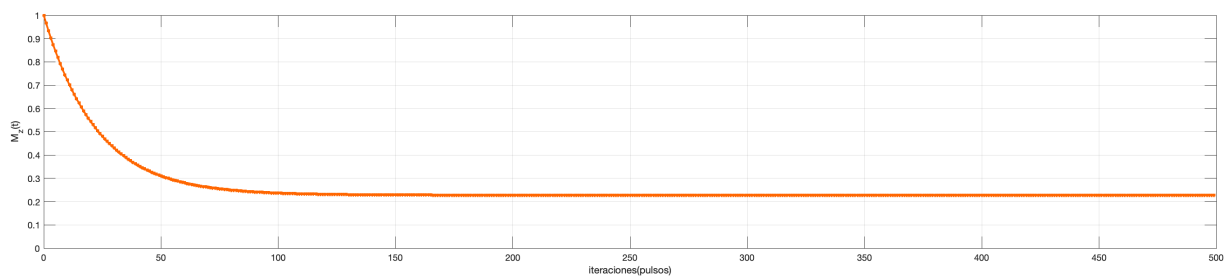


1.3. Envoltentes

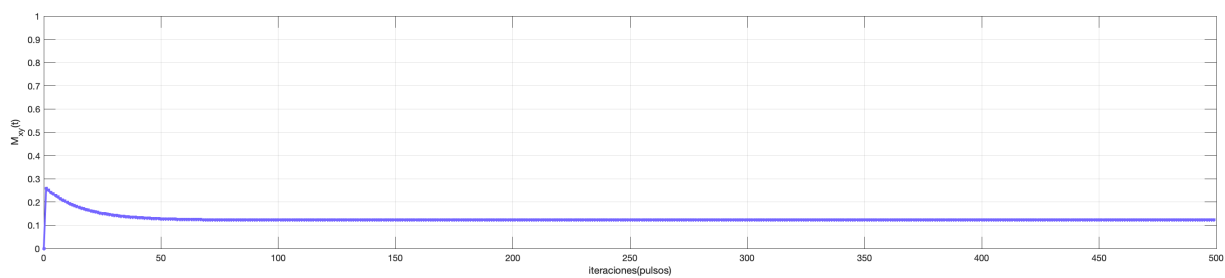
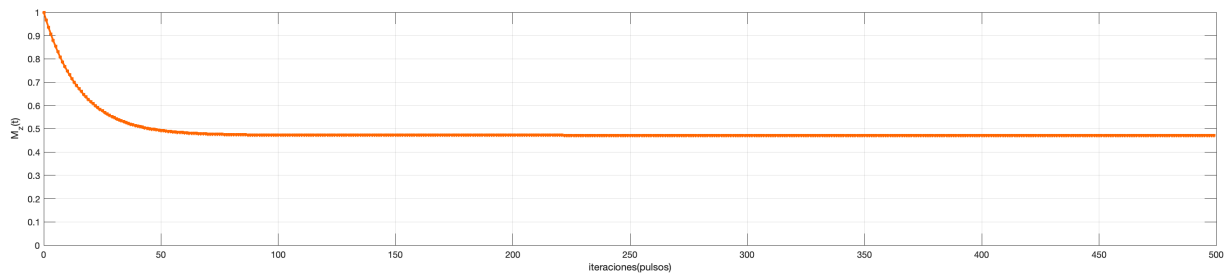
En el enunciado no se especifica el uso de T_2^* por lo que siguiendo las especificaciones dadas solo se podría calcular M_{xy} en el punto inmediatamente después de la aplicación del pulso RF, lo cual resulta en la envoltente de las señales graficadas con anterioridad.

