

$\Delta\Delta$ Lang

Implementación de un lenguaje *Pascal*-Like

Matías Federico Gobbi



Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación
Universidad Nacional de Córdoba
28 de junio de 2020

Resumen

Este trabajo consiste en el diseño e implementación de un intérprete para un lenguaje de programación estructurado basado en el lenguaje *Pascal*, orientado al aprendizaje de algoritmos y estructura de datos. El mismo es utilizado actualmente en una materia de la facultad, contando con una definición informal. Existe una sintaxis concreta relativamente consolidada aunque no especificada, y la semántica está definida de manera intuitiva. Siguiendo un modelo de desarrollo en cascada, analizamos la información disponible a partir del dictado de la materia obteniendo una definición formal de la sintaxis abstracta. Luego diseñamos una sucesión de chequeos estáticos, como el sistema de tipos. Finalmente definimos una semántica *small step* a partir de la cual implementamos un intérprete interactivo en el lenguaje *Haskell*.

Índice general

1. Introducción	4
1.1. Motivación	4
1.2. Características del Lenguaje	6
1.3. Desarrollo del Intérprete	8
2. Sobre el lenguaje	11
3. Sobre la sintaxis	12
3.1. Sintaxis Abstracta	12
3.2. Sintaxis Concreta	16
3.3. Parser	17
4. Sobre los chequeos estáticos	22
4.1. Metavariables	22
4.2. Notación	23
4.3. Contextos y Juicios	24
4.4. Predicados	58
5. Conclusión	65
5.1. Trabajos Futuros	65

Capítulo 1

Introducción

En el siguiente trabajo, desarrollaremos un lenguaje de programación para la materia *Algoritmos y Estructura de Datos II*. Antes de comenzar propiamente con la definición formal e implementación del mismo, lo correcto es presentar los objetivos que nos hemos impuesto para la creación del lenguaje, y las motivaciones que nos han impulsado al desarrollo de este proyecto. Por lo tanto, la siguiente sección introducirá al lector los distintos aspectos que influyeron la formación del lenguaje, y justificaron la realización de este trabajo.

1.1. Motivación

En la materia *Algoritmos y Estructura de Datos II*, durante varios años, se ha utilizado un pseudocódigo para la enseñanza de los distintos conceptos que se estudian en la misma. Debido a esto, el lenguaje que diseñamos (basado en este pseudocódigo) tendrá un fin didáctico, y busca ser otra fuente de aprendizaje para auxiliar el dictado de la asignatura. Los ejes principales de la materia consisten en el análisis de algoritmos, la definición de tipos abstractos de datos, y la comprensión de diversas técnicas de programación.

El objetivo del pseudocódigo es poder introducir a los estudiantes a nuevos conceptos y fomentar buenas prácticas de programación. Se utiliza para describir de forma precisa principios operacionales de los distintos algoritmos estudiados en la materia. Típicamente, se omiten detalles esenciales para la implementación de los algoritmos para favorecer el entendimiento de los mismos. No existe ningún estándar para la sintaxis o semántica del pseudocódigo, por lo que un programa en este pseudo-lenguaje no es ejecutable en el sentido que no puede ser traducido a una serie de instrucciones máquina.

Nuestra meta final con este proyecto, es poder tomar la totalidad de los fragmentos de pseudocódigo que se encuentran dispersos en los diversos contenidos de la materia, y transformarlos en un lenguaje completamente implementado, con todo lo que esto implica. Obviamente, nuestro principal desafío para cumplir nuestra tarea, es poder resolver las distintas ambigüedades y la falta de especificación que el actual pseudocódigo presenta.

1.1.1. Objetivos de la Asignatura

Durante el desarrollo de la materia, se pretende que el alumno adquiera diversos conceptos relacionados con los distintos temas estudiados en la asignatura. Algunos de los mismos son listados a continuación:

- Capacidad para comprender y describir el problema que resuelve un algoritmo (el *qué*), y diferenciarlo de la manera en que lo resuelve (el *cómo*).
- Suficiencia para analizar algoritmos, compararlos según su eficiencia en tiempo de ejecución y en espacio de almacenamiento.
- Hábito de identificar abstracciones relevantes al abordar un problema computacional, y aptitud para la especificación e implementación de las mismas.
- Familiaridad con técnicas de diseño de algoritmos de uso frecuente, y comprensión de diversos algoritmos conocidos.
- Contacto con la programación (principalmente en el lenguaje *C*) de algoritmos y estructura de datos.
- Aptitud para la utilización de diversos niveles de abstracción y adaptación a distintos lenguajes de programación.

1.1.2. Programa de la Asignatura

El contenido de la materia se puede dividir en tres unidades. En cada una de estas, se introducen nuevos conceptos que luego se reflejan en diversos fragmentos de pseudocódigo empleados para facilitar la comprensión de los mismos. En el diseño del futuro lenguaje, se deberán tener en cuenta todas estas cuestiones para poder crear una herramienta útil para complementar la enseñanza de la asignatura.

Análisis de Algoritmos

La primer unidad de la materia, se basa en el análisis de algoritmos. Inicialmente, se estudian distintas maneras de ordenar arreglos utilizando diversas técnicas, como *ordenación por selección*, *ordenación por inserción*, *ordenación por intercalación*, *ordenación rápida*, entre otras. Con estos contenidos básicos presentes, se enseña al alumno a contar operaciones de un programa, introduciendo de esta forma los conceptos de *orden* y *jerarquía* sobre la complejidad de un algoritmo. Para terminar, se introducen las recurrencias *divide y vencerás*, y se presentan otros algoritmos como la *búsqueda lineal*, y la *búsqueda binaria*.

Estructura de Datos

La segunda parte de la materia, presenta la noción de estructuras de datos. Se describen a los *tipos concretos* como un concepto relativo a un lenguaje de programación, donde se estudian elementos como los arreglos, las listas, los registros, y los tipos enumerados. Mientras, los *tipos abstractos* se presentan como una idea asociada a un problema que se quiere resolver. Se describe la diferencia entre la *especificación*, y la *implementación* de los mismos, y se enseña la importancia de la elección adecuada para estos. Se examinan diseños distintos para varios de los diversos *TAD's*, como el *contador*, la *pila*, la *cola*, y el *árbol*, junto con la eficiencia en tiempo o espacio de sus distintas operaciones. Además, se introduce el concepto de *manejo dinámico de memoria* de un programa mediante el uso de punteros.

Algoritmos Avanzados

La última unidad, presenta distintas estrategias conocidas para la resolución de problemas algorítmicos. Se introduce el esquema general de los *algoritmos voraces*, y se enseñan diversos algoritmos que se basan en esta idea como el de *Dijkstra*, *Prim*, y *Kruskal*. También se introduce al concepto de *backtracking*, resolviendo los problemas de la *moneda*, y la *mochila*, entre otros. Luego, se ve *programación dinámica* donde se visitan problemas previos, además de ver nuevos conceptos como el algoritmo de *Floyd*. Un último tema que se enseña en la materia, es la recorrida de grafos, y las distintas variantes para realizar la misma.

1.2. Características del Lenguaje

Una vez detallados los fundamentos en los que se basa el lenguaje, es hora de describir sus características más importantes. $\Delta\Delta$ Lang es una formalización del pseudocódigo utilizado en la materia *Algoritmos y Estructura de Datos II*, por lo que está diseñado para enseñar conceptos fundamentales de forma clara y natural. Es un lenguaje imperativo similar a *Pascal*. Este último fue diseñado por *Niklaus Wirth* cerca de 1970 [1]. Algunos elementos básicos que comparten son:

- Una sintaxis verbosa, pero fácil de leer.
- Un tipado fuerte para las expresiones.
- Un formato estructurado del código.

Al solo contar con una definición informal e incompleta del pseudocódigo, tuvimos que enfrentarnos a problemas de ambigüedad y falta de especificación para la creación del lenguaje. Debido a esto, la transición de uno a otro puede no ser inmediata. De todas formas, la esencia de ambos es la misma. La sintaxis del lenguaje es rigurosa, en comparación al código de la materia que era flexible en este aspecto. La semántica del primero está definida de forma precisa, a diferencia del pseudocódigo que solo se contaba con la intuición del lector para interpretar la misma.

1.2.1. Tipado

Como mencionamos previamente, $\Delta\Delta$ Lang posee tipado fuerte. Esto significa que no se permiten violaciones de los tipos de datos, es decir, dado el valor de una variable de un tipo determinado, no se puede usar la misma como si fuera de otro tipo distinto al especificado en el programa. En una primera instancia, no hay ninguna especie de conversión, implícita o explícita, para los tipos de las expresiones del lenguaje.

En $\Delta\Delta$ Lang se ofrecen una serie de tipos nativos un poco más limitada a la utilizada en el pseudocódigo de la materia. Los mismos, a su vez, se pueden dividir en tipos básicos y en tipos estructurados. Al mismo tiempo, existe la posibilidad de definir nuevos tipos de datos en el lenguaje; aspecto fundamental para el desarrollo de la segunda unidad de la asignatura.

Los tipos nativos básicos del lenguaje son los enteros, los reales, los booleanos y los caracteres. Para manipular valores de estos tipos, se ofrecen las operaciones aritméticas y lógicas típicas. A su vez, también se encuentran definidas las operaciones de igualdad y orden para estos valores, a pesar que su aplicación no se limita solo a los mismos.

Por otro lado, los tipos estructurados incorporados son los arreglos y los punteros. Los primeros tendrán un funcionamiento similar a los especificados en el lenguaje *C*. Además, existirá la posibilidad de definir arreglos multidimensionales, y arreglos cuyos tamaños serán variables. Los segundos, permitirán el manejo dinámico de la memoria de un programa y serán útiles para la creación de nuevos tipos de datos.

Finalmente, el usuario podrá crear sus propios tipos de datos. Hay tres posibilidades para la declaración de estos. Los tipos enumerados representarán una enumeración de un conjunto finito de valores. Los sinónimos serán un renombrado de un tipo ya existente. Y las tuplas permitirán la creación de estructuras con múltiples campos. Todos estos elementos serán fundamentales para el estudio de los *TAD's* en la materia.

Similar a *Haskell*, en el lenguaje existen ciertas clases predefinidas que caracterizan el comportamiento de los tipos que las implementan. Estas son **Eq**, **Ord**, e **Iter**. La primera, será implementada por todos los tipos que se pueden igualar. La segunda, es satisfecha por las categorías de elementos que son ordenables. Finalmente, la última clase indica si cierta estructura puede ser recorrida de forma iterativa. Una vez que el usuario declara un tipo, puede implementar todas las operaciones que una determinada clase requiera, para convertir a su nueva estructura de datos en una instancia de la misma.

1.2.2. Polimorfismo

El lenguaje permite la declaración de funciones y procedimientos con polimorfismo paramétrico. Esto significa que con una única definición, independiente de los tipos específicos de las entradas polimórficas, las funciones y procedimientos tendrán la capacidad de ser aplicables a argumentos con valores de distinto tipo. A su vez, esto introduce la capacidad de trabajar con variables de tipo en el programa, cuyos tipos concretos serán resueltos en tiempo de ejecución.

Otra posibilidad que permite el lenguaje, es agregar restricciones de clases que deberán ser satisfechas por las variables de tipo que los procedimientos y funciones introducen en su prototipo. Con este refinamiento, uno puede abstraerse de los tipos específicos en la implementación, para solo considerar las operaciones básicas que los mismos proporcionan. De esta forma, podemos limitarnos a trabajar con valores que ofrecen ciertas propiedades como la de igualdad, la de orden, y la de ser iterables.

El polimorfismo que admiten las funciones y procedimientos del lenguaje no se limita solo a tipos. También existe una especie de polimorfismo para los tamaños de arreglos que se introducen en la declaración de los anteriores. Con esta posibilidad, se pueden definir funciones o procedimientos que operan sobre arreglos, independientemente del tamaño de estos. Esto introduce la capacidad de trabajar con tamaños variables de arreglos, cuyo tamaño concreto será resuelto durante la ejecución del programa.

1.2.3. Recursión

La recursión es otro de los temas fundamentales en el dictado de la materia. En particular, para la parte de conteo de operaciones, donde se estudia como calcular el *orden* de un algoritmo. Dentro del cuerpo de una función o procedimiento, se puede realizar una llamada recursiva a si mismo para continuar con la ejecución del programa. En estas situaciones, el lenguaje no presenta ninguna particularidad relevante como para ser mencionada en esta sección.

En cambio, donde si haremos una salvedad, es en la declaración de tipos de datos. En el lenguaje, solo se permite una clase de recursión muy limitada para los mismos. Para crear un tipo recursivo, solo hay una posibilidad bastante restrictiva, y es en la definición de una tupla que posea un campo de tipo puntero. Esta especie de recursión es lo suficientemente expresiva como para permitir la implementación de listas enlazadas en el lenguaje, concepto fundamental en el programa de la asignatura.

1.2.4. Manejo de Memoria

Una característica muy importante del pseudocódigo, que se sigue manteniendo en el lenguaje, es el manejo dinámico de memoria. Durante la segunda y tercera parte de la materia, este es un concepto central que acompaña al desarrollo de la asignatura. Para la implementación de *TAD*'s, resulta un tema recurrente que sirve para comparar distintos diseños en base a su claridad, portabilidad, y eficiencia.

Mediante el uso de punteros, y la llamada de los procedimientos especiales **alloc** y **free**, el usuario puede hacer un uso explícito sobre la memoria utilizada por el programa. Con algunos conceptos similares a *C*, uno puede reservar memoria que será accesible mediante el uso de punteros. Durante la ejecución del programa, se podrá manipular la memoria reservada y, cuando ya no sea necesaria, se podrá liberar la misma.

1.2.5. Encapsulamiento

Una última característica relevante que fue tomada de los contenidos de la materia y sentó las bases para el desarrollo del lenguaje, es el encapsulamiento. En el pseudocódigo esta particularidad muchas veces era omitida, debido que un programa en este pseudo-lenguaje solo se podía ejecutar *en el aire*. Debido a esto, se contaba con una intuición sobre que era parte de la especificación y que era parte de la implementación de un tipo de dato, de manera informal.

Cuando pasamos al lenguaje formal, hay una evidente diferenciación entre el código que se utiliza para especificar un *TAD*, y el código empleado para su implementación. En $\Delta\Delta$ Lang se busca tener una clara separación en módulos para los elementos definidos de un programa. De esta forma, podemos abstraernos de los detalles propios de la implementación de una estructura de datos, y basarnos solo en su especificación para resolver cierto problema algorítmico.

1.3. Desarrollo del Intérprete

Debido que el objetivo de este proyecto es la creación de un lenguaje de programación, nuestro ideal es que el producto final del trabajo sea la implementación de un intérprete para el mismo. El desarrollo de esta herramienta no es una actividad trivial, por el contrario, su avance requerirá de múltiples iteraciones y se dividirá en distintas etapas donde, a medida que se progrese en el proyecto, habrá una retroalimentación mutua entre las mismas. Con respecto a este trabajo de tesis en particular, realizaremos la implementación para la primera versión de la fase de *análisis* del intérprete. En la misma, luego de definir la sintaxis del lenguaje, desarrollaremos tanto el parser como los chequeos estáticos que conforman esta etapa.

A continuación, daremos un breve marco teórico sobre distintas cuestiones que consideramos importante mencionar sobre el diseño del intérprete en general. Para el mismo, nos basaremos en los primeros capítulos de la bibliografía de Aho, Sethi y Ullman [2].

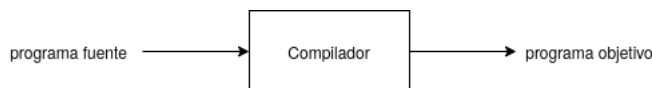


Figura 1.1: Un compilador

Un lenguaje de programación es una notación para describir computaciones a personas y a máquinas. Pero para que un programa sea ejecutable, antes debe ser traducido a un formato comprensible para una máquina. Los sistemas de software que se encargan de esta traducción son denominados *compiladores*. De forma simple, un compilador es un programa que puede leer

un programa especificado en un *lenguaje fuente* y traducirlo en un programa equivalente en un *lenguaje objetivo*. En la imagen 1.1 se puede observar un esquema simplificado de esta idea.

Un intérprete es otra clase común de procesador de lenguajes. En lugar de producir un programa objetivo como resultado de una traducción, un intérprete simula ejecutar directamente las operaciones especificadas en el programa fuente, en base a las entradas suministradas por el usuario y retornando las salidas producidas como resultado de la ejecución. En la figura 1.2 se puede apreciar la diferencia esencial entre ambas clases de procesadores de lenguajes.

