Programación entera mixta PEM

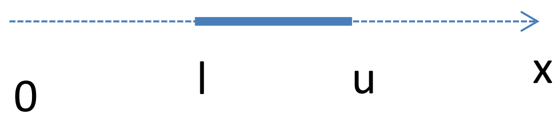
- Muchos problemas de optimización requieren formularse con variables enteras (cuántos productos hacer?) o binarias (hacer este producto o no?)
- Estos problemas tienen algunas formas extra de formulación, especialmente con variables binarias
- PEM: Problema entero mixto: es decir que tiene variables de diferente tipo incluyendo enteras, continuas y binarias o algunas de ellas.

Trucos para PEM

1. Variable con valores discontinuos

La variable x está en un intervalo o toma el valor de 0,

$$x = 0 \quad o \qquad l \leq x \leq u$$



Para esto se adiciona una variable auxiliar binaria y

$$y = \begin{cases} 0 & si \quad x = 0 \\ 1 & si \quad l \leq x \leq u \end{cases}$$

Lo que implica que debe incluirse en el problema las siguientes restricciones

$$x \leq uy$$

$$x \geq uy$$

$$y \quad binaria$$

Costos fijos

Se refiere a costos k_i que solo se incurren si xi>0 y solo una vez. Para ello se incluye variables binarias auxiliares yi que se definen como

$$y = \begin{cases} 0 & si \quad x = 0 \\ 1 & si \quad x > 0 \end{cases}$$

El problema se formula como (M es un valor muy alto):

Minimizar $$Z = \sum_{i=1}^{n} c_{ki} x_i + k_i y_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} r_{ij} x_i \geq \quad D_j \qquad \forall j = 1,\ldots,m$$

$$x_i \leq M y_i \qquad \forall i = 1,\ldots,n$$

$$x_i \geq 0 \qquad \forall i = 1,\ldots,n$$

$$y \;\; binaria$$

Restricciones excluyentes

Se debe cumplir una restricción u otra I o II)

$$I) \quad \sum_{i=1}^{n} r_i x_i \geq D$$

$$II) \quad \sum_{i=1}^{n} d_i x_i \geq B$$

Se adicional una variable binaria auxiliar y que se define como

$$y = \begin{cases} 0 & si \quad se \quad cumple \quad I \\ 1 & si \quad se \quad cumple \quad II \end{cases}$$

El problema se formula como (M es un valor muy alto):

Minimizar

$$Z = \sum_{i=1}^{n} c_{ki} x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} r_i x_i \geq D + My$$

$$\sum_{i=1}^{n} d_i x_i \geq B + M(1-y)$$

$$y \quad binaria$$

$$x_i \geq 0 \qquad \forall i = 1,\dots,n$$

Restricciones condicionales

$$I) \quad \sum_{i=1}^{n} r_i x_i \le D$$

Se la restricción I se cumple, se debe cumplir otra restricción II .

$$II) \quad \sum_{i=1}^{n} d_i x_i \le B$$

Se puede observar que si I entonces II, esto es equivalente a que alguna de las 2 sgtes restricciones se cumpla

$$III) \quad \sum_{i=1}^{n} r_i x_i > D \qquad o \qquad II) \quad \sum_{i=1}^{n} d_i x_i \le B$$

$$III) \quad \sum_{i=1}^{n} r_i x_i \ge D + \epsilon$$

Para que III cumpla también la condición de igualdad típica de PL, se adiciona un épsilon ϵ

Se adicional una variable binaria auxiliar y que se define como

$$y = \begin{cases} 0 & si \quad se \quad cumple \quad III \\ 1 & si \quad se \quad cumple \quad II \end{cases}$$

El problema se formula como (M es un valor muy alto y L muy bajo):

Minimizar

$$Z = \sum_{i=1}^{n} c_{ki} x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} r_i x_i \ge D + \epsilon - Ly$$

$$\sum_{i=1}^{n} d_i x_i \ge B + M(1-y)$$

$$y \quad binaria$$

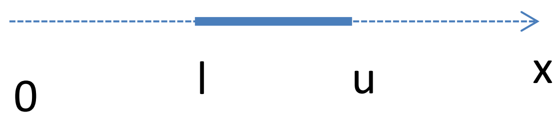
TRUCOS PARA FORMULAR PL Y PEM

Trucos para PEM

1. Variable con valores discontinuos

La variable x está en un intervalo o toma el valor de 0,

$$x = 0 \quad o \quad l \leq x \leq u$$



Para esto se adiciona una variable auxiliar binaria y

$$y = \begin{cases} 0 & si \quad x = 0 \\ 1 & si \quad l \leq x \leq u \end{cases}$$

Lo que implica que debe incluirse en el problema las siguientes restricciones

$$x \leq uy$$

$$x \geq uy$$

$$y \quad binaria$$

Inclusión de Costos fijos

Se refiere a costos k_i que solo se incurren si $X_i>0$ y solo una vez. Para ello se incluye variables binarias auxiliares y_i que se definen como

$$y = \begin{cases} 0 & si \quad x = 0 \\ 1 & si \quad x > 0 \end{cases}$$

El problema se formula como (M es un valor muy alto):

Minimizar $$Z = \sum_{i=1}^{n} c_{ki} x_i + k_i y_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} r_{ij} x_i \geq \quad D_j \qquad \forall j = 1,\ldots,m$$

$$x_i \leq M y_i \qquad \forall i = 1,\ldots,n$$

$$x_i \geq 0 \qquad \forall i = 1,\ldots,n$$

$$y \;\; binaria$$

Restricciones excluyentes

Se debe cumplir una restricción u otra I o II) .

$$I)\quad \sum_{i=1}^{n} r_i x_i \geq \quad D$$

$$II)\quad \sum_{i=1}^{n} d_i x_i \geq \quad B$$

Truco: Se adicional una variable binaria auxiliar y que se define como

$$y = \begin{cases} 0 & si \quad se \quad cumple \quad I \\ 1 & si \quad se \quad cumple \quad II \end{cases}$$

El problema se formula como (M es un valor muy alto):

Minimizar

$$Z = \sum_{i=1}^{n} c_{ki} x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} r_i x_i \geq \quad D \; + My$$

$$\sum_{i=1}^{n} d_i x_i \geq \quad B \; + M(1-y)$$

$$y \quad binaria$$

$$x_i \geq 0 \qquad\qquad \forall i = 1,\ldots,n$$

Restricciones condicionales

$$I) \quad \sum_{i=1}^{n} r_i x_i \leq D$$

Se la restricción I se cumple, se debe cumplir otra restricción II .

$$II) \quad \sum_{i=1}^{n} d_i x_i \leq \quad B$$

Se puede observar que si I entonces II, esto es equivalente a que alguna de las 2 sgtes restricciones se cumpla

$$III) \quad \sum_{i=1}^{n} r_i x_i > D \qquad o \qquad II) \quad \sum_{i=1}^{n} d_i x_i \leq \quad B$$

Para que III cumpla también la condición de igualdad típica de PL, se adiciona un épsilon $\in$

$$III) \quad \sum_{i=1}^{n} r_i x_i \geq D + \in$$

Se adicional una variable binaria auxiliar y que se define como $y = \begin{cases} 0 & si \quad se \quad cumple \quad III \\ 1 & si \quad se \quad cumple \quad II \end{cases}$

El problema se formula como (M es un valor muy alto y L muy bajo):

Minimizar $$Z = \sum_{i=1}^{n} c_{ki} x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} r_i x_i \geq \quad D + \in - Ly$$

$$\sum_{i=1}^{n} d_i x_i \geq \quad B \; + M(1-y)$$

$$y \quad binaria$$