Simulando solo estos puntos se obtuvo lo siguiente:

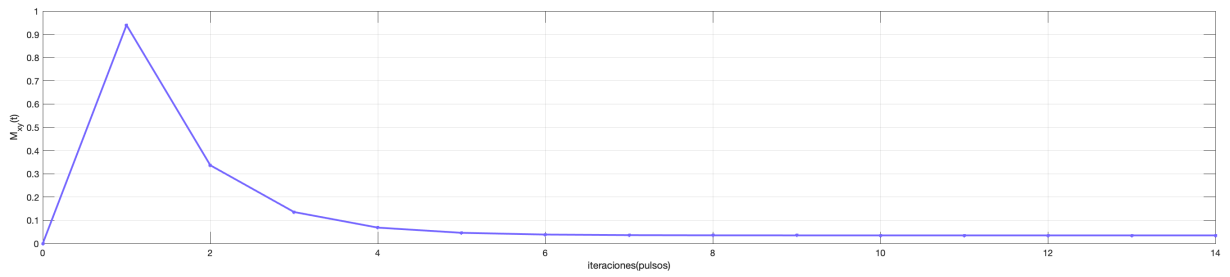
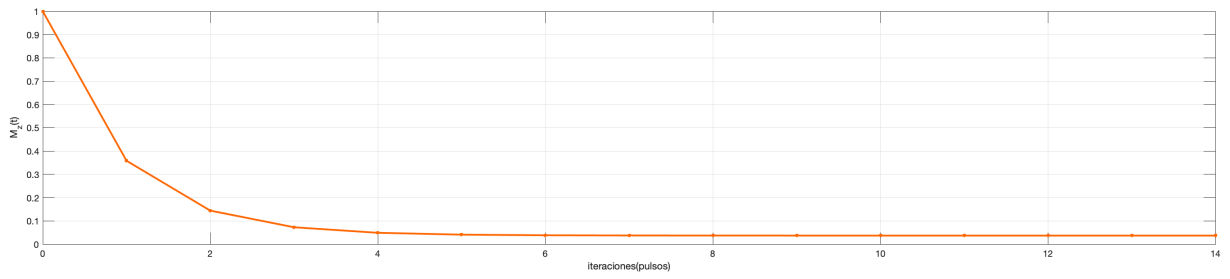
TR = 5ms $\alpha = 15^\circ$ $T_1=500\text{ms}$



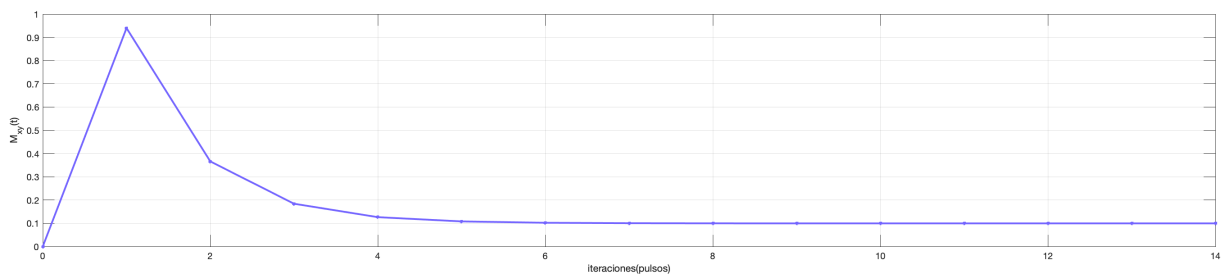
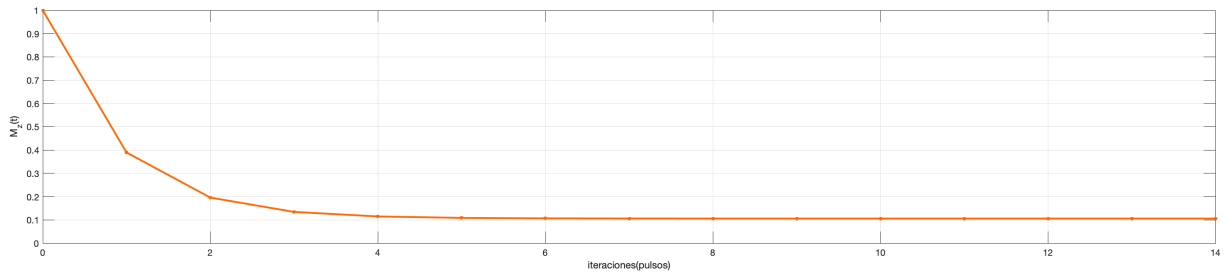
TR = 15ms $\alpha = 15^\circ$ $T_1=500\text{ms}$



$$TR = 5\text{ms} \quad \alpha = 70^\circ \quad T_1 = 200\text{ms}$$



$$TR = 15\text{ms} \quad \alpha = 70^\circ \quad T_1 = 200\text{ms}$$



En las simulaciones se especificaron tiempos TR muy cortos por lo que las magnetizaciones también son bajas.
Se puede concluir que la señal en estado estacionario tiene un valor máximo en función del tiempo TR y el ángulo de excitación.