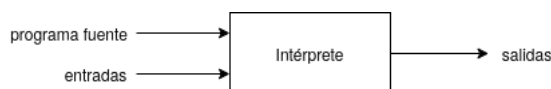


Figura 1.2: Un intérprete

Si entramos un poco más en detalle, podemos observar que el proceso de transformación está compuesto por dos etapas: *análisis* y *síntesis*. En el caso de la primera etapa, su desarrollo puede realizarse de manera idéntica tanto para compiladores como para intérpretes. En cambio, la segunda presenta diferencias sustanciales entre ambos. Debido que nuestro objetivo es implementar un intérprete para el lenguaje, nos concentraremos solo en el estudio de este.

1.3.1. Análisis

La parte del análisis divide el programa fuente en distintas piezas e impone una estructura gramatical a las mismas. Luego, utiliza esta estructura para crear una representación intermedia del programa fuente. Si la etapa de análisis detecta que el programa presenta errores sintácticos o incoherencias semánticas, entonces deberá proveer mensajes informativos para que el usuario pueda aplicar las correcciones adecuadas. En nuestro caso, la representación intermedia que utilizaremos serán los *árboles de sintaxis abstracta*. La transformación del programa fuente a nuestra representación intermedia, no es trivial. Para facilitar la misma, comúnmente se divide esta tarea en varias fases.

Análisis Léxico

En esta etapa, también llamada *fase de escaneo*, se analiza la entrada carácter por carácter y se divide la misma en una serie de unidades elementales denominadas *componentes léxicos*. Por cada componente léxico, la fase de escaneo produce como salida un *token* que pertenece a cierta categoría gramatical y posee una cantidad determinada de atributos con información relevante para las siguientes fases de análisis. En esta etapa, además, se filtran elementos como los espacios en blanco y los comentarios.

Análisis Sintáctico

Esta es la fase que comúnmente se denomina *parser*. El parser utiliza los tokens obtenidos en la etapa previa, para crear una representación intermedia de la estructura gramatical del flujo total de tokens. Como mencionamos anteriormente, nosotros utilizaremos un *árbol de sintaxis abstracta* como representación. Las fases posteriores del intérprete emplearán esta estructura gramatical para continuar el análisis del programa fuente.

Análisis Semántico

La última etapa del análisis es la de *chequeos estáticos*. La misma se encarga de verificar si las restricciones semánticas impuestas en la definición del lenguaje son respetadas. Una parte importante de este análisis es el llamado chequeo de tipos (*typecheck*). Comúnmente, esta fase toma como entrada la representación intermedia obtenida en la etapa previa, y le agrega las anotaciones de tipos adecuadas, necesarias para continuar el análisis en etapas posteriores.

1.3.2. Síntesis

La parte de síntesis de un compilador es muy diferente a la de un intérprete. Para el primero, tenemos que construir el programa objetivo utilizando la representación intermedia, junto con toda la información adicional recopilada en las etapas previas. Habitualmente, esta fase se divide en otras dos partes, la *generación de código intermedio* y la *generación de código objeto*. En la *generación de código intermedio* se obtiene una representación independiente de la máquina, pero fácilmente traducible a lenguaje ensamblador. En cambio, la *generación de código objeto* es totalmente dependiente de la arquitectura concreta para la que se esté desarrollando el compilador. Además, durante estas fases comúnmente se aplica algún proceso de optimización sobre el código generado.

Del otro lado, como el objetivo de un intérprete difiere con el de un compilador, sus etapas de síntesis también lo hacen en la misma manera. Para obtener los resultados del programa, debemos partir del *árbol de sintaxis abstracta* obtenido luego de la fase de *análisis* del intérprete y, junto con los datos de entrada sustentados por el usuario, simular la ejecución del programa en base a las acciones especificadas en el código del mismo. De esta forma, una vez finalizada la ejecución, se obtienen las salidas del programa. En la imagen 1.3 se puede observar la estructura de nuestro intérprete.

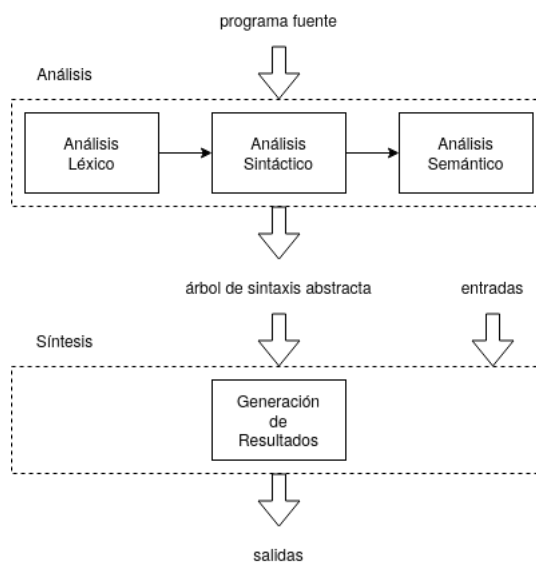


Figura 1.3: Estructura de un intérprete

Capítulo 2

Sobre el lenguaje

Capítulo 3

Sobre la sintaxis

En el siguiente capítulo, nos dedicaremos principalmente al desarrollo del parser para nuestro intérprete. Lo primero a realizar, será precisar formalmente la sintaxis de nuestro lenguaje. Una vez definida, comenzaremos con la descripción de los aspectos principales sobre la implementación del parser de $\Delta\Delta\text{Lang}$. Idealmente, esta sección del trabajo será utilizada para la documentación del futuro intérprete.

3.1. Sintaxis Abstracta

La sintaxis del lenguaje ya se expuso de manera informal en capítulos anteriores, mediante los distintos ejemplos que se fueron ilustrando. A pesar de esto, si se quisiera hacer un estudio formal del lenguaje, lo correcto sería dar una definición precisa de la misma. Por lo tanto, a continuación se describirá la *sintaxis abstracta* de $\Delta\Delta\text{Lang}$ de forma matemática.

3.1.1. Expresiones

Una expresión puede adoptar distintas formas; puede ser un valor constante, una llamada a función, una operación sobre otras expresiones o una variable con sus respectivos operadores. Su composición se describe a continuación.

$$\langle expression \rangle ::= \langle constant \rangle \mid \langle functioncall \rangle \mid \langle operation \rangle \mid \langle variable \rangle$$

A su vez, una constante puede tomar alguno de los siguientes valores. Los no terminales *integer*, *real*, *bool*, y *character* denotan los conjuntos de valores esperados, mientras que *cname* hace referencia a los identificadores de constantes definidas por el usuario. Los terminales **inf** y **null**, representan al infinito y al puntero nulo respectivamente.

$$\langle constant \rangle ::= \langle integer \rangle \mid \langle real \rangle \mid \langle bool \rangle \mid \langle character \rangle \mid \langle cname \rangle \mid \mathbf{inf} \mid \mathbf{null}$$

Una llamada a función está compuesta por su nombre y la lista de parámetros que recibe. La misma puede tener una cantidad arbitraria de entradas. Notar que se utilizará la misma clase de identificadores tanto para funciones y procedimientos como para variables.

$$\langle functioncall \rangle ::= \langle id \rangle (\langle expression \rangle \dots \langle expression \rangle)$$

Los operadores del lenguaje están conformados por operados numéricos, booleanos, y de orden e igualdad. Observar que será necesaria la implementación de un chequeo de tipos para asegurar el uso apropiado de los mismos.

```

⟨operation⟩ ::= ⟨expression⟩ ⟨binary⟩ ⟨expression⟩ | ⟨unary⟩ ⟨expression⟩

⟨binary⟩ ::= + | - | * | / | % | || | && | <= | >= | < | > | == | !=

⟨unary⟩ ::= - | !

```

Finalmente, describimos las variables con sus respectivos operadores. Las mismas pueden simbolizar un único valor, un arreglo de varias dimensiones, una tupla con múltiples campos, o un puntero a otra estructura en memoria. El no terminal *fname* representa el alias de una componente para una estructura de tipo tupla definida por el usuario.

```

⟨variable⟩ ::= ⟨id⟩
              | ⟨variable⟩ [ ⟨expression⟩ ... ⟨expression⟩ ]
              | ⟨variable⟩ . ⟨fname⟩
              | * ⟨variable⟩

```

3.1.2. Sentencias

Las sentencias del lenguaje se dividen en las siguientes instrucciones. La composición de la *asignación* y el *while* es bastante simple, por lo que se detallan también a continuación. Notar que el no terminal *sentences* se utiliza para representar la secuencia de instrucciones.

```

⟨sentence⟩ ::= skip | ⟨assignment⟩ | ⟨procedurecall⟩ | ⟨if⟩ | ⟨while⟩ | ⟨for⟩

⟨assignment⟩ ::= ⟨variable⟩ := ⟨expression⟩

⟨while⟩ ::= while ⟨expression⟩ do ⟨sentences⟩

⟨sentences⟩ ::= ⟨sentence⟩ ... ⟨sentence⟩

```

Para la llamada de procedimientos, se utiliza una sintaxis similar a la empleada para funciones. Además de esto, se encuentran definidos dos métodos especiales exclusivamente para el manejo explícito de memoria del programa.

```

⟨procedurecall⟩ ::= ⟨id⟩ ( ⟨expression⟩ ... ⟨expression⟩ )
                  | alloc ⟨variable⟩
                  | free ⟨variable⟩

```

La instrucción *if* es bastante compleja en su composición. Para simplificar la sintaxis abstracta, nos limitaremos a solo permitir una única opción para su especificación. Notar que las otras versiones de esta sentencia, utilizadas en capítulos previos, se pueden obtener mediante azúcar sintáctico (*syntax sugar*).

```

⟨if⟩ ::= if ⟨expression⟩ then ⟨sentences⟩ else ⟨sentences⟩

```

Finalmente, otra instrucción que presenta varias opciones es el *for*. Debido que nos encontramos desarrollando la primer versión del intérprete, algunas funcionalidades deseadas aún no se encuentran definidas. Esto se ve reflejado en la actual instrucción. En la misma, se pueden especificar rangos ascendentes con **to**, o descendentes con **downto**, pero la versión que admite estructuras iterables aún no ha sido determinada.

```

⟨for⟩ ::= for ⟨id⟩ := ⟨expression⟩ to ⟨expression⟩ do ⟨sentences⟩
      | for ⟨id⟩ := ⟨expression⟩ downto ⟨expression⟩ do ⟨sentences⟩

```

3.1.3. Tipos

Los tipos que soporta $\Delta\Delta\text{Lang}$ pueden dividirse en dos categorías, los nativos del lenguaje y los definidos por el usuario. A su vez, los primeros puede separarse en básicos o estructurados. A continuación se detallan los mismos.

```

⟨type⟩ ::= int | real | bool | char
        | ⟨array⟩
        | ⟨pointer⟩
        | ⟨definedtype⟩
        | ⟨typevariable⟩

```

Del lado de los tipos nativos estructurados, se tienen a los arreglos y a los punteros. Para los primeros, hay que especificar como se definen los tamaños para sus dimensiones. El no terminal *sname* representa al tamaño polimórfico introducido en el prototipo de funciones y procedimientos. Para los segundos, solo se debe indicar cual es el tipo de valor que se va a referenciar.

```

⟨array⟩ ::= array ⟨arraysize⟩ ... ⟨arraysize⟩ of ⟨type⟩

⟨arraysize⟩ ::= ⟨natural⟩ | ⟨sname⟩

⟨pointer⟩ ::= pointer ⟨type⟩

```

En el caso de las variables de tipo, las mismas poseen su propia clase de identificadores. En cambio, para los tipos definidos por el usuario, además de su nombre representado por el no terminal *tname*, se deben detallar los tipos en los cuales se instanciará. Si el mismo no posee argumentos, el terminal **of** no se deberá especificar.

```

⟨typevariable⟩ ::= ⟨typeid⟩

⟨definedtype⟩ ::= ⟨tname⟩ of ⟨type⟩ ... ⟨type⟩

```

Cuando se declara un procedimiento, es necesario especificar el rol que cumplirá cada una de sus entradas. Esto significa que se debe detallar, para todos los argumentos individualmente, si se emplearán para lectura (**in**), escritura (**out**), o ambas (**in/out**).

```

⟨io⟩ ::= in | out | in/out

```

También existe una serie de clases predefinidas para los tipos del programa. Las mismas representan una especie de interfaz que caracteriza las propiedades que cumplen cada uno de los tipos que las definen. Debido que aún no se ha precisado formalmente la naturaleza de la clase **Iter**, la misma se omitirá en esta primera versión del intérprete.

```

⟨class⟩ ::= Eq | Ord

```

Finalmente, para la declaración de nuevos tipos por parte del usuario hay tres posibilidades. Se pueden crear tipos enumerados, sinónimos de tipos y tuplas. Para los dos últimos, se pueden especificar parámetros de tipos que permiten crear estructuras más abstractas. Similar a lo dicho anteriormente, si los tipos declarados no poseen argumentos, entonces el terminal **of** se omite.

```

⟨typedecl⟩ ::= enum ⟨tname⟩ = ⟨cname⟩ ... ⟨cname⟩
           | syn ⟨tname⟩ of ⟨typearguments⟩ = ⟨type⟩
           | tuple ⟨tname⟩ of ⟨typearguments⟩ = ⟨field⟩ ... ⟨field⟩

⟨typearguments⟩ ::= ⟨typevariable⟩ ... ⟨typevariable⟩

⟨field⟩ ::= ⟨fname⟩ : ⟨type⟩

```

3.1.4. Programas

Para finalizar con la sintaxis del lenguaje, describiremos como se especifica un programa en el mismo. Un programa está compuesto por una serie de definiciones de tipo, seguidas de una serie de declaraciones de funciones y/o procedimientos.

```

⟨program⟩ ::= ⟨typedecl⟩ ... ⟨typedecl⟩ ⟨funprocdecl⟩ ... ⟨funprocdecl⟩

⟨funprocdecl⟩ ::= ⟨function⟩ | ⟨procedure⟩

```

A continuación, detallamos como se especifica el cuerpo de una función o procedimiento. El mismo está conformado primero por una lista de declaraciones de variables, y segundo por una lista de instrucciones. Para declarar una variable solo se tiene que especificar el identificador de la misma, junto con el tipo que posee. También existe la posibilidad de definir múltiples variables en una sola declaración.

```

⟨body⟩ ::= ⟨variabledecl⟩ ... ⟨variabledecl⟩ ⟨sentences⟩

⟨variabledecl⟩ ::= var ⟨id⟩ ... ⟨id⟩ : ⟨type⟩

```

Una función posee un identificador propio, una lista de argumentos, un retorno, y un bloque que conforma su cuerpo. Tanto para los argumentos, como para el retorno, solo se tienen que detallar sus identificadores junto con el tipo del valor que representarán.

```

⟨function⟩ ::= fun ⟨id⟩ ( ⟨funargument⟩ ... ⟨funargument⟩ ) ret ⟨funreturn⟩
              where ⟨constraints⟩
              in ⟨body⟩

⟨funargument⟩ ::= ⟨id⟩ : ⟨type⟩

⟨funreturn⟩ ::= ⟨id⟩ : ⟨type⟩

```

Un procedimiento posee una estructura muy similar a la de una función. Las dos diferencias fundamentales con esta, es que el primero no posee retorno ya que no producirá ningún valor como resultado, y que sus argumentos deben especificar que clase de uso se hará con los mismos.

```

⟨procedure⟩ ::= proc ⟨id⟩ ( ⟨procargument⟩ ... ⟨procargument⟩ )
               where ⟨constraints⟩
               in ⟨body⟩

⟨procargument⟩ ::= ⟨io⟩ ⟨id⟩ : ⟨type⟩

```

Para agregar a lo anterior, debido que los argumentos de una función o procedimiento pueden tener tipo variable, es conveniente poder imponer restricciones a los mismos. De esta forma, se pueden crear funciones y procedimientos más abstractos que funcionen para una gran variedad de tipos, y al mismo tiempo, requerir que los mismos sean instancias de ciertas clases.

$$\langle constraints \rangle ::= \langle constraint \rangle \dots \langle constraint \rangle$$

$$\langle constraint \rangle ::= \langle typevariable \rangle : \langle class \rangle \dots \langle class \rangle$$

3.2. Sintaxis Concreta

La *sintaxis concreta* de $\Delta\Delta$ Lang, ya se presentó de manera informal en la introducción del lenguaje, y como para el estudio del mismo nos limitaremos a la *sintaxis abstracta*, no entraremos demasiado en detalle en este aspecto. De todas formas, consideramos importante mencionar algunas características que pueden no haber sido detalladas de forma clara en el informe.