2. Pregunta 2 - Simulador de secuencias

2.1. Contraste por saturación

Sabemos que en estado estacionario se cumple que:

$$\begin{aligned} M_{n+1}^- &= M_n^- = M^- \\ M^- &= \frac{M_0 \left(1 - e^{-\frac{TR}{T_1}}\right)}{1 - e^{-\frac{TR}{T_1}} \cos(\alpha)} \\ M_{xy} &= M^- \sin(\alpha) \end{aligned}$$

por lo que la evolución de la señal luego de un pulso RF estando en estado estacionario esta dada por:

$$\begin{aligned} M_z(t) &= M_n^- \cos(\alpha) e^{-\frac{t}{T_1}} + M_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}\right) \\ M_{xy}(t) &= M_n^- \sin(\alpha) e^{-\frac{t}{T_2}} \end{aligned}$$

Donde para la secuencia GRE $\mathbf{T}_2 = T_2^*$ y para la secuencia SE $\mathbf{T}_2 = T_2$.

2.2. Contraste por inversión

En estado estacionario luego del pulso de 180° la magnetización longitudinal esta dada por:

$$M_z(TR^+) = -M_0 \left(1 - e^{-TR/T_1}\right)$$

mientras que la magnetización transversal es:

$$M_{xy}(TR^+) = 0$$

por lo que la evolución hasta el tiempo TI donde se aplica el pulso de 90° esta dada por:

$$\begin{aligned} M_z(t) &= M_0 \left(1 + e^{-TR/T_1} - 2 \cdot e^{-t/T_1}\right) \\ M_{xy}(t) &= 0 \end{aligned}$$

para $0 < t < TI$.

El el tiempo TI de aplicación del pulso de 90° las magnetizaciones son:

$$\begin{aligned} M_z(TI^+) &= 0 \\ M_{xy}(TI^+) &= \left| M_0 \left(1 + e^{-TR/T_1} - 2 \cdot e^{-TI/T_1}\right) \right| \end{aligned}$$

Luego de la aplicación del pulso de 90° la evolución de la señal esta dada por:

$$\begin{aligned} M_z(t) &= M_0 \left(1 - e^{-(t-TI)/T_1}\right) \\ M_{xy}(t) &= \left| M_0 \left(1 + e^{-TR/T_1} - 2 \cdot e^{-TI/T_1}\right) \right| \cdot e^{-(t-TI)/T_2} \end{aligned}$$

para $TI < t < TR$.

Donde para la secuencia GRE $\mathbf{T}_2 = T_2^*$ y para la secuencia SE $\mathbf{T}_2 = T_2$.

2.3. Simulación

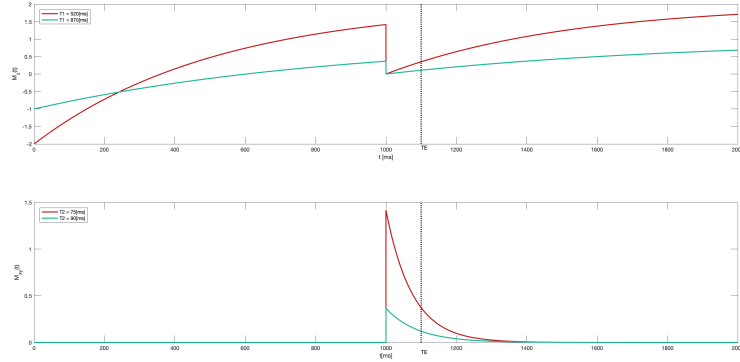
Como la magnetización inicial no es relevante se utilizo el siguiente supuesto:

$$M_0 \propto \rho \implies M_0 \approx \rho$$

Para las simulaciones se utilizaron los siguientes datos:

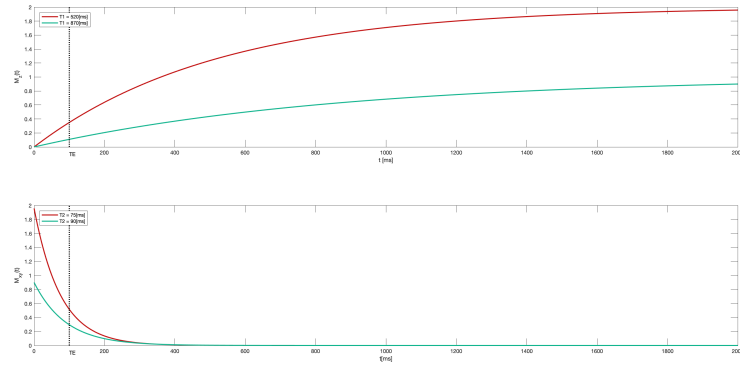
	ρ	T_1	T_2	T_2^*
Materia Gris	1	870ms	90ms	40ms
Materia Blanca	2	520ms	75ms	30ms
LCR	3	1900ms	250ms	110ms

Secuencia SE TR=2000ms TI=1000ms TE=100ms



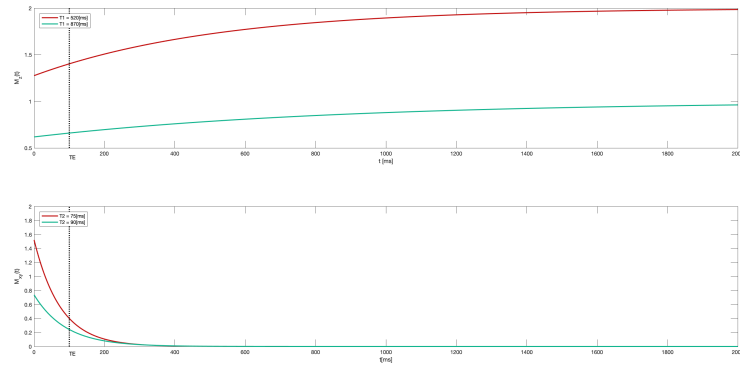
(a) SE IR

Secuencia SE TR=2000ms $\alpha=90^\circ$ TE=100ms



(b) SE $\alpha = 90^\circ$

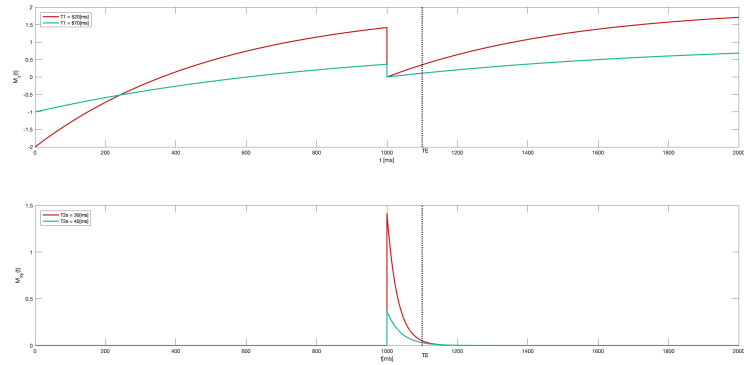
Secuencia SE TR=2000ms $\alpha=50^\circ$ TE=100ms