3.2.1. Identificadores

En el lenguaje hay diversas categorías de identificadores. Los mismos se pueden separar en dos clases, los que comienzan con minúscula (*lower*), y los que comienzan con mayúscula (*upper*). Para el resto de su cuerpo, se tiene la misma estructura en ambos casos. En la primera clase, se encuentran los identificadores de variables, funciones y procedimientos, a los tamaños de arreglos, los alias para campos de tuplas, y por último, los tipos definidos por el usuario. Mientras, la segunda clase está conformada por los identificadores para variables de tipo, y las constantes enumeradas.

$$\langle id \rangle ::= \langle lower \rangle \langle rest \rangle$$

$$\langle sname \rangle ::= \langle lower \rangle \langle rest \rangle$$

$$\langle fname \rangle ::= \langle lower \rangle \langle rest \rangle$$

$$\langle tname \rangle ::= \langle lower \rangle \langle rest \rangle$$

$$\langle typeid \rangle ::= \langle upper \rangle \langle rest \rangle$$

$$\langle cname \rangle ::= \langle upper \rangle \langle rest \rangle$$

Con esto en mente, se puede observar que en base al contexto y al formato del identificador parseado, en la fase de *análisis sintáctico* del intérprete, somos capaces de distinguir a que clase de elemento se está haciendo referencia en el código, a excepción de un caso particular. Dentro de una expresión, no podemos diferenciar al nombre de una variable del identificador utilizado para llamar al tamaño de un arreglo. Esto nos obliga a tener una precaución adicional a la hora de los chequeos estáticos para ser capaces de reconocer a los mismos.

Volviendo a la sintaxis, podemos ser aún más concretos. A continuación describimos los distintos caracteres que pueden conformar un identificador del lenguaje. Para el resto de *componentes léxicos*, como los números o los caracteres literales, su estructura no presenta ninguna particularidad relevante por lo que serán omitidos.


```

⟨rest⟩ ::= ( ⟨letter⟩ | ⟨digit⟩ | ⟨other⟩ ) *
⟨letter⟩ ::= ⟨lower⟩ | ⟨upper⟩
⟨lower⟩ ::= a | b | ... | z
⟨upper⟩ ::= A | B | ... | Z
⟨digit⟩ ::= 0 | 1 | ... | 9
⟨other⟩ ::= _ | '

```

3.2.2. Azúcar Sintáctico

Existen una serie de construcciones en $\Delta\Delta\text{Lang}$ que son definidas mediante *syntax sugar*. Las mismas pueden ser expresadas utilizando elementos ya presentes en el lenguaje, y no expanden el poder expresivo del mismo. Pero su utilidad radica en que ofrecen una forma sucinta y legible de especificar ciertas operaciones comunes en los algoritmos.

Una notación conveniente para acceder a los campos de una tupla señalada por un puntero es la flecha (\rightarrow). De esta forma, en lugar de acceder a la memoria referenciada por un puntero con la estrella (\star), y luego consultar uno de los campos de la tupla con el punto (\cdot), uno puede hacer uso de esta abreviatura que resulta más conveniente.

$$v \rightarrow fn \stackrel{def}{=} \star v.fn$$

Otra notación que resulta útil en el lenguaje, es la de agrupar argumentos. Dada la definición de una función o procedimiento, puede ocurrir que varias de sus entradas posean el mismo tipo. En estas ocasiones es conveniente unir todas sus declaraciones en una sola. De esta forma, queda más claro que todos los argumentos agrupados poseen el mismo tipo.

$$\text{fun } f (\dots a_1 : \theta, a_2 : \theta, \dots, a_n : \theta \dots) \dots \stackrel{def}{=} \text{fun } f (\dots a_1, a_2, \dots, a_n : \theta \dots) \dots$$

Las últimas construcciones utilizadas para escribir código de forma concisa en el lenguaje, son todas las variantes de la sentencia *if*. Anteriormente, solo se describió una única manera para especificar la instrucción. Con las siguientes definiciones, podemos hacer uso de los comandos introducidos en capítulos previos. La primera notación, permite omitir el último bloque de sentencias (*else*). La segunda, nos da la capacidad de agregar una cantidad arbitraria de condicionales adicionales (*elif*).

$$\begin{aligned} \text{if } b \text{ then } ss &\stackrel{def}{=} \text{if } b \text{ then } ss \text{ else skip} \\ \text{if } b_1 \text{ then } ss_1 \text{ elif } b_2 \text{ then } ss_2 \text{ else } ss_3 &\stackrel{def}{=} \text{if } b_1 \text{ then } ss_1 \text{ else if } b_2 \text{ then } ss_2 \text{ else } ss_3 \end{aligned}$$

3.3. Parser

Ya nos encontramos en condiciones para describir los detalles principales sobre el desarrollo del parser para $\Delta\Delta\text{Lang}$. Haremos mención de las decisiones más relevantes tomadas durante la implementación del mismo, las dificultades encontradas en el camino, y algunas limitaciones que debimos resolver.

3.3.1. Librerías

Inicialmente, se comenzó utilizando la librería *Parsec* [3]. Esta decisión se tomó debido que algunos de nosotros ya estábamos familiarizados con su uso por proyectos anteriores. Más adelante, en las etapas finales del desarrollo del parser, se decidió migrar el código a *Megaparsec* [4]. Esta transición fue justificada por las limitaciones que presentaba la primera opción frente a la segunda, que además de solucionar algunas de las dificultades de la implementación de forma sencilla, ofrece un rango de funcionalidades más diverso que puede beneficiar al desarrollo futuro del intérprete.

Parsec

Parsec es una librería para el diseño de un parser monádico, implementada en *Haskell*, y escrita por *Daan Leijen*. Es simple, segura, rápida, y posee buena documentación. Para la etapa inicial de desarrollo, resultó ser una herramienta intuitiva y fácil de manejar. A pesar de esto, para este proyecto en particular, la misma no ofrecía la suficiente flexibilidad y funcionalidad que buscábamos. La totalidad del parser (al menos en esta primera versión del intérprete) fue implementada usando esta librería.

Megaparsec

Megaparsec se puede considerar el sucesor extraoficial de *Parsec*, escrita por *Mark Karpov*. Partiendo de las bases definidas por esta última, la librería busca ofrecer mayor flexibilidad para la configuración del parser y una generación de mensajes de error más sofisticada respecto a su antecesor. La herramienta resulta familiar para todo el que tenga ciertos conocimientos básicos sobre *Parsec*. La transición de librerías se vio aliviada por esta característica, debido a la semejanza entre ambas.

Comparación

Como mencionamos previamente, debido que *Parsec* no resultó ser la herramienta ideal para el desarrollo de nuestro intérprete, se decidió comenzar a utilizar *Megaparsec*. Las razones puntuales que nos llevaron a tomar esta decisión se listan a continuación.

- Análisis Léxico: Ambas librerías implementan un mecanismo sencillo para definir un *analizador léxico*, dentro del mismo parser. De esta forma, se simplifica el diseño del intérprete al unificar estas dos fases fuertemente acopladas. La diferencia entre ambas, radica en el hecho que *Parsec* es demasiado inflexible en este aspecto. Para ciertas cuestiones, se tuvo que redefinir gran parte de la implementación de la librería para poder acomodarla a nuestras necesidades. En cambio, *Megaparsec* no impone ninguna estructura sobre el *analizador léxico*, y solo provee funcionalidades básicas elementales para su definición.
- Mensajes de Error: La generación de mensajes de error en el análisis sintáctico (al igual que en el análisis semántico) es una tarea sumamente importante para el intérprete. La primera herramienta utilizada, ofrecía una forma simple y concisa para el informe de errores. En la misma, se podían especificar cuales eran los *tokens* esperados (o inesperados) por el parser al momento de fallar, junto con el mensaje informativo asociado a esta. A pesar de esto, la segunda opción presenta una generación de errores mucho más desarrollada. Además de conservar las funcionalidades previas, se pueden configurar nuevas clases de errores junto con la forma que los mensajes de error son presentados al usuario.

- **Desarrollo Futuro:** Una vez que el desarrollo del intérprete se encuentre lo suficientemente avanzado, será necesario volver a esta etapa y adecuarla a las nuevas necesidades que hayan surgido en el camino. En este aspecto, *Megaparsec* ofrece una serie de funcionalidades adicionales que no se encuentran en *Parsec*. Una de ellas es el soporte para múltiples errores, junto con la capacidad de atrapar errores, lo que permite un control mucho más amplio sobre la información que recibe el usuario al analizar su código. También existe la posibilidad de agregar casos de test para aumentar la certeza que el funcionamiento del parser implementado es correcto. Una última característica que puede resultar útil en un futuro, es el parseo *sensible a la indentación* que ofrece la librería.

3.3.2. Información de Posición

Una tarea fundamental que debe realizar cualquier compilador, o en nuestro caso intérprete, es informar al usuario sobre los errores sintácticos o semánticos que se hayan detectado durante el análisis y procesamiento de su programa. Debido a esto, la generación de mensajes de error informativos y precisos es una cualidad deseada en esta clase de herramientas, ya que facilitan la corrección de los mismos por parte del programador. Una propiedad que se puede deducir de lo anterior, es que para que un mensaje de error sea adecuado es fundamental que el mismo pueda indicar puntualmente *dónde* ocurre este error en el programa.

En este ciclo inicial de desarrollo del intérprete, tanto la fase de *análisis sintáctico* como la de *análisis semántico* podrán encontrar fallas en el código, y deberán informar sobre el problema detectado al usuario. Para la primer etapa, cuando se produce un error durante el parsing de algún elemento sintáctico, la librería *Megaparsec* ya incorpora un mecanismo para señalar la posición en el archivo donde se ha encontrado la falla. Haciendo uso de la misma, conseguimos tener una generación de mensajes de error claros para la fase de *análisis sintáctico*. Cuando avanzamos a etapas posteriores en el intérprete, necesitamos alguna forma de poder vincular las fallas detectadas durante las mismas con la ubicación en el archivo involucrado en el error.

Para solucionar este problema, se adaptó la sintaxis de una forma similar a como lo hace el compilador de *Haskell*, *GHC* [5]. Con esto nos referimos a que todo elemento sintáctico del lenguaje que puede ser relevante en la generación de errores, es envuelto con la información de posición correspondiente a su ocurrencia en el código. De esta forma, se definió en el módulo *Syntax.Located*, el siguiente *datatype* (3.1). Recordar que en esta primera versión del intérprete solo trabajamos con programas definidos en un único módulo, por lo que almacenar solamente las líneas y columnas de inicio y fin de un determinado elemento, es suficiente para generar un mensaje de error preciso.

```

1  -- Parsing Information
2  data Located e = L { info :: Info
3                      , item :: e
4                      }
5
6  -- Position Information
7  data Info = I { sLin :: Line
8                 , sCol :: Column
9                 , eLin :: Line
10                , eCol :: Column
11                }

```

Listing 3.1: Información de Posición en Parser

A medida que avanza el parser en el análisis de un archivo, cuando se obtiene un elemento sintáctico (por ejemplo, una expresión), se encapsula el mismo con la información de su posición y se almacena en el *árbol de sintaxis abstracta* que se genera como representación intermedia del código. Siendo un poco más puntuales, podemos ver el ejemplo de las expresiones del lenguaje. En `Syntax.Expr` se especifican las mismas de la siguiente forma (3.2). Con esta definición, podemos almacenar tanto la posición de una expresión particular como todas las de sus subexpresiones. Esto tiene como ventaja que en el caso de encontrarse una falla (por ejemplo, un error de tipos) en el código, se puede exhibir toda la *traza* de análisis junto con sus posiciones correspondientes.

```

1  -- Expressions
2  data Expr = Const LConstant
3             | Loc LLocation
4             | UOp UnOp LExpr
5             | BOp BinOp LExpr LExpr
6             | FCall Id [LExpr]
7
8  type LExpr = Located Expr

```

Listing 3.2: Expresiones del Lenguaje

3.3.3. Módulos

A continuación, describiremos brevemente los distintos módulos en los que se divide la implementación del parser. Mencionaremos los detalles más relevantes de cada uno de estos elementos, junto con el propósito de los mismos.

En `Parser.Position` se proveen todas las funcionalidades necesarias para poder calcular la ubicación en el archivo del elemento que se intenta parsear. Es utilizado en la mayoría de los módulos para el *análisis sintáctico* del intérprete. Como mencionamos previamente, esta tarea es fundamental para luego poder dar mensajes de errores precisos e informativos al usuario. Haciendo uso de la función `getSourcePos`, provista por la librería, podemos extraer la posición actual del parser y luego, ligarla con el elemento sintáctico correspondiente.

El módulo `Parser.Lexer` es uno de los más importantes del código. Comprende la totalidad del *analizador léxico* del lenguaje. En el mismo, se implementan funciones para parsear todas las clases de identificadores, los valores constantes (como los numéricos, por ejemplo), y las *palabras claves* y operadores de $\Delta\Delta$ Lang. Inicialmente, cuando se utilizaba la librería *Parsec*, se tuvo que redefinir la mayoría de las funciones que implementaba debido que las mismas consumían automáticamente todos los *whitespaces* (espacios en blanco, comentarios, saltos de línea, etc.) al parsear un elemento. Esto impedía poder calcular de forma precisa la posición de las distintas estructuras sintácticas del lenguaje. Luego de la transición, debido que *Megaparsec* delega la responsabilidad del consumo de *whitespace* al usuario, se pudo hacer uso de las funciones auxiliares que brinda la librería, y se simplificó el módulo.

En `Parser.Expr` se parsean las diversas expresiones del lenguaje. Una particularidad interesante de este módulo, es el uso de la función `makeExprParser`. Dado un parser de términos, que serían los elementos básicos que conforman una expresión, y una tabla de operadores, donde se debe especificar la asociatividad y precedencia de cada uno, la función construye un parser para expresiones basado en los mismos. En nuestro caso, se hizo uso de este mecanismo para las expresiones y las variables del lenguaje. Para el primero, su implementación es directa debido que es una situación estándar. En cambio, para el segundo, se tuvo que interpretar a las distintas operaciones para el acceso de variables como operadores de expresiones para poder aprovechar la función especificada en la librería.

El módulo `Parser.Statement` se encarga de obtener las sentencias especificadas en el código. A diferencia de la *sintaxis abstracta*, en la implementación del lenguaje se permiten múltiples formas para detallar la instrucción condicional *if*. Para la misma, el componente *else* es opcional, y además, se pueden agregar una cantidad arbitraria de condicionales *elif*. Otra particularidad, es la forma de obtener la ubicación para la asignación. Debido que esta es la única sentencia que no posee un delimitador final, calcular su posición no es una tarea inmediata.

En `Parser.Decl` se parsean todas las declaraciones del lenguaje. Esto involucra diversas construcciones de distinto índole. Se obtienen las definiciones de tipo, los cuales abarcan a las tuplas, los sinónimos y las enumeraciones. También se especifican las declaraciones de instancias de clases para los mismos. Además, se parsean las definiciones de funciones y procedimientos, junto con todos los elementos que las conforman, como sus argumentos y restricciones.

Los últimos archivos no presentan ninguna complejidad adicional. El módulo `Parser.Type` obtiene los distintos tipos admitidos en el lenguaje. En `Parser.Class` se parsean todas las clases predefinidas en el mismo. Y finalmente, `Parser.Program` acepta los programas, sintácticamente válidos, de $\Delta\Delta\text{Lang}$.

Capítulo 4

Sobre los chequeos estáticos

Una vez especificada la sintaxis del lenguaje, junto con la implementación del parser para el intérprete, es hora de comenzar la etapa de *análisis semántico*. En este capítulo, describiremos los distintos chequeos estáticos que el intérprete deberá realizar para tener una mayor certeza que el programa a ejecutar es correcto. También haremos mención de algunos chequeos dinámicos que puede ser conveniente considerar, debido que la totalidad de los errores de un programa no puede ser capturada solo con un análisis estático.