(c) SE $\alpha = 50^\circ$

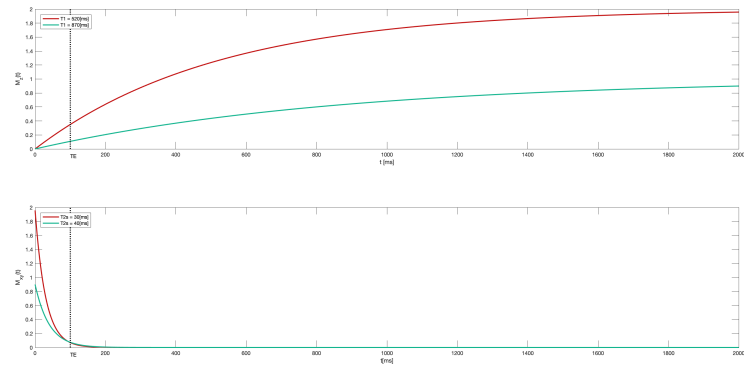
Figura 6: Simulaciones SE - Materia Blanca y Materia Gris

Secuencia GRE TR=2000ms TI=1000ms TE=100ms



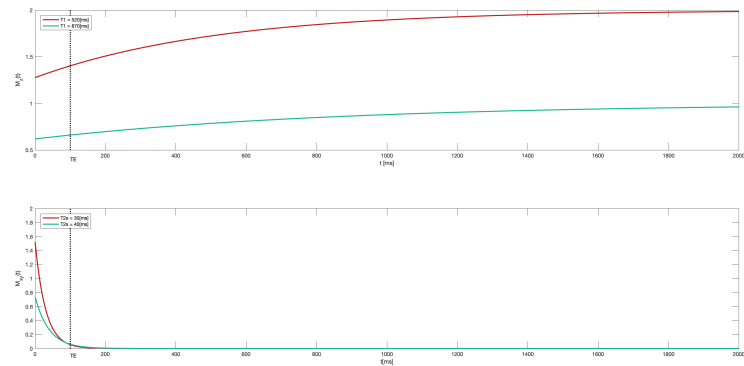
(a) GRE IR

Secuencia GRE TR=2000ms $\alpha=90^\circ$ TE=100ms



(b) GRE $\alpha = 90^\circ$

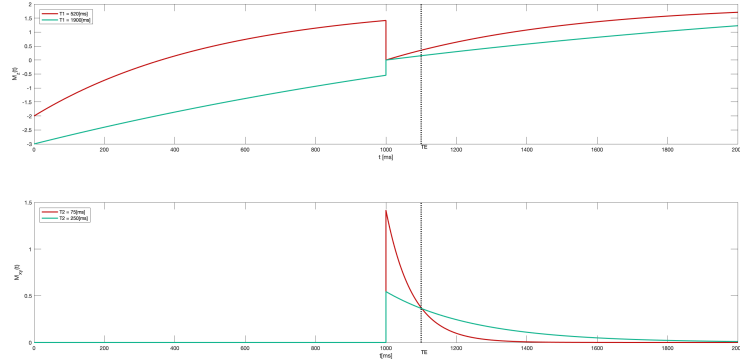
Secuencia GRE TR=2000ms $\alpha=50^\circ$ TE=100ms



(c) GRE $\alpha = 50^\circ$

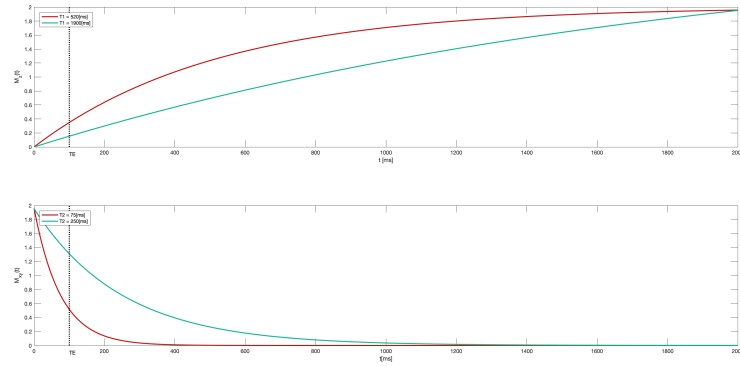
Figura 7: Simulaciones GRE - Materia Blanca y Materia Gris

Secuencia SE TR=2000ms TI=1000ms TE=100ms



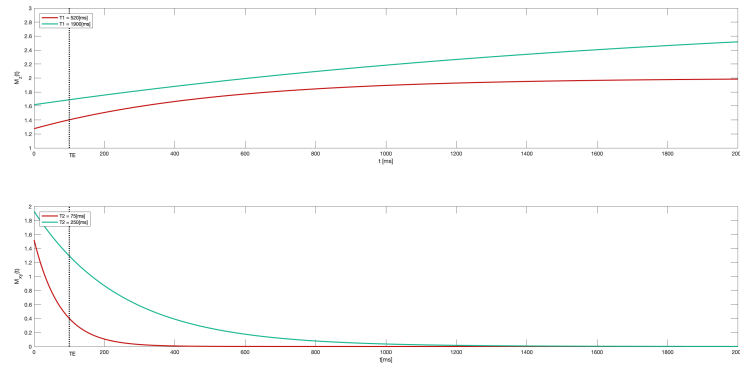
(a) SE IR

Secuencia SE TR=2000ms $\alpha=90^\circ$ TE=100ms



(b) SE $\alpha = 90^\circ$

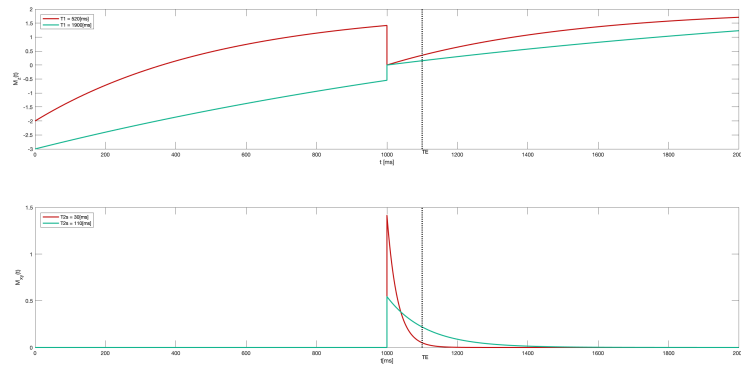
Secuencia SE TR=2000ms $\alpha=50^\circ$ TE=100ms



(c) SE $\alpha = 50^\circ$

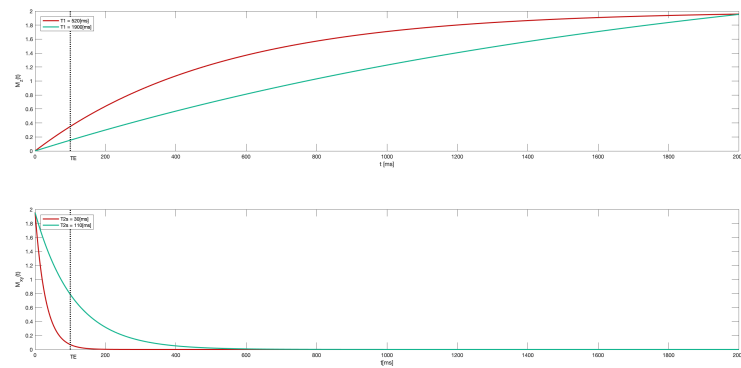
Figura 8: Simulaciones SE - Materia Blanca y LCR