Nuestra tarea entonces, consistirá del diseño e implementación de los distintos chequeos estáticos para nuestro lenguaje. La idea es que el intérprete sea más robusto, y pueda detectar errores en etapas tempranas del desarrollo de un programa. De esta manera, al ejecutar un programa previamente verificado de forma estática, habrá más posibilidades de que su ejecución finalice de forma exitosa. Del otro lado, para las validaciones que serán delegadas al análisis dinámico, solo haremos comentarios breves al respecto ya que la realización de las mismas será un trabajo futuro en el desarrollo del intérprete.

Para dar un formato estructurado a la sección, la misma se organizará en base al orden temporal en el que las distintas validaciones se efectúan en la implementación del intérprete. Se dará una descripción formal para cada uno de los chequeos a realizar, acompañada de una explicación informal para facilitar su comprensión. Idealmente, este capítulo formará parte de la documentación de $\Delta\Delta$ Lang.

Los fundamentos teóricos utilizados en esta sección están basados en la bibliografía de Reynolds [6]. En particular, los capítulos sobre el sistema de tipos (15), el subtipado (16), y el polimorfismo (18), son de fundamental importancia para el desarrollo del trabajo. Por el otro lado, la implementación de los chequeos estáticos siguió la idea planteada en el artículo de Castegren y Reyes [7]. Las secciones más relevantes, para la realización de nuestro trabajo, comprenden la definición del *typechecker* (2), el soporte para *backtraces* (4), y el agregado de *warnings* (5).

4.1. Metavariables

Como mencionamos en capítulos previos, para el estudio del lenguaje nos apoyaremos en la especificación de su *sintaxis abstracta*. A lo largo de la sección, se utilizarán diversas metavariables (a veces acompañadas de superíndices, o subíndices) para representar distintas clases de construcciones sintácticas. A continuación se listan las mismas, junto con el elemento sintáctico que comúnmente simbolizarán, a menos que se especifique lo contrario en el momento.

Expresiones

e	$\langle expression \rangle$	ct	$\langle constant \rangle$
v	$\langle variable \rangle$	n	$\langle integer \rangle$
x, a	$\langle id \rangle$	r	$\langle real \rangle$
\oplus	$\langle binary \rangle$	b	$\langle bool \rangle$
\ominus	$\langle unary \rangle$	c	$\langle character \rangle$

Sentencias

s	$\langle sentence \rangle$	ss	$\langle sentences \rangle$
-----	----------------------------	------	-----------------------------

Tipos

θ	$\langle type \rangle$	as	$\langle arraysize \rangle$
td	$\langle typedecl \rangle$	tn	$\langle tname \rangle$
tv	$\langle typevariable \rangle$	cn	$\langle cname \rangle$
cl	$\langle class \rangle$	fn	$\langle fname \rangle$
io	$\langle io \rangle$	fd	$\langle field \rangle$

Programas

fpd	$\langle funprocdecl \rangle$	fa	$\langle funargument \rangle$
vd	$\langle variabledecl \rangle$	fr	$\langle funreturn \rangle$
cs	$\langle constraints \rangle$	pa	$\langle procargument \rangle$

4.2. Notación

Antes de comenzar propiamente con la definición de los distintos chequeos, es necesario describir el significado de la notación que emplearemos a lo largo del capítulo. Cuando uno de los elementos verificados satisfaga todas las propiedades requeridas por el análisis, diremos que el mismo se encuentra *bien formado*. Comúnmente, utilizaremos la siguiente notación para decir que la construcción sintáctica χ está *bien formada* bajo el contexto π , en base a las reglas de la categoría γ .

$$\pi \vdash_{\gamma} \chi$$

También denominadas reglas para *juicios de tipado*, estas construcciones a veces producirán resultados luego de finalizado su análisis. Los mismos podrán extender los contextos involucrados en la verificación, a medida que se recolecta información del programa, o también podrán generar nuevos elementos sintácticos, como es el caso para los chequeos de expresiones. En estas situaciones, se utilizará la siguiente notación, donde ω representa el resultado final obtenido.

$$\pi \vdash_{\gamma} \chi : \omega$$

Otra situación que se suele presentar a la hora del análisis, es el uso de una cantidad arbitraria de contextos. Debido que comúnmente se deberá almacenar información de distintos índices para efectuar la verificación, se hará uso de la siguiente notación para reflejar esta condición. Notar que también existe la posibilidad que no se necesite utilizar ninguna información contextual, por lo que en estos escenarios se omite el listado de contextos.

$$\pi_1, \dots, \pi_n \vdash_{\gamma} \chi : \omega$$

Cierto conjunto de reglas, utilizado para el chequeo de tipos, será empleado en más de una situación distinta a lo largo de la verificación del programa. En cada una de estas ocurrencias, las propiedades que se desean validar, mediante la aplicación de las reglas, dependerán del entorno de análisis actual. Esto significa, que ciertas construcciones sintácticas podrán ser consideradas *bien formadas* en base al contexto donde han sido especificadas, y la información previamente introducida en el programa. Por lo tanto, los conjuntos $\bar{\pi}_j$ representarán la información esencial que condicionará la aplicación de estas reglas.

$$\pi_1, \dots, \pi_n \vdash_{\gamma}^{\bar{\pi}_1, \dots, \bar{\pi}_m} \chi : \omega$$

A lo largo del informe, se darán distintos conjuntos de reglas γ en base al elemento sintáctico que χ represente. Al mismo tiempo, se definirán diversos contextos π que almacenarán la información recopilada a lo largo de la validación del programa. Sumado a todo esto, la clase de resultados ω obtenidos durante la verificación también dependerá del entorno de análisis en el que nos encontremos inmersos.

Una última notación que puede ser conveniente presentar, es la utilizada para expandir contextos. Los contextos que emplearemos a lo largo del trabajo serán conjuntos compuestos por *n-uplas* de elementos sintácticos del lenguaje. Debido que la operación principal sobre estas construcciones será el agregado de las distintas componentes que conforman el elemento sintáctico recientemente analizado, se hará uso de la siguiente abreviatura para simplificar la notación.

$$(\chi_1, \dots, \chi_n) \triangleright \pi \stackrel{def}{=} \{(\chi_1, \dots, \chi_n)\} \cup \pi$$

4.3. Contextos y Juicios

Comenzando con la especificación de los chequeos, avanzaremos progresivamente en el análisis de un programa a medida que las distintas propiedades sean enunciadas y verificadas. Para asegurar la corrección estática de un programa, se deben validar cada una de sus componentes, y en el caso que todas superen su respectiva verificación, se dirá que el mismo se encuentra *bien formado*. Según la sintaxis del lenguaje, un programa posee la siguiente estructura, donde vale que $n \geq 0$ y $m > 0$.

$$\begin{aligned} & typedecl_1 \\ & \dots \\ & typedecl_n \\ & funprocdecl_1 \\ & \dots \\ & funprocdecl_m \end{aligned}$$

4.3.1. Chequeos para Tipos

Las primeras reglas que precisaremos serán sobre los tipos que ocurren en el programa. Con las mismas, buscaremos verificar propiedades tales como el uso adecuado de los tipos definidos por el usuario, y limitar la ocurrencia de variables de tipo, y tamaños dinámicos de arreglos, en entornos donde su especificación sea válida. Debido a esto, a continuación describiremos los distintos contextos que serán necesarios utilizar para la aplicación de las reglas.

Contextos para Declaración de Tipos

Una definición de tipo *typedcl* consiste en alguna de las siguientes tres construcciones sintácticas; un tipo enumerado, un sinónimo de tipo, o una estructura de tipo tupla. Cuando una de estas declaraciones se encuentre *bien formada* su información será almacenada en el contexto adecuado. Habrá un contexto diferente para cada una de las categorías de tipos que se pueden definir en el lenguaje. Además, estos conjuntos tendrán una serie de invariantes que deberán ser respetadas a lo largo del análisis de un programa.

- **enum** $tn = cn_1, cn_2, \dots, cn_m$
- **syn** tn **of** $tv_1, \dots, tv_l = \theta$
- **tuple** tn **of** $tv_1, \dots, tv_l = fn_1 : \theta_1, \dots, fn_m : \theta_m$

En el caso de la declaración de un tipo enumerado, se debe almacenar el nombre del tipo definido junto con el listado de constantes enumeradas en su cuerpo. Una invariante que se debe respetar en este contexto, es que los nombres de constantes deben ser únicos. Esto significa que no pueden ser repetidos dentro de una misma definición, ni tampoco ocurrir en otras.

$$\pi_e = \{(tn, \{cn_1, \dots, cn_m\}) \mid tn \in \langle tname \rangle \wedge cn_i \in \langle cname \rangle\}$$

Para los sinónimos, además del nombre, se deben guardar las variables de tipo utilizadas como argumentos, junto con el tipo que lo define. En este contexto, la invariante debe asegurar que dentro de una declaración no se repitan los identificadores empleados para representar a sus parámetros.

$$\pi_s = \{(tn, \{tv_1, \dots, tv_l\}, \theta) \mid tn \in \langle tname \rangle \wedge tv_i \in \langle typevariable \rangle \wedge \theta \in \langle type \rangle\}$$

Finalmente, para las tuplas, tenemos que almacenar su nombre, sus argumentos de tipo, y los distintos campos especificados en su definición. En esta situación, además de evitar la repetición de variables de tipo, se tiene que asegurar que los identificadores de campo sean únicos dentro del cuerpo de la declaración.

$$\pi_t = \{(tn, \{tv_1, \dots, tv_l\}, \{fd_1, \dots, fd_m\}) \mid tn \in \langle tname \rangle \wedge tv_i \in \langle typevariable \rangle \wedge fd_j \in \langle field \rangle\}$$

Estos tres contextos se encargarán de almacenar toda la información relacionada con los tipos declarados por el usuario en un programa. A todas las condiciones de consistencia mencionadas anteriormente se le tiene que sumar una última. Los nombres de tipos definidos deben ser únicos. Es decir, que no puede haber más de una definición para el mismo identificador de tipo entre los distintos contextos.

Contexto para Variables de Tipo

Cuando se analiza un tipo, es necesario llevar un registro de las variables de tipo introducidas en el alcance actual. Ya sea como parámetro de tipo en una declaración de tipo, o como tipo polimórfico para algún argumento de una función o un procedimiento, solo se deben permitir la especificación de esta clase de variables cuando se han introducido previamente en el código. De lo contrario, durante la ejecución del programa no se podría obtener el tipo concreto que las mismas representarían.

$$\pi_{tv} \subseteq \langle \text{typevariable} \rangle$$

Contexto para Tamaños Dinámicos

Similar como sucede con las variables de tipo, hay una necesidad de llevar registro de todos los tamaños variables que son introducidos a lo largo del análisis. En el prototipo de funciones y procedimientos, se pueden especificar tamaños dinámicos para las dimensiones de arreglos. Esto permite que dentro de sus cuerpos, se puedan utilizar estos identificadores para declarar nuevos arreglos cuyas dimensiones coincidirán con los arreglos correspondientes en el encabezado, independientemente del tamaño concreto de los mismos.

$$\pi_{sn} \subseteq \langle \text{sname} \rangle$$

Reglas para Tipos

En un programa, hay tres situaciones diferentes donde se puede precisar un tipo. En base a estas, las propiedades que se deben verificar varían levemente. Siendo más precisos, un tipo puede ocurrir en una declaración de tipo, en una definición de función o procedimiento, e incluso en la declaración de una variable. En todos estos contextos distintos, el uso de una variable de tipo o un tamaño dinámico de arreglo, se debe permitir solo si durante una hipotética ejecución del programa se cuenta con la información suficiente para dar un tipo o valor concreto, respectivamente, a esta construcción.

Cuando nos encontramos analizando un tipo, utilizaremos la siguiente notación para denotar que el tipo representado por θ es válido en el contexto de los tipos definidos; enumerados π_e , sinónimos π_s , y tuplas π_t . Sumados a los mismos, los conjuntos π_{tv} de variables de tipo, y π_{sn} de tamaños dinámicos, determinarán también cuando la especificación de un tipo polimórfico particular está permitida. Utilizando una notación más compacta, comúnmente haremos referencia al contexto $\pi_{\mathbf{T}}$ para representar a la anterior tripla de contextos. Mientras que emplearemos $\bar{\pi}$ para simbolizar a los últimos dos conjuntos. Esta salvedad la tendremos para facilitar la lectura de las reglas, y poder concentrarnos propiamente en las derivaciones.

$$\begin{array}{c} \pi_e, \pi_s, \pi_t \quad \pi_{tv}, \pi_{sn} \\ \vdash_t \theta \\ \bar{\pi} \\ \pi_{\mathbf{T}} \quad \vdash_t \theta \end{array}$$

Para decidir si uno de estos *juicios* es válido, tenemos que proveer una derivación utilizando las reglas que definiremos a continuación. Con la aplicación sucesiva de las mismas, se pueden construir pruebas que demuestran las distintas propiedades requeridas para que un tipo en un programa sea considerado estáticamente correcto.

Comenzaremos con los tipos básicos del lenguaje. La prueba de los mismos es inmediata, ya que su regla no presenta ninguna premisa. Por lo tanto, todo tipo básico es considerado un tipo correcto.

Regla para Tipos 1. Básicos

$$\frac{}{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_t^\pi \theta} \quad \text{cuando } \theta \in \{\text{int}, \text{real}, \text{bool}, \text{char}\}$$

Un puntero será correcto, siempre que el tipo del valor al que hace referencia sea correcto. Notar que la premisa de la regla requiere de la prueba de un tipo estructuralmente menor al inicial.

Regla para Tipos 2. Punteros

$$\frac{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_t^\pi \theta}{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_t^\pi \text{pointer } \theta}$$

Para los arreglos, se necesitarán verificar los tamaños de sus dimensiones, junto con el tipo de valores que almacenará. Notar que para analizar los primeros, solo se requiere la información de los tamaños dinámicos presentes en el alcance actual.

Regla para Tipos 3. Arreglos

$$\frac{\frac{\pi_{sn}}{\vdash_{as} as_i} \quad \pi_{\mathbf{T}} \vdash_t^{\pi_{tv}, \pi_{sn}} \theta}{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_t^{\pi_{tv}, \pi_{sn}} \text{array } as_1, \dots, as_n \text{ of } \theta}$$

Para las dimensiones de un arreglo, se pueden especificar sus tamaños de dos formas. Si el mismo es un valor natural, la verificación es inmediata ya que la regla no presenta ninguna premisa. En cambio, cuando se utilizan tamaños dinámicos, es necesario comprobar que su empleo sea válido. El único lugar de un programa donde se permiten introducir tamaños variables, es en el prototipo de funciones y procedimientos. Luego, estos elementos podrán ser utilizados en sus respectivos cuerpos para declarar nuevos arreglos.

Regla para Tipos 4. Tamaños Concretos

$$\frac{}{\vdash_{as}^{as} as} \quad \text{cuando } as \in \langle \text{natural} \rangle$$

Regla para Tipos 5. Tamaños Dinámicos

$$\frac{as \in \pi_{sn}}{\vdash_{as}^{as} as}$$

Al utilizar una variable de tipo, es necesario verificar que su uso sea válido en el alcance actual. Similar a los tamaños dinámicos de arreglos, se permiten introducir esta clase de variables en el encabezado de funciones y procedimientos, lo que luego posibilitará emplearlas en sus respectivos cuerpos. Adicionalmente, existe la posibilidad de declarar un tipo de forma paramétrica, lo que concede la capacidad de usar las variables de tipo, especificadas como argumento, en la definición del nuevo tipo.

Regla para Tipos 6. Variables de Tipo

$$\frac{tv \in \pi_{tv}}{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_t^{\pi_{tv}, \pi_{sn}} tv}$$

Las reglas para los tipos definidos, pueden separarse en dos categorías de acuerdo si los mismos poseen argumentos de tipo, o no. La verificación de un tipo definido no parametrizado, consiste simplemente de constatar que su nombre se encuentra declarado en alguno de los contextos de tipos correspondientes. Evidentemente, hay que asegurar que en su definición no se haya especificado ningún argumento de tipo.

Regla para Tipos 7. Tipos Enumerados

$$\frac{(tn, \{cn_1, \dots, cn_m\}) \in \pi_e}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t^{\bar{\pi}} tn}$$

Regla para Tipos 8. Sinónimos sin Argumentos

$$\frac{(tn, \emptyset, \theta) \in \pi_s}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t^{\bar{\pi}} tn}$$

Regla para Tipos 9. Tuplas sin Argumentos

$$\frac{(tn, \emptyset, \{fd_1, \dots, fd_m\}) \in \pi_t}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t^{\bar{\pi}} tn}$$

En cambio, para un tipo parametrizado, es necesario realizar unas verificaciones adicionales. En particular, se deben validar todos los tipos especificados como argumentos del mismo, y asegurar que la cantidad de argumentos coincida con el número de parámetros declarados en la definición del tipo.

Regla para Tipos 10. Sinónimos con Argumentos

$$\frac{(tn, \{tv_1, \dots, tv_l\}, \theta) \in \pi_s \quad \pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t^{\bar{\pi}} \theta_i}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t^{\bar{\pi}} tn \text{ of } \theta_1, \dots, \theta_l}$$

Regla para Tipos 11. Tuplas con Argumentos

$$\frac{(tn, \{tv_1, \dots, tv_l\}, \{fd_1, \dots, fd_m\}) \in \pi_t \quad \pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t^{\bar{\pi}} \theta_i}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t^{\bar{\pi}} tn \text{ of } \theta_1, \dots, \theta_l}$$

Ejemplo de Prueba

A continuación, presentamos como es la derivación para una prueba de corrección de un tipo determinado del lenguaje. Supongamos los siguientes contextos donde no hay declarados tipos enumerados, ni sinónimos de tipo, y solo tenemos definido el tipo tupla *node* parametrizado en *Z*. Notar que el campo *elem* es de tipo variable *Z*, y *next* es un puntero al mismo tipo.

$$\begin{aligned} \pi_e &= \emptyset \\ \pi_s &= \emptyset \\ \pi_t &= \{(node, \{Z\}, \{elem : Z, next : \text{pointer node of } Z\})\} \end{aligned}$$

Sumados a los contextos anteriores, también se encuentran definidos los siguientes conjuntos. No hay ningún tamaño dinámico declarado en el alcance actual, y solo se ha introducido la variable de tipo A .

$$\begin{aligned}\pi_{sn} &= \emptyset \\ \pi_{tv} &= \{A\}\end{aligned}$$

Si nos adelantamos un poco, y quisiéramos probar la declaración del sinónimo de tipo **syn list of** $A = \mathbf{pointer\ node\ of}\ A$, entonces una parte de la prueba consistirá en demostrar la validez del tipo que ocurre dentro de la definición. Por lo tanto, con los contextos previos, se puede realizar la siguiente derivación. Notar el uso de las reglas para punteros, tuplas definidas, y variables de tipo.

Prueba 1. Demostración de corrección para el tipo *puntero a nodo*.

$$\begin{array}{c} \frac{A \in \pi_{tv} \quad (6)}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t A} \quad (11) \\ \frac{(node, \{Z\}, \{elem : Z, next : \mathbf{pointer\ node\ of}\ Z\}) \in \pi_t \quad \pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t A}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t \mathbf{pointer\ node\ of}\ A} \quad (2) \end{array}$$

4.3.2. Variables de Tipo Libres

Una variable de tipo solo puede ser utilizada en determinados contextos. Es fundamental que durante la ejecución de un programa, se cuente con la suficiente cantidad de información para poder deducir el tipo concreto que esta clase de construcciones representarán. Debido a esto, la especificación de variables de tipo se permite bajo ciertas condiciones particulares.

En una declaración de tipo, las únicas variables que se pueden utilizar son las que fueron previamente especificadas como parámetros del mismo. En cambio, para el argumento de una función o procedimiento, se permite introducir cualquier variable de tipo para su definición. Luego, cuando se declara una variable en el cuerpo, existe la posibilidad de utilizar las variables de tipo introducidas en el prototipo de la función o procedimiento correspondiente.

$$FTV : \langle type \rangle \rightarrow \{ \langle typevariable \rangle \}$$

Debido a todo esto, necesitamos definir cuando una variable de tipo es considerada *libre*. En el lenguaje no hay ninguna clase de cuantificación, a nivel de tipos, para estos elementos; pero nos referiremos de esta manera informal a todas las variables que ocurran dentro de uno. El propósito de esta definición, es poder facilitar el chequeo de las condiciones previas.

$$\begin{aligned}FTV(\mathbf{int}) &= \emptyset \\ FTV(\mathbf{real}) &= \emptyset \\ FTV(\mathbf{bool}) &= \emptyset \\ FTV(\mathbf{char}) &= \emptyset \\ FTV(\mathbf{pointer}\ \theta) &= FTV(\theta) \\ FTV(\mathbf{array}\ as_1, \dots, as_n\ \mathbf{of}\ \theta) &= FTV(\theta) \\ FTV(tv) &= \{tv\} \\ FTV(tn) &= \emptyset \\ FTV(tn\ \mathbf{of}\ \theta_1, \dots, \theta_n) &= FTV(\theta_1) \cup \dots \cup FTV(\theta_n)\end{aligned}$$

4.3.3. Chequeos para Declaración de Tipos

A continuación, precisaremos las reglas para analizar las declaraciones de tipo en un programa. Con las mismas, buscamos verificar una serie de propiedades necesarias para asegurar la corrección de las construcciones aludidas. Se debe garantizar la unicidad de los identificadores empleados para representar determinadas componentes, como los nombres de constantes enumeradas, campos de tupla, y parámetros de tipo. Adicionalmente, debemos probar la validez de los tipos especificados dentro de las declaraciones. Incluso, hay que asegurar el uso adecuado de las variables de tipo introducidas como parámetros de las definiciones.

Reglas para Declaración de Tipos

Definidas las reglas para chequear cuando un tipo es válido, y la función que calcula las variables de tipo que ocurren en el mismo, comenzaremos con la especificación de las reglas empleadas en la prueba de corrección para declaraciones de tipo. Cuando se determina que una definición está *bien formada*, su información es añadida al contexto apropiado y se continua con el análisis del programa. Notar que la prueba de una serie de declaraciones de tipo responde al orden en que las mismas se encuentran especificadas, y aún más importante, que las reglas no permiten la definición mutua entre estas declaraciones. De esta forma, un tipo definido solo será accesible para las declaraciones posteriores al mismo.

El *juicio de tipado* que prueba la validez de una declaración de tipo es el siguiente. Luego del análisis, se producirá un nuevo contexto donde se agrega la información de la definición recientemente verificada al contexto inicial. Recordar que al realizarse estas extensiones, se deben seguir respetando las invariantes de consistencia para los conjuntos involucrados.

$$\pi_T \vdash_{td} typedecl : \pi'_T$$

La regla para la definición de tipos enumerados es simple. Debido a las invariantes de los contextos de tipos, la deducción es inmediata. Con la construcción del nuevo conjunto, uno puede asegurar la unicidad del nombre de tipo respecto a las otras definiciones, y que los constructores empleados en la declaración no son utilizados en otras definiciones de tipo.

Regla para Declaración de Tipos 12. Enumerados

$$\frac{}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_{td} \mathbf{enum} \, tn = cn_1, \dots, cn_m : \pi'_e, \pi_s, \pi_t}$$

donde $\pi'_e = (tn, \{cn_1, \dots, cn_m\}) \triangleright \pi_e$.

Para los sinónimos, hay que realizar un par de verificaciones. Primero, se tiene que asegurar que el conjunto de parámetros de la declaración coincida con el conjunto de variables de tipo utilizadas en la definición del mismo. Esta condición evita la ocurrencia de variables *libres* en el cuerpo de la declaración, y también obliga el uso de todos los argumentos de la misma. Segundo, el tipo que propiamente define al sinónimo tiene que ser válido. Notar que no se permite la especificación de tamaños dinámicos en esta instancia. La invariante del contexto garantiza la unicidad de los identificadores empleados como parámetros de la declaración.

Regla para Declaración de Tipos 13. Sinónimos sin Argumentos

$$\frac{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t \theta}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_{td} \mathbf{syn} \, tn = \theta : \pi_e, \pi'_s, \pi_t}$$

donde $\pi'_s = (tn, \emptyset, \theta) \triangleright \pi_s$.

Regla para Declaración de Tipos 14. Sinónimos con Argumentos

$$\frac{\pi_{tv} \subseteq FTV(\theta) \quad \pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t^{\pi_{tv}, \emptyset_{sn}} \theta}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_{td} \mathbf{syn} \, tn \, \mathbf{of} \, tv_1, \dots, tv_l = \theta : \pi_e, \pi'_s, \pi_t}$$

donde $\pi'_s = (tn, \{tv_1, \dots, tv_l\}, \theta) \triangleright \pi_s$, y $\pi_{tv} = \{tv_1, \dots, tv_l\}$.

Las verificaciones para tuplas son similares a las de sinónimos, salvo que se deben adecuar para los múltiples campos de la misma. Hay que asegurar la igualdad entre los parámetros de la definición, y las variables de tipo que ocurren en todos los campos. Adicionalmente, se tienen que analizar todos los tipos para asegurar su corrección. Por último, se deben respetar las invariantes de unicidad tanto para los nombres de campos, como para los argumentos de tipo.

Regla para Declaración de Tipos 15. Tuplas sin Argumentos

$$\frac{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t^{\emptyset_{tv}, \emptyset_{sn}} \theta_i}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_{td} \mathbf{tuple} \, tn = fn_1 : \theta_1, \dots, fn_m : \theta_m : \pi_e, \pi_s, \pi'_t}$$

donde $\pi'_t = (tn, \emptyset, \{fn_1 : \theta_1, \dots, fn_m : \theta_m\}) \triangleright \pi_t$.

Regla para Declaración de Tipos 16. Tuplas con Argumentos

$$\frac{\pi_{tv} \subseteq FTV(\theta_1) \cup \dots \cup FTV(\theta_m) \quad \pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t^{\pi_{tv}, \emptyset_{sn}} \theta_i}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_{td} \mathbf{tuple} \, tn \, \mathbf{of} \, tv_1, \dots, tv_l = fn_1 : \theta_1, \dots, fn_m : \theta_m : \pi_e, \pi_s, \pi'_t}$$

donde $\pi'_t = (tn, \{tv_1, \dots, tv_l\}, \{fn_1 : \theta_1, \dots, fn_m : \theta_m\}) \triangleright \pi_t$, y $\pi_{tv} = \{tv_1, \dots, tv_l\}$.

La última regla es la que permite la definición de tipos recursivos. La única posibilidad de declarar un tipo que se define en términos de si mismo es mediante el uso de punteros dentro de tuplas. Por lo tanto, tiene sentido que esta regla sea una variante de las reglas previas. Notar que la definición de tipos recursivos es bastante restrictiva. Solo se permiten utilizar las mismas variables de tipo paramétricas que en la definición, e incluso se las debe especificar en el mismo orden. En particular, si un tipo representa una llamada recursiva al tipo declarado, entonces el mismo quedará exceptuado del chequeo de validez para tipos. Las invariantes de consistencia para los contextos se deben respetar al igual que en las reglas anteriores.

Regla para Declaración de Tipos 17. Recursión para Tuplas sin Argumentos

$$\frac{\theta_i \neq \mathbf{pointer} \, tn \implies \pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t^{\emptyset_{tv}, \emptyset_{sn}} \theta_i}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_{td} \mathbf{tuple} \, tn = fn_1 : \theta_1, \dots, fn_m : \theta_m : \pi_e, \pi_s, \pi'_t}$$

donde $\pi'_t = (tn, \emptyset, \{fn_1 : \theta_1, \dots, fn_m : \theta_m\}) \triangleright \pi_t$.

Regla para Declaración de Tipos 18. Recursión para Tuplas con Argumentos

$$\frac{\pi_{tv} \subseteq FTV(\theta_1) \cup \dots \cup FTV(\theta_m) \quad \theta_i \neq \mathbf{pointer} \, tn \, \mathbf{of} \, tv_1, \dots, tv_l \implies \pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t^{\pi_{tv}, \emptyset_{sn}} \theta_i}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_{td} \mathbf{tuple} \, tn \, \mathbf{of} \, tv_1, \dots, tv_l = fn_1 : \theta_1, \dots, fn_m : \theta_m : \pi_e, \pi_s, \pi'_t}$$

donde $\pi'_t = (tn, \{tv_1, \dots, tv_l\}, \{fn_1 : \theta_1, \dots, fn_m : \theta_m\}) \triangleright \pi_t$, y $\pi_{tv} = \{tv_1, \dots, tv_l\}$.

Ejemplo de Prueba

Siguiendo con el ejemplo especificado previamente, presentaremos la prueba de corrección para dos declaraciones de tipo particulares. Primero verificaremos una estructura de tipo tupla, y luego realizaremos lo apropiado para un sinónimo de tipo. Supongamos los siguientes contextos, los cuales serán los resultados obtenidos luego de realizados los respectivos análisis.

$$\begin{aligned}\pi_s &= \{(list, \{A\}, \text{pointer node of } A)\} \\ \pi_t &= \{(node, \{Z\}, \{elem : Z, next : \text{pointer node of } Z\})\}\end{aligned}$$

Comenzando con los contextos de tipos vacíos, se puede realizar la prueba para la estructura de tipo tupla *nodo*. Como se precisó anteriormente, debido que el campo *next* realiza una llamada recursiva al tipo que estamos definiendo, se omite la verificación de su tipo. Notar el uso de las reglas para las variables de tipo, y la recursión en declaración de tuplas.

Prueba 2. Demostración de corrección para la declaración de tipo *nodo*.

$$\frac{\frac{\{Z\} \subseteq FTV(Z) \cup FTV(\text{pointer node of } Z) \quad \frac{Z \in \{Z\}_{tv}}{\emptyset_e, \emptyset_s, \emptyset_t \vdash_t \{Z\}_{tv, \emptyset_{sn}} Z} \quad (6)}{\emptyset_e, \emptyset_s, \emptyset_t \vdash_{td} \text{tuple node of } Z = elem : Z, next : \text{pointer node of } Z : \emptyset_e, \emptyset_s, \pi_t} \quad (18)$$

Utilizando el contexto de tuplas obtenido en la derivación anterior, se puede realizar la prueba del sinónimo de tipo *lista*. La demostración de corrección del tipo que define al sinónimo ya fue precisada en la sección previa. Por lo tanto, aplicando la regla para sinónimos con parámetros, junto con la demostración mencionada, podemos construir la derivación del *juicio de tipado* correspondiente a la declaración.

Prueba 3. Demostración de corrección para la declaración de tipo *lista*.

$$\frac{\frac{\{A\} \subseteq FTV(\text{pointer node of } A) \quad \frac{\text{Prueba 1}}{\emptyset_e, \emptyset_s, \pi_t \vdash_t \{A\}_{tv, \emptyset_{sn}} \text{pointer node of } A} \quad (2)}{\emptyset_e, \emptyset_s, \pi_t \vdash_{td} \text{syn list of } A = \text{pointer node of } A : \emptyset_e, \pi_s, \pi_t} \quad (14)$$

Notar que empleando las distintas reglas introducidas a lo largo del capítulo, somos capaces de probar la validez de la declaración para la *lista abstracta* en el lenguaje. El fragmento de código especificado (4.1) comprende la implementación, utilizando la sintaxis concreta de $\Delta\Delta\text{Lang}$, para las definiciones de tipo recientemente analizadas.

```

1 type node of (Z) = tuple
2     elem : Z,
3     next : pointer of node of (Z)
4 end tuple
5
6 type list of (A) = pointer of node of (A)
```

Listing 4.1: Implementación de Lista Abstracta

4.3.4. Tamaños Dinámicos de Arreglos

Al igual que para las variables de tipo, solo se pueden utilizar tamaños dinámicos en determinadas secciones de un programa. El tamaño de un arreglo es siempre constante, pero en el lenguaje existe la posibilidad de trabajar con arreglos abstrayéndonos de sus tamaños concretos, al menos de forma estática. De todas maneras, es importante que durante la ejecución del programa se cuente con la información suficiente para poder resolver el tamaño concreto de estas estructuras. Por lo tanto, la especificación de tamaños dinámicos se permite solo bajo ciertas condiciones particulares.

En el prototipo de una función o procedimiento, es posible introducir tamaños variables de arreglos cuando se especifican los tipos para sus argumentos. Esto permite que luego, en el respectivo cuerpo de la función o procedimiento, se utilicen los mismos tamaños dinámicos para declarar nuevos arreglos. Incluso, también se podrán emplear estos identificadores como valores constantes previamente definidos. En cambio, como notamos anteriormente, se prohíbe el uso de estos elementos para la declaración de tipos. En un principio, un tipo solo se puede instanciar con otros tipos. Esto significa que si se utilizaran tamaños dinámicos en su definición, durante la ejecución del programa no habría manera para deducir el tamaño concreto que tendría un arreglo definido de esta forma.

$$DAS : \langle type \rangle \rightarrow \{ \langle sname \rangle \}$$

Debido a todo esto, necesitamos definir una función que calcule todos los tamaños dinámicos que ocurren en un tipo particular. De esta manera, podremos registrar todos los tamaños variables que se introducen en el prototipo de una función o procedimiento. Con esta información, se procederá al análisis del respectivo cuerpo de la construcción.