Secuencia GRE TR=2000ms TI=1000ms TE=100ms



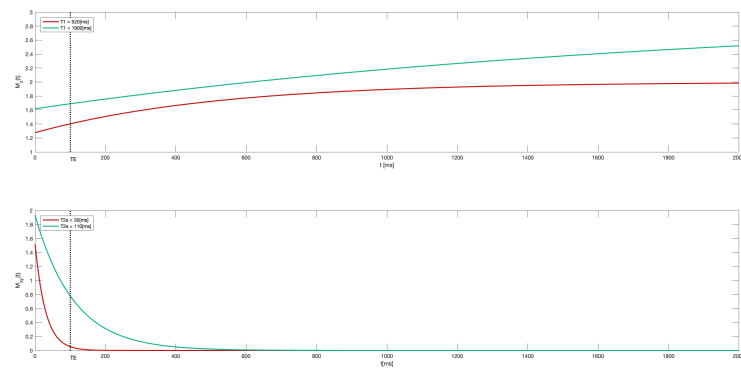
(a) SE IR

Secuencia GRE TR=2000ms $\alpha=90^\circ$ TE=100ms



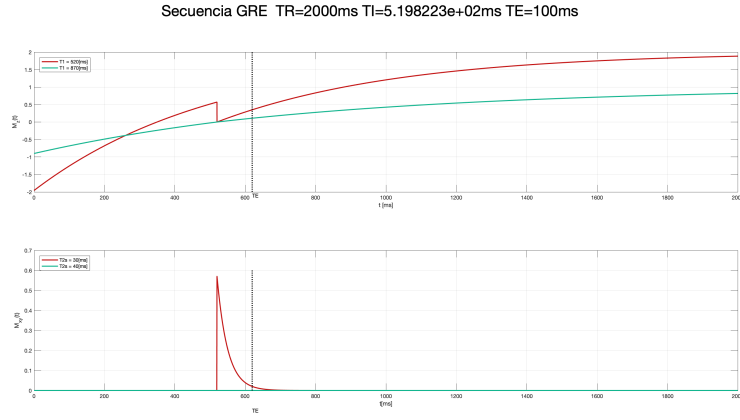
(b) SE $\alpha = 90^\circ$

Secuencia GRE TR=2000ms $\alpha=50^\circ$ TE=100ms

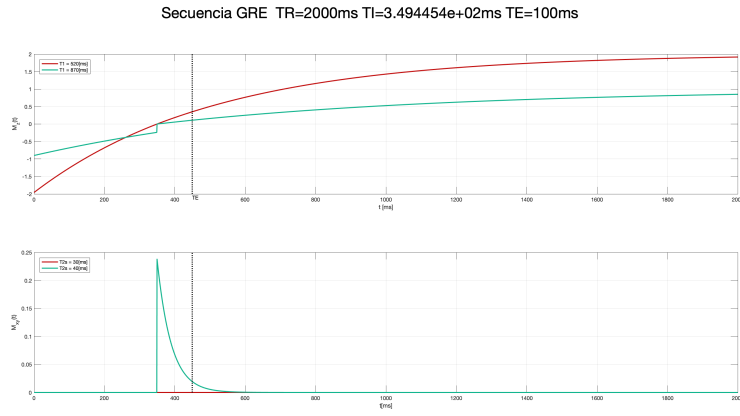


(c) SE $\alpha = 50^\circ$

Figura 9: Simulaciones SE - Materia Blanca y LCR



(a) Eliminación materia gris



(b) Eliminación materia blanca

Figura 10: Eliminación de tejidos

2.4. Análisis

Se puede observar que manteniendo los parámetros constantes lo único que cambia en las secuencias SE y GRE es la velocidad del decaimiento de la magnetización transversal. También se observa que en la secuencia SE con IR se aprecia contraste T_2 entre la materia gris y blanca mientras que entre la materia blanca y el LCR no hay contraste T_2 . Mientras que en la secuencias SE con contraste por saturación el contraste entre materia blanca y el LCR es mayor que el contraste entre materia blanca y gris. Se observa que en la secuencia GRE con IR no hay contraste T_2 entre la materia blanca y gris mientras que si hay entre la materia blanca y el LCR, lo mismo ocurre en la secuencia GRE de contraste por saturación.

Se puede observar que se cumple la eliminación de tejidos dada por:

$$TI = -T_1 \cdot \ln \left(\frac{1 + e^{-TR/T_1}}{2} \right)$$

la cual solo elimina la señal transversal del tejido seleccionado.

2.5. Discusión y Conclusiones

El contraste T_2 solo puede obtenerse con la secuencia SE mientras que el contraste T_2^* solo se obtiene con la secuencia GRE. Un contraste T_2 mayor puede obtenerse con una secuencia IR con anulación de tejidos mientras que el contraste T_1 permanece sin cambios en relación a la anulación de tejidos.

Se concluye que la elección de parámetros debe realizar para cada tipo de secuencia, ya que la señal es sensible a los cambios de secuencia.

Finalmente se puede concluir que el programa implementado da resultados idénticos a los resultados teóricos.