$DAS(\mathbf{int})$	$= \emptyset$
$DAS(\mathbf{real})$	$= \emptyset$
$DAS(\mathbf{bool})$	$= \emptyset$
$DAS(\mathbf{char})$	$= \emptyset$
$DAS(\mathbf{pointer} \ \theta)$	$= DAS(\theta)$
$DAS(\mathbf{array} \ as_1, \dots, as_n \ \mathbf{of} \ \theta)$	$= \{as_i \mid as_i \in \langle sname \rangle\} \cup DAS(\theta)$
$DAS(tv)$	$= \emptyset$
$DAS(tn)$	$= \emptyset$
$DAS(tn \ \mathbf{of} \ \theta_1, \dots, \theta_n)$	$= DAS(\theta_1) \cup \dots \cup DAS(\theta_n)$

4.3.5. Chequeos para Funciones y Procedimientos

En esta sección definiremos las reglas para las declaraciones de funciones y procedimientos de un programa. Se deberán verificar propiedades como la unicidad de los nombres utilizados para identificar a sus parámetros, como también analizar la validez de sus respectivos tipos. Adicionalmente, las restricciones para las variables de tipo deben ser examinadas para asegurar ciertas condiciones necesarias. El análisis del cuerpo de una función o un procedimiento será formalizado en la siguiente sección; una vez que se haya precisado la información contextual necesaria para efectuar su verificación, junto con las reglas apropiadas para chequear las declaraciones de variables y sentencias que lo conforman.

Contextos para Funciones y Procedimientos

Una declaración de función o procedimiento *funprocdecl*, puede tener alguna de las dos siguientes formas en base a cual de las construcciones mencionadas define. Similar a la declaración de tipos, cuando uno de estos elementos se encuentra *bien formado* su información es almacenada en el contexto adecuado. Ambos contextos, de funciones y de procedimientos, tendrán una serie de invariantes que deben ser preservadas a lo largo del análisis de un programa.

- **fun** $f (a_1 : \theta_1, \dots, a_l : \theta_l) \text{ ret } a_r : \theta_r$
where cs
in $body$
- **proc** $p (io_1 a_1 : \theta_1, \dots, io_l a_l : \theta_l)$
where cs
in $body$

En el caso de las funciones, se tiene que almacenar su identificador f , junto con todos los elementos de su prototipo. Estos comprenden sus argumentos $a_1 : \theta_1, \dots, a_l : \theta_l$, su retorno $a_r : \theta_r$, y las restricciones para las variables de tipo especificadas en su encabezado cs . Por construcción, el contexto de funciones solo es válido si se cumple que el nombre utilizado para referirse a una función determinada es único. Adicionalmente, los identificadores empleados para sus parámetros no deben repetirse dentro del prototipo de la definición.

$$\pi_f = \{(f, \{fa_1, \dots, fa_l\}, fr, cs) \mid f \in \langle id \rangle \wedge fa_i \in \langle funargument \rangle \wedge \dots \wedge fr \in \langle funreturn \rangle \wedge cs \in \langle constraints \rangle\}$$

El contexto para procedimientos cumple un rol análogo que el empleado para funciones. Debe almacenar el identificador p definido, junto con los argumentos $io_1 a_1 : \theta_1, \dots, io_l a_l : \theta_l$, y restricciones cs asociados al mismo. Las invariantes son idénticas al contexto anterior. Un identificador de procedimiento no puede ser utilizado en más de una declaración, y tampoco se permiten repetir los nombres para los parámetros en una misma definición.

$$\pi_p = \{(p, \{pa_1, \dots, pa_l\}, cs) \mid p \in \langle id \rangle \wedge pa_i \in \langle procargument \rangle \wedge cs \in \langle constraints \rangle\}$$

Restricciones para Funciones y Procedimientos

El polimorfismo paramétrico que admite una función, o un procedimiento, puede ser refinado de alguna manera. Basado en los conceptos sobre *qualified types* presentados en la bibliografía de Jones [8], el lenguaje provee un nivel intermedio entre el *monomorfismo*, que solo admite un único tipo para una determinada construcción, y el *polimorfismo*, que acepta cualquier tipo. Al implementar una función o procedimiento, es posible especificar un predicado, o más precisamente una serie de clases, que estará asociado a una determinada variable de tipo introducida en el correspondiente prototipo. De esta manera se obtiene una forma restringida de polimorfismo, donde se establece de forma explícita la familia de tipos que admite la implementación actual. En la llamada a una función o procedimiento, el tipo que adoptará una variable de tipo determinada deberá satisfacer todas las clases a la cual está asociada.

Las construcciones sintácticas empleadas para representar estos predicados tendrán la siguiente forma, donde deberán cumplir ciertas propiedades para garantizar su corrección. Desde este punto en adelante, asumiremos que las restricciones de funciones y procedimientos satisfacen todas las condiciones necesarias para ser válidas. Lo cual simplificará la especificación de las sucesivas reglas para la derivación de los *juicios de tipado*.

$$tv_1 : cl_{l_1}, \dots, cl_{l_1} \dots tv_m : cl_{l_m}, \dots, cl_{l_m}$$

Sea π_{tv} el conjunto de variables de tipo introducido en el encabezado de una función o procedimiento, entonces todas las variables tv_i presentes en la restricción, deberán pertenecer al contexto. Carecería de sentido permitir la aplicación de restricciones de clase a variables de tipo que no han sido declaradas en el alcance actual. Adicionalmente, todas las variables deben ser distintas entre sí. De lo contrario, existiría una ambigüedad sobre cual conjunto de clases debe ser impuesto sobre la variable repetida. Por último, todas las clases que pertenecen al listado $cl_{l_1}, \dots, cl_{l_j}$ de restricciones para una determinada variable de tipo tv_j , deben ser únicas entre sí. La exigencia reiterada de una misma clase para una variable particular, no modifica la familia de tipos que acepta la función y/o procedimiento.

Reglas para Funciones y Procedimientos

Detalladas las reglas para chequear un tipo, junto con las funciones que calculan las variables de tipo y tamaños dinámicos que ocurren en el mismo, estamos en condiciones para definir de manera directa las reglas para la verificación de funciones y procedimientos del programa. Cuando se determina que una declaración está *bien formada*, su información es añadida al contexto apropiado, y se continua con el análisis. Notar que la definición de funciones y procedimientos responde al orden entre ellas, donde la declaración de una solo está en el alcance de las declaraciones posteriores; esto por ejemplo, implica que no podemos declarar funciones o procedimientos utilizando recursión mutua.

El análisis del cuerpo de estas estructuras será precisado en la siguiente sección, una vez que se haya explicado cómo se obtiene la información contextual necesaria para el estudio del mismo. De forma coloquial, verificar el cuerpo de una función o procedimiento consiste en analizar las declaraciones de variables, junto con la serie de sentencias que lo conforman. Por lo tanto, es necesario disponer de la información de tipos definidos $\pi_{\mathbf{T}}$, la de funciones y procedimientos $\pi_{\mathbf{FP}}$, y los elementos introducidos en el prototipo correspondiente, como las variables de tipo π_{tv} y los tamaños dinámicos de arreglos π_{sn} , para realizar la verificación adecuada.

A la hora de chequear una función o procedimiento, utilizaremos la siguiente notación para denotar que la construcción sintáctica analizada extiende correctamente un determinado contexto válido, donde además contamos con los tipos definidos en el programa $\pi_{\mathbf{T}}$ a nuestro alcance. Las funciones válidas extenderán el contexto π_f , mientras que los procedimientos harán lo propio con π_p . Utilizando una abreviatura para la notación, nos referiremos al contexto $\pi_{\mathbf{FP}}$ para representar a los correspondientes conjuntos anteriores.

$$\begin{aligned} \pi_{\mathbf{T}}, \pi_f, \pi_p \vdash_{fp} funprocdecl : \pi'_f, \pi'_p \\ \pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}} \vdash_{fp} funprocdecl : \pi'_{\mathbf{FP}} \end{aligned}$$

La verificación de una declaración de función es compleja. Es necesario validar todos los tipos de sus respectivos parámetros. Notar que en esta instancia se permite la introducción de variables, de tipo y de tamaño, las cuales serán almacenados en los contextos apropiados. En cambio, para analizar el tipo del retorno, solo se permitirán utilizar los elementos que hayan sido especificados previamente en los argumentos. Asumiremos que las restricciones cumplen un formato determinado válido, por lo que no se presenta ninguna premisa al respecto. Finalmente, con toda la información contextual necesaria, y extendiendo el contexto correspondiente a funciones para permitir llamadas recursivas, se deberá verificar el cuerpo de la función. Observar que para su análisis se indexa al *juicio de tipado* con el identificador de la función.

Regla para Función/Procedimiento 19. Funciones

$$\frac{\pi_{\mathbf{T}} \quad \frac{\langle typevariable \rangle_{tv}, \langle sname \rangle_{sn}}{\vdash_t} \theta_i \quad \pi_{\mathbf{T}} \quad \frac{\pi_{tv}, \pi_{sn}}{\vdash_t} \theta_r \quad \pi_{\mathbf{T}}, \bar{\pi}_f, \pi_p, \pi_{tv}, \pi_{sn} \vdash_b^f body}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_f, \pi_p \vdash_{fp} \mathbf{fun} f (a_1 : \theta_1, \dots, a_l : \theta_l) \mathbf{ret} a_r : \theta_r \mathbf{where} cs \mathbf{in} body : \bar{\pi}_f, \pi_p}$$

donde $\pi_{tv} = FTV(\theta_1) \cup \dots \cup FTV(\theta_l)$, y $\pi_{sn} = DAS(\theta_1) \cup \dots \cup DAS(\theta_l)$. Adicionalmente, se extiende el contexto de funciones con el prototipo en cuestión, para permitir llamadas recursivas $\bar{\pi}_f = (f, \{a_1 : \theta_1, \dots, a_l : \theta_l\}, a_r : \theta_r, cs) \triangleright \pi_f$.

Recordemos que se deben respetar las invariantes para la construcción del contexto de funciones. No puede haber más de una definición para el mismo identificador de función, y tampoco pueden existir múltiples argumentos, incluyendo al retorno, con los mismos nombres en una definición particular. A todo esto, se debe sumar una condición adicional para resolver una limitación de la sintaxis concreta del lenguaje. Los identificadores para tamaños dinámicos de arreglos, introducidos en el prototipo de la función, deben ser distintos a los utilizados para los nombres de parámetros, incluyendo al retorno.

$$\pi_{sn} \cap \{a_1, \dots, a_l, a_r\} = \emptyset$$

Para el análisis del tipo de la variable de retorno, realizamos una salvedad que es conveniente clarificar. No se permiten introducir nuevas variables de tipo, o tamaños dinámicos para dimensiones de arreglos, en esta instancia de la función. Debido a la imposibilidad de inferir el tipo concreto de un tipo polimórfico A , el cual nunca fue declarado previamente en el alcance actual, se decidió limitar el conjunto de variables, de tipo y de tamaño, que pueden ser especificadas en este lugar. Solo pueden ser empleadas las variables que fueron introducidas anteriormente en los argumentos de la respectiva función.

La verificación de una declaración de procedimiento, al igual que para funciones, es compleja. Se deben analizar individualmente todos los tipos de sus respectivos parámetros. De la misma manera que en la regla previa, se almacenarán los tamaños dinámicos, y las variables de tipo que se hayan especificado en estos. Las restricciones poseerán un formato determinado apropiado, lo que permitirá omitir su análisis. Por último, una vez obtenida toda la información contextual necesaria, y extendiendo el contexto correspondiente a procedimientos para permitir llamadas recursivas, se deberá verificar el cuerpo del procedimiento. Notar que el *juicio de tipado* es indexado con el identificador del procedimiento.

Regla para Función/Procedimiento 20. Procedimientos

$$\frac{\pi_{\mathbf{T}} \quad \frac{\langle typevariable \rangle_{tv}, \langle sname \rangle_{sn}}{\vdash_t} \theta_i \quad \pi_{\mathbf{T}}, \pi_f, \bar{\pi}_p, \pi_{tv}, \pi_{sn} \vdash_b^p body}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_f, \pi_p \vdash_{fp} \mathbf{proc} p (io_1 a_1 : \theta_1, \dots, io_l a_l : \theta_l) \mathbf{where} cs \mathbf{in} body : \pi_f, \bar{\pi}_p}$$

donde $\pi_{tv} = FTV(\theta_1) \cup \dots \cup FTV(\theta_l)$, y $\pi_{sn} = DAS(\theta_1) \cup \dots \cup DAS(\theta_l)$. Adicionalmente, se extiende el contexto de procedimientos con el prototipo en cuestión, para permitir llamadas recursivas $\bar{\pi}_p = (p, \{io_1 a_1 : \theta_1, \dots, io_l a_l : \theta_l\}, cs) \triangleright \pi_p$.

De forma análoga a las funciones, en esta ocasión se deben respetar las invariantes para la construcción del contexto de procedimientos. Los identificadores de procedimientos pueden ser empleados sólo en una definición, mientras que los nombres para sus parámetros no pueden ser repetidos en una misma declaración. Adicionalmente, se debe satisfacer la condición previa sobre la sintaxis concreta del lenguaje. Los nombres utilizados para denotar tamaños dinámicos de arreglos, que ocurren en el prototipo del procedimiento, deben ser diferentes a los empleados para referirse a sus parámetros.

$$\pi_{sn} \cap \{a_1, \dots, a_l\} = \emptyset$$

Ejemplo de Prueba

Continuando con los ejemplos, presentaremos la prueba de corrección para una declaración de función, y otra de procedimiento. La primera se utiliza para consultar si una lista se encuentra vacía, mientras que el segundo es empleado para eliminar el primer elemento de la lista. Ambas operaciones trabajan sobre la *lista abstracta* definida anteriormente. Supongamos que los contextos para funciones y procedimientos son los descritos a continuación, mientras que los de tipos definidos son idénticos a los especificados en ejemplos previos.

$$\begin{aligned}\pi_f &= \{(isEmpty, \{l : list\ of\ T\}, b : bool, \emptyset)\} \\ \pi_p &= \{(tail, \{in/out\ l : list\ of\ T\}, \emptyset)\}\end{aligned}$$

Debido que tanto la función como el procedimiento poseen un argumento del mismo tipo, a continuación realizaremos su derivación aislada correspondiente. De esta manera, en las posteriores demostraciones solo tendremos que referirnos a la siguiente prueba para evitar su repetición. Notar que en esta instancia del programa, como se mencionó a lo largo de la sección, se permite la introducción de variables de tipo, y tamaños dinámicos de arreglos.

Prueba 4. Demostración de corrección para el tipo *lista*.

$$\frac{\frac{\frac{T \in \langle typevariable \rangle_{tv}}{\emptyset_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t T} \quad (6)}{\langle typevariable \rangle_{tv}, \langle sname \rangle_{sn} \vdash_t T} \quad (10)}{\emptyset_e, \pi_s, \pi_t \vdash_t list\ of\ T} \quad (10)$$

Como la demostración de corrección de una función puede ser extensa, asumiremos que su cuerpo *body* está especificado correctamente, y omitiremos su prueba en esta sección. Más adelante, una vez que se hayan detallado las reglas apropiadas, se podrá efectuar la parte restante de la prueba. Utilizando la derivación anterior, solo es necesario verificar el tipo del retorno de la función, lo cual es inmediato.

Prueba 5. Demostración de corrección para la función *isEmpty*.

$$\frac{\frac{\frac{Prueba\ 4}{\pi_T \vdash_t list\ of\ T} \quad (10)}{\pi_T, \emptyset_f, \emptyset_p \vdash_{fp} fun\ isEmpty\ (l : list\ of\ T)\ ret\ b : bool\ in\ body : \pi_f, \emptyset_p} \quad (19)}{\pi_T, \emptyset_f, \emptyset_p \vdash_{fp} fun\ isEmpty\ (l : list\ of\ T)\ ret\ b : bool\ in\ body : \pi_f, \emptyset_p} \quad (19)$$

donde $\pi_{tv} = \langle typevariable \rangle_{tv}$, y $\pi_{sn} = \langle sname \rangle_{sn}$.

El fragmento de código (4.2) comprende la implementación, en la sintaxis concreta del lenguaje, de la función verificada. Un puntero nulo, el cual no apunta a nada, es interpretado como una lista vacía. Notar que en la prueba se utilizó una metavariable para representar al cuerpo de la construcción. Con esta abstracción, logramos concentrarnos en los aspectos relevantes para el análisis del prototipo de la función.

```

1 fun isEmpty (l : list of (T)) ret b : bool
2   b := l == null
3 end fun

```

Listing 4.2: Función *isEmpty* para Lista

De forma análoga al caso anterior, para evitar una derivación extensa omitiremos la prueba para el cuerpo *body* del procedimiento. Notar que hemos acumulado la información obtenida en el *juicio de tipado* previo, a pesar que la misma no es utilizada durante la aplicación de las reglas. Esto pone de manifiesto la importancia en el orden de declaración para las funciones y los procedimientos de un programa. En esta prueba particular, solo se debe verificar el tipo del único argumento del procedimiento.

Prueba 6. Demostración de corrección para el procedimiento *tail*.

$$\frac{\frac{\text{Prueba 4}}{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_t \text{list of } T} \quad \frac{\dots}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_f, \pi_p, \{T\}_{tv}, \emptyset_{sn} \vdash_b^{\text{tail}} \text{body}}}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_f, \emptyset_p \vdash_{fp} \text{proc tail (in/out } l : \text{list of } T) \text{ in body : } \pi_f, \pi_p} \quad (20)$$

donde $\pi_{tv} = \langle \text{typevariable} \rangle_{tv}$, y $\pi_{sn} = \langle \text{sname} \rangle_{sn}$.

La implementación del procedimiento verificado, se ilustra en el código (4.3). Nuevamente, se empleó una metavariable para representar al cuerpo de la construcción. El comentario en el fragmento de código indica la precondition del procedimiento. No puede ser invocado con una lista vacía, ya que se asume que la lista tiene al menos un elemento. Para eliminar el primer elemento de una lista es necesario liberar la memoria reservada para su respectivo nodo, donde previamente se modificó la lista para que señale al sucesor del elemento.

```

1 { PRE: !isEmpty(l) }
2 proc tail (in/out l : list of (T))
3   var p : pointer of node of (T)
4   p := l
5   l := l->next
6   free(p)
7 end proc

```

Listing 4.3: Procedimiento *tail* para Lista

4.3.6. Chequeos para Cuerpos de Funciones y Procedimientos

Una parte importante en la derivación del *juicio de tipado* para la declaración de una función, o procedimiento, es dar la prueba que su respectivo cuerpo es válido. Por lo cual, es necesario verificar las declaraciones de variables junto con las sentencias que lo conforman. Para las primeras, se deberá garantizar la unicidad de los identificadores empleados para nombrar variables, además de comprobar la validez de los tipos que las definen. Adicionalmente, las segundas tendrán su propio conjunto de reglas para efectuar su análisis. Según la sintaxis del lenguaje, el cuerpo *body* de alguna de las construcciones anteriores, posee la siguiente forma donde $n \geq 0$ y $m > 0$.

$$\begin{array}{c} \text{variabledecl}_1 \\ \dots \\ \text{variabledecl}_n \\ \text{sentence}_1 \\ \dots \\ \text{sentence}_m \end{array}$$

En esta etapa del análisis, se puede observar que contamos con una gran cantidad de información contextual, en nuestro alcance, para el chequeo del cuerpo. Disponemos de los tipos definidos, las funciones y procedimientos declarados, e incluso las variables, de tipo y de tamaño, introducidas en el prototipo de la actual función, o procedimiento, siendo verificada. Por lo tanto, para facilitar la lectura de las siguientes reglas, flexibilizaremos un poco la notación para permitir el uso de determinados contextos como si fuesen funciones.

$$\pi_{\mathbf{FP}}(fp) = \begin{cases} (\{fa_1, \dots, fa_l\}, fr, cs) & \text{si } (fp, \{fa_1, \dots, fa_l\}, fr, cs) \in \pi_f \\ (\{pa_1, \dots, pa_l\}, cs) & \text{si } (fp, \{pa_1, \dots, pa_l\}, cs) \in \pi_p \end{cases}$$

Asumiendo que el conjunto de identificadores utilizados para representar funciones en un programa, es disjunto al empleado para los procedimientos, entonces se puede usar la notación previa para obtener toda la información asociada a una declaración particular. De manera informal, diremos que $x \in \pi_{\mathbf{FP}}(fp)$ cuando en el prototipo de la función, o el procedimiento, se haya especificado algún parámetro con el mismo identificador. A la hora de construir la derivación para el *juicio de tipado* de una declaración de variable, resultará conveniente poder determinar cuales identificadores fueron introducidas en el encabezado, para así verificar que una variable declarada en el cuerpo es fresca.

Contexto para Variables

La declaración de variables dentro del cuerpo de una función o procedimiento, nos obliga a utilizar un contexto adicional para almacenar los identificadores introducidos, junto con sus correspondientes tipos. Similar como sucede con otros contextos, es necesario garantizar como invariante la unicidad de los nombres de variables que se almacenan en este conjunto. Abusando la notación, diremos que $x \in \pi_v$ cuando una variable ya se encuentra declarada en el contexto.

$$\pi_v \subseteq \{(x, \theta) \mid x \in \langle id \rangle \wedge \theta \in \langle type \rangle\}$$

Verificar que una variable no pertenece al conjunto $x \notin \pi_v$, previa su incorporación, no es suficiente para garantizar la validez de la extensión del contexto. Una variable nueva debe ser fresca en el alcance actual, esto significa que tampoco puede haber sido declarada como parámetro de la función o procedimiento que la encapsula, $x \notin \pi_{\mathbf{FP}}(fp)$. Incluso, debido a la limitación que presenta la sintaxis concreta sobre los identificadores de tamaños dinámicos, tampoco puede ocurrir que se haya declarado un tamaño con el mismo nombre, $x \notin \pi_{sn}$. Todas estas condiciones deben ser satisfechas cada vez que se quiera expandir el contexto de variables, para evitar cualquier ambigüedad sobre el uso de los identificadores involucrados. Por lo tanto, permitiendo el abuso de notación, especificaremos lo siguiente para afirmar que un identificador es fresco en el alcance actual.

$$x \notin \pi_{\mathbf{FP}}(fp) \cup \pi_{sn} \cup \pi_v$$

Regla para Declaración de Variables

El siguiente *juicio de tipado* denota que es válido extender al contexto de variables π_v con la declaración verificada, bajo todos los contextos introducidos hasta el momento en el análisis. Notar el uso del índice fp para representar al identificador de la función, o el procedimiento, que encapsula a la construcción.

$$\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{tv}, \pi_{sn}, \pi_v \vdash_{vd}^{fp} \text{variabledecl} : \pi'_v$$

Para determinar que una declaración de variables dentro del cuerpo de una función o un procedimiento es válida, hay que verificar dos propiedades. En primer lugar, todas las variables que se intentan declarar deben ser frescas. Como se mencionó recientemente, hay que garantizar que ningún identificador haya sido introducido aún en el alcance actual. En segundo lugar, el tipo asociado a las variables debe ser válido. Solo se permite el uso de los tamaños dinámicos, y las variables de tipo, que hayan sido especificados previamente en el prototipo. Recordar que la invariante de construcción del contexto de variables imponía, como restricción, la unicidad de los identificadores que lo conforman. Por lo que de forma implícita, nos aseguramos que todas las variables definidas son distintas entre sí.

Regla para Función/Procedimiento 21. Declaración de Variables

$$\frac{x_i \notin \pi_{\mathbf{FP}}(fp) \cup \pi_{sn} \cup \pi_v \quad \pi_{\mathbf{T}} \stackrel{\pi_{tv}, \pi_{sn}}{\vdash_t} \theta}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{tv}, \pi_{sn}, \pi_v \vdash_{vd}^{fp} \mathbf{var} \ x_1, \dots, x_l : \theta : \pi'_v}$$

donde $\pi'_v = (x_1, \theta) \triangleright \dots \triangleright (x_l, \theta) \triangleright \pi_v$.

Ejemplo de Prueba

Siguiendo con la prueba del fragmento (4.3), a continuación demostraremos la corrección de la declaración de variable presente en el código. Recordar que al encontrarnos en el cuerpo del procedimiento *tail*, contamos con toda la información reunida hasta ese punto. En particular, disponemos de la definición de la *lista abstracta*, es decir, de los tipos declarados junto con el encabezado de los operadores verificados. Notar que el único identificador introducido en el alcance actual, es el del parámetro de entrada/salida *l*.

Prueba 7. Demostración de corrección para declaración de variable.

$$\begin{array}{c} \frac{T \in \{T\}}{\emptyset_e, \pi_s, \pi_t \stackrel{\{T\}, \emptyset_{sn}}{\vdash_t} T} \quad (6) \\ \frac{(node, \{Z\}, \{elem : Z, next : \mathbf{pointer} \ node \ of \ Z\}) \in \pi_t \quad \emptyset_e, \pi_s, \pi_t \stackrel{\{T\}, \emptyset_{sn}}{\vdash_t} T}{\emptyset_e, \pi_s, \pi_t \stackrel{\{T\}, \emptyset_{sn}}{\vdash_t} node \ of \ T} \quad (11) \\ \frac{\emptyset_e, \pi_s, \pi_t \stackrel{\{T\}, \emptyset_{sn}}{\vdash_t} node \ of \ T}{\emptyset_e, \pi_s, \pi_t \stackrel{\{T\}, \emptyset_{sn}}{\vdash_t} \mathbf{pointer} \ node \ of \ T} \quad (2) \\ \frac{p \notin \{l\} \quad \emptyset_e, \pi_s, \pi_t \stackrel{\{T\}, \emptyset_{sn}}{\vdash_t} \mathbf{pointer} \ node \ of \ T}{\emptyset_e, \pi_s, \pi_t, \pi_{\mathbf{FP}}, \{T\}_{tv}, \emptyset_{sn}, \emptyset_v \vdash_{vd}^{tail} \mathbf{var} \ p : \mathbf{pointer} \ node \ of \ T : \pi_v} \quad (21) \end{array}$$

donde $\pi_v = \{(p, \mathbf{pointer} \ node \ of \ T)\}$.

Regla para Cuerpos de Funciones y Procedimientos

Detallada la regla para chequear una declaración de variables, junto con la composición de todos los contextos necesarios para el análisis, ya estamos en condiciones de definir la regla para la verificación del cuerpo de una función o un procedimiento. La validación de las sentencias será formalizada más adelante, una vez que se haya precisado la manera de resolver el polimorfismo paramétrico que admiten las funciones y los procedimientos del programa. En este aspecto, será necesaria la definición de una función de sustitución que permita unificar los tipos de los parámetros esperados, contra los tipos de las expresiones recibidas durante la llamada de un procedimiento, o una función, determinado.

El *juicio de tipado* para el cuerpo de una función o procedimiento fp , denota la validez de la construcción bajo los contextos reunidos. En esta verificación no será necesaria la extensión de ningún contexto, ya que toda la información dentro del cuerpo es local al prototipo que lo encapsula. La única tarea que se debe realizar en esta etapa, es garantizar la corrección de la estructura mencionada.

$$\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{tv}, \pi_{sn} \vdash_b^{fp} body$$

Para probar el *juicio de tipado* previo, es necesario verificar todos los elementos constituyentes de la estructura. Las declaraciones de variables que conforman al cuerpo, deberán ser validadas de forma secuencial. El contexto de variables será construido de manera incremental, a medida que se analizan cada una de las declaraciones. Con la información obtenida, el listado de sentencias será verificado para probar su corrección. Notar que el contexto de variables de tipo es omitido en el último *juicio*, ya que no será necesario en el posterior análisis.

Regla para Función/Procedimiento 22. Cuerpo

$$\frac{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{tv}, \pi_{sn}, \pi_v^{i-1} \vdash_{vd}^{fp} vd_i : \pi_v^i \quad \pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{sn}, \pi_v^n \vdash_s^{fp} s_j}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{tv}, \pi_{sn} \vdash_b^{fp} vd_1 \dots vd_n \quad s_1 \dots s_m}$$

donde el contexto inicial de variables es vacío $\pi_v^0 = \emptyset$.

4.3.7. Operación de Sustitución

Los tipos que contienen ocurrencias de variables de tipo, o tamaños dinámicos de arreglos, pueden ser instanciados mediante la sustitución de sus elementos polimórficos por otros componentes cuyas categorías sintácticas sean adecuadas. La operación de sustitución opera sobre los tipos del lenguaje, y su comportamiento es determinado por el conjunto de sustituciones que se desea aplicar. Intuitivamente podemos pensar que una sustitución se propaga por toda la estructura de un tipo θ , salvo cuando se encuentra con una variable, de tipo o de tamaño, en cuyo caso la reemplaza según lo indicado por la sustitución δ .

$$\begin{aligned} - \mid - &\in \langle type \rangle \times \Delta \rightarrow \langle type \rangle \\ \theta \mid \delta &\in \langle type \rangle \end{aligned}$$

Sustitución de Variables de Tipo

Un tipo que contiene variables de tipo, puede ser instanciado sustituyendo sus variables por otros tipos particulares. Esta situación puede suceder por dos causas distintas. En las declaraciones de tipo, es posible definir tipos paramétricos. Cuando se emplea un tipo paramétrico, será necesario reemplazar las variables de tipo que ocurren en su definición por los correspondientes parámetros de tipo que recibe. En una declaración de función o procedimiento, ciertos parámetros podrán ser de tipo polimórfico. Esto implica que a la hora de realizar una llamada a las construcciones mencionadas, será necesario intentar igualar los tipos de los parámetros esperados contra los tipos de los argumentos recibidos mediante una sustitución. A continuación, se define al conjunto Δ_{tv} de todas las sustituciones de variables de tipo en tipos, junto con la notación utilizada para representar una sustitución finita.

$$\begin{aligned} \Delta_{tv} &= \langle typevariable \rangle \rightarrow \langle type \rangle \\ [tv_1 : \theta_1, \dots, tv_l : \theta_l]_{tv} &\in \Delta_{tv} \end{aligned}$$

La operación de sustitución para variables de tipo, debe reemplazar todas las variables que ocurren en un tipo θ particular, según lo dictado por la función de sustitución δ_{tv} provista. Notar que no se realiza ninguna modificación a los tipos básicos, y que la sustitución se debe propagar para todos los tipos internos.

$$\begin{aligned}
& \delta_{tv} \in \Delta_{tv} \\
& \mathbf{int} \mid \delta_{tv} = \mathbf{int} \\
& \mathbf{real} \mid \delta_{tv} = \mathbf{real} \\
& \mathbf{bool} \mid \delta_{tv} = \mathbf{bool} \\
& \mathbf{char} \mid \delta_{tv} = \mathbf{char} \\
& \mathbf{pointer} \theta \mid \delta_{tv} = \mathbf{pointer} (\theta \mid \delta_{tv}) \\
& \mathbf{array} as_1, \dots, as_n \mathbf{of} \theta \mid \delta_{tv} = \mathbf{array} as_1, \dots, as_n \mathbf{of} (\theta \mid \delta_{tv}) \\
& tv \mid \delta_{tv} = \delta_{tv}(tv) \\
& tn \mid \delta_{tv} = tn \\
& tn \mathbf{of} \theta_1, \dots, \theta_n \mid \delta_{tv} = tn \mathbf{of} (\theta_1 \mid \delta_{tv}), \dots, (\theta_n \mid \delta_{tv})
\end{aligned}$$

Sustitución de Tamaños Dinámicos

De forma análoga a la sustitución anterior, un tipo que posee ocurrencias de tamaños dinámicos, podrá ser instanciado reemplazando estos elementos por otros tamaños particulares. Esta situación solo podrá suceder por una causa determinada. En la declaración de tipos no se permite la utilización de tamaños dinámicos para definir nuevos tipos, por lo que a diferencia del caso previo, esta sustitución no será necesaria en este ámbito. En cambio, cuando se declara una función o un procedimiento, ciertos parámetros podrán contener tamaños dinámicos en sus arreglos. A la hora de realizar una llamada a una de estas construcciones, será preciso intentar igualar los tamaños de las dimensiones de los arreglos esperados por los parámetros, contra las dimensiones de los arreglos recibidos como argumentos mediante una sustitución. Se define al conjunto de todas las sustituciones de tamaños dinámicos en tamaños, de la siguiente forma.

$$\Delta_{sn} = \langle sname \rangle \rightarrow \langle arraysize \rangle$$

La operación de sustitución para tamaños dinámicos, debe reemplazar todos estos elementos que ocurren en un tipo θ particular, en base a lo dictado por la función de sustitución δ_{sn} provista. Notar que no se realiza ninguna modificación a los tipos básicos, y que la sustitución se propaga para todos los tipos y tamaños internos.

$$\begin{aligned}
& \delta_{sn} \in \Delta_{sn} \\
& \mathbf{int} \mid \delta_{sn} = \mathbf{int} \\
& \mathbf{real} \mid \delta_{sn} = \mathbf{real} \\
& \mathbf{bool} \mid \delta_{sn} = \mathbf{bool} \\
& \mathbf{char} \mid \delta_{sn} = \mathbf{char} \\
& \mathbf{pointer} \theta \mid \delta_{sn} = \mathbf{pointer} (\theta \mid \delta_{sn}) \\
& \mathbf{array} as_1, \dots, as_n \mathbf{of} \theta \mid \delta_{sn} = \mathbf{array} (as_1 \mid \delta_{sn}), \dots, (as_n \mid \delta_{sn}) \mathbf{of} (\theta \mid \delta_{sn}) \\
& tv \mid \delta_{sn} = tv \\
& tn \mid \delta_{sn} = tn \\
& tn \mathbf{of} \theta_1, \dots, \theta_n \mid \delta_{sn} = tn \mathbf{of} (\theta_1 \mid \delta_{sn}), \dots, (\theta_n \mid \delta_{sn})
\end{aligned}$$

Permitiendo el abuso de notación, la operación de sustitución se debe propagar a los tamaños para las dimensiones de arreglos que ocurren en el tipo. De esta manera si el tamaño as es variable, deberá ser reemplazado según lo determinado por δ_{sn} . En caso contrario, no se realizará ninguna modificación al mismo.

$$as \mid \delta_{sn} = \begin{cases} as & \text{si } as \in \langle natural \rangle \\ \delta_{sn}(as) & \text{si } as \in \langle sname \rangle \end{cases}$$

4.3.8. Instancias de Clases

Similar a *Haskell*, una clase puede ser pensada como una especie de interfaz que define algún comportamiento. Se dice que un tipo es una *instancia* de la clase, cuando soporta e implementa el comportamiento que esta clase describe. En el lenguaje, este comportamiento se define mediante una serie de funciones y/o procedimientos que caracterizan las operaciones que ofrece la interfaz de la clase. Diremos que un tipo *satisface* una clase, cuando es una instancia de la misma.

Ciertos operadores solo pueden ser aplicados con valores cuyos tipos satisfacen determinadas clases. Siendo más específicos, nos referimos a los operadores de orden y de igualdad. Adicionalmente, al definir funciones y procedimientos, es posible especificar restricciones de clases como una especie de polimorfismo restringido. De esta manera, en la aplicación de las construcciones mencionadas, se impone el cumplimiento de una serie de clases para los tipos de las expresiones detalladas como argumentos. Debido a esto, es necesario precisar formalmente cuando un tipo determinado satisface cierta clase particular.

Actualmente, en el lenguaje se encuentran declaradas solo dos clases. Todos los tipos que pueden ser comparados en base a su igualdad, son instancias de la clase **Eq**. Mientras, los tipos que manifiestan una noción de orden son instancias de la clase **Ord**. Eventualmente haremos mención de otras clases de manera informal. Por ejemplo, la que caracteriza a las estructuras iterables, o la que representa a los tipos que pueden ser enumerados. De todas maneras, ninguna de estas últimas clases se encuentra formalmente definida en el lenguaje.

Debido que aún no se ha determinado un mecanismo concluyente para implementar instancias de clases, para los tipos definidos por el usuario, este aspecto del lenguaje puede resultar ambiguo. En base a la categoría de un tipo, y al entorno en el que se encuentra situado, habrá distintas condiciones para que el mismo pueda satisfacer, o no, una determinada clase del lenguaje. Se dice que un tipo θ satisface una clase cl , si cumple alguna de las siguientes reglas.

1. Si es un tipo básico, es decir $\theta \in \{\mathbf{int}, \mathbf{real}, \mathbf{char}, \mathbf{bool}\}$, entonces satisface naturalmente ambas clases **Eq**, y **Ord**. Las operaciones de orden y de igualdad que ofrecen estas clases, se definen de la manera habitual.
2. Si es un tipo puntero **pointer** θ , solo va a satisfacer la clase **Eq**. Esta condición es independiente del tipo θ . La igualdad de punteros se determina en base al lugar de memoria que se referencia, y no al valor almacenado en él.
3. Si es un arreglo **array** as_1, \dots, as_n **of** θ , solo podrá satisfacer la clase **Eq**. Condicionado a que el tipo θ también sea instancia de esta misma clase. La igualdad depende que todos los valores almacenados en las distintas posiciones de los arreglos sean equivalentes.
4. En el cuerpo de una función o un procedimiento fp , una variable de tipo tv satisface una determinada clase cl_i , solo si en el prototipo correspondiente se impone como restricción. Es decir, en cs ocurre la restricción de clases $tv : cl_1, \dots, cl_i, \dots, cl_m$. Las operaciones son determinadas de acuerdo al tipo concreto que la variable asume durante la ejecución.

5. Si es un tipo enumerado tn , definido de la forma **enum** $tn = cn_1, \dots, cn_m$, entonces satisface ambas clases **Eq**, y **Ord**. La instancia de igualdad se define como $cn_i = cn_i$, y la de orden como $cn_i < cn_{i+j}$, donde vale que $1 \leq i, i+j \leq m$.
6. Si es un sinónimo de tipo tn , definido de la forma **syn** $tn = \theta$, entonces va a satisfacer las mismas clases que el tipo de su definición. Las operaciones de orden e igualdad serían las que implementa θ .
7. Si es un sinónimo de tipo con parámetros tn **of** $\theta_1, \dots, \theta_l$, definido de la forma **syn** tn **of** $tv_1, \dots, tv_l = \theta$, entonces va a satisfacer las mismas clases que el tipo al que representa. El cual se obtiene de aplicar la sustitución finita adecuada $\theta \mid [tv_1 : \theta_1, \dots, tv_l : \theta_l]_{tv}$. Las operaciones disponibles del sinónimo, son las definidas por este último tipo.
8. Si es una estructura de tipo tupla tn , definida de la forma **tuple** $tn = fd_1, \dots, fd_m$, entonces va a satisfacer una clase siempre y cuando se encuentre implementada la instancia apropiada para la tupla. Ya que aún no se ha formalizado la manera de definir instancias para tuplas, esta categoría de tipos no satisface ninguna clase.
9. Si es una estructura de tipo tupla con parámetros tn **of** $\theta_1, \dots, \theta_l$, definida de la forma **tuple** tn **of** $tv_1, \dots, tv_l = fd_1, \dots, fd_m$, entonces va a satisfacer una clase siempre y cuando se encuentre implementada la instancia apropiada para la tupla y sus parámetros de tipo actuales. Ya que aún no se ha formalizado la manera de definir instancias para tuplas con parámetros, esta categoría de tipos no satisface ninguna clase.

4.3.9. Chequeos para Sentencias

Ya estamos en condiciones para comenzar con el análisis de las sentencias del lenguaje. Algunas propiedades que se deberán verificar comprenden la asignación adecuada de expresiones a variables, la especificación de límites válidos para la sentencia *for*, el empleo de guardas de tipo booleano para las sentencias *if* y *while*, entre otras. En particular, para la llamada a procedimientos haremos uso de los últimos conceptos introducidos sobre la operación de sustitución, y las instancias de clases.

Reglas para Sentencias

Para el *juicio de tipado* de una sentencia, tenemos a nuestro alcance los contextos sobre los tipos definidos, las funciones y los procedimientos declarados, los tamaños dinámicos especificados en el prototipo, y las variables introducidas previamente en el cuerpo. Prescindimos de la información sobre las variables de tipo detalladas en el encabezado, ya que no será necesaria para el siguiente análisis. Para abreviar la notación empleada, utilizaremos π_V para representar al conjunto de variables, y al de tamaños dinámicos de arreglos. Adicionalmente, haremos referencia al contexto π_P para simbolizar a toda la información necesaria para efectuar el análisis.

$$\begin{aligned} \pi_T, \pi_{FP}, \pi_{sn}, \pi_v &\vdash_s^{fp} \text{ sentence} \\ \pi_T, \pi_{FP}, \pi_V &\vdash_s^{fp} \text{ sentence} \\ \pi_P &\vdash_s^{fp} \text{ sentence} \end{aligned}$$

El análisis de la sentencia *skip* es trivial. Su verificación es inmediata, ya que la regla no presenta ninguna premisa y no es necesario consultar la información almacenada en ninguno de los contextos reunidos.

Regla para Sentencias 23. Skip

$$\frac{}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_s^{fp} \mathbf{skip}}$$

La regla de la asignación presenta la primer situación interesante en el análisis de las sentencias. Se deben verificar sus dos componentes, la variable a modificar y la expresión que se le asignará, para asegurar que ambas poseen el mismo tipo.

Regla para Sentencias 24. Asignación

$$\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} v : \theta \quad \pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e : \theta}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_s^{fp} v := e}$$

Para el procedimiento particular *alloc*, es necesario realizar un chequeo de tipos. Debido que la sentencia es empleada para reservar espacio en memoria, para almacenar la estructura que referencia un puntero, hay que garantizar que su argumento tenga el tipo correspondiente. Notar que la sintaxis del lenguaje solo permite la especificación de variables como argumento en la llamada del procedimiento.

Regla para Sentencias 25. Alloc

$$\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} v : \mathbf{pointer} \theta}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_s^{fp} \mathbf{alloc} v}$$

Para el procedimiento *free*, ocurre una situación similar. Es necesario verificar que el argumento recibido sea efectivamente un puntero. En este caso, la sentencia se encarga de liberar el espacio de memoria que referencia el puntero. Nuevamente, la sintaxis solo permite la especificación de variables como argumento en la llamada del procedimiento.

Regla para Sentencias 26. Free

$$\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} v : \mathbf{pointer} \theta}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_s^{fp} \mathbf{free} v}$$

Una instrucción habitual de los lenguajes imperativos es el *while*. Para su verificación, se debe comprobar que su guarda sea de tipo booleano. Adicionalmente, es necesario analizar la secuencia de sentencias que conforman su cuerpo.

Regla para Sentencias 27. While

$$\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e : \mathbf{bool} \quad \pi_{\mathbf{P}} \vdash_s^{fp} s_i}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_s^{fp} \mathbf{while} e \mathbf{do} s_1 \dots s_m}$$

La verificación de la sentencia *if* es similar a la descripta para la instrucción anterior. Se debe comprobar que la guarda sea de tipo booleano, sumado a que todas las sentencias especificadas en cualquiera de los dos bloques sean correctas. Recordar que el lenguaje ofrece otras alternativas para la sentencia, mediante el uso de *syntax sugar*.

Regla para Sentencias 28. If

$$\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e : \mathbf{bool} \quad \pi_{\mathbf{P}} \vdash_s^{fp} s_i \quad \pi_{\mathbf{P}} \vdash_s^{fp} s'_j}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_s^{fp} \mathbf{if} e \mathbf{then} s_1 \dots s_m \mathbf{else} s'_1 \dots s'_n}$$

La sentencia *for* presenta dos maneras distintas de ser especificada, pero la verificación de ambas es idéntica. Debido que la sentencia declara de forma implícita una variable, es necesario verificar que el identificador introducido es fresco con respecto al alcance actual. Adicionalmente, hay que chequear que el tipo de los límites coincida, y que el mismo sea efectivamente enumerable. Finalmente, se debe analizar la secuencia de sentencias que forman el cuerpo de la iteración. Notar que la variable declarada es local a este último bloque de sentencias.

Regla para Sentencias 29. For To

$$\frac{x \notin \pi_{\mathbf{FP}}(fp) \cup \pi_{sn} \cup \pi_v \quad \pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{sn}, \pi_v \vdash_e^{fp} e_i : \theta \quad \pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{sn}, \pi'_v \vdash_s^{fp} s_i}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{sn}, \pi_v \vdash_s^{fp} \text{for } x := e_1 \text{ to } e_2 \text{ do } s_1 \dots s_m}$$

donde $\pi'_v = (x, \theta) \triangleright \pi_v$, y se satisface que el tipo θ es enumerable.

Regla para Sentencias 30. For Downto

$$\frac{x \notin \pi_{\mathbf{FP}}(fp) \cup \pi_{sn} \cup \pi_v \quad \pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{sn}, \pi_v \vdash_e^{fp} e_i : \theta \quad \pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{sn}, \pi'_v \vdash_s^{fp} s_i}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{sn}, \pi_v \vdash_s^{fp} \text{for } x := e_1 \text{ downto } e_2 \text{ do } s_1 \dots s_m}$$

donde $\pi'_v = (x, \theta) \triangleright \pi_v$, y se satisface que el tipo θ es enumerable.

Es importante aclarar que se entiende cuando decimos que un tipo es enumerable. Un tipo enumerable es aquel que presenta una relación de orden entre sus constructores; donde dado un valor determinado del tipo, se puede calcular su respectivo antecesor y sucesor, siempre y cuando este valor no sea un límite inferior o superior del tipo. Solo un subconjunto limitado de los tipos del lenguaje tienen la capacidad de ser enumerados. Los números enteros **int**, y los caracteres **char**, podrán ser especificados como límites de la sentencia *for*. Adicionalmente los tipos enumerados *tn*, definidos de la forma **enum** *tn* = *cn*₁, ..., *cn*_{*m*}, también serán otra de las construcciones que tendrán esta facultad.

El análisis de la llamada a un procedimiento es el más complejo de todos los especificados, hasta el momento, para las sentencias. Será necesario verificar una serie de propiedades relacionadas con el polimorfismo que admite el procedimiento; para las cuales utilizaremos los conceptos previos sobre la operación de sustitución, y las instancias de clases del lenguaje. El primero será empleado para resolver el polimorfismo paramétrico, mientras que el segundo para garantizar el cumplimiento de las restricciones de clases.

Con la operación de sustitución se pretende hacer coincidir los tipos esperados por los parámetros del procedimiento, contra los tipos de los argumentos recibidos en la respectiva llamada. Para lo cual es necesario encontrar una función de sustitución para las variables de tipo, y otra para los tamaños dinámicos, que se especifican en el prototipo de la declaración. Claramente no siempre será posible establecer una igualdad entre los tipos esperados y los tipos recibidos, por lo que la existencia de las funciones de sustitución anteriores, es lo que buscamos para verificar la validez de la llamada al procedimiento. Denominaremos a esta operación, *unificación*.

Con la función de sustitución para tamaños dinámicos, se intenta reemplazar todas las variables de tamaño que ocurren en los parámetros de la declaración, para hacerlas coincidir con los tamaños actuales de los argumentos de la llamada. De forma análoga, con la función de sustitución para variables de tipo se pretende igualar todas las variables de tipo especificadas en el encabezado del procedimiento, con los tipos actuales de las expresiones recibidas como argumento de la llamada. Notar que la idea es encontrar la existencia de las funciones de sustitución, lo cual nos asegura que existe la unificación que buscamos. En la implementación del intérprete, esto implicará el desarrollo de un algoritmo para la inferencia de tipos.

El polimorfismo paramétrico que admite un procedimiento, puede ser refinado mediante la especificación de restricciones de clase para las variables de tipo introducidas en el prototipo. En base a la función de sustitución para variables de tipo obtenida en la unificación, debemos verificar que todas las restricciones sean satisfechas. El tipo que adopta una determinada variable, luego de aplicada la sustitución, tendrá que ser instancia de todas las clases que se le imponen de acuerdo a las reglas especificadas previamente.

Una vez descripto el razonamiento detrás de la verificación para la llamada de un procedimiento, estamos en condiciones para formalizar la regla que justifica la validez de la sentencia. Por claridad, ciertas premisas de la regla son especificadas fuera de la misma. Será necesario verificar tres propiedades. Primero, el procedimiento debe haber sido definido y la cantidad de argumentos en la llamada tiene que coincidir con el número de parámetros en la declaración. Segundo, es posible unificar los tipos esperados con los tipos actuales de las expresiones, mediante la aplicación de alguna función de sustitución. Tercero, se satisfacen las restricciones de clases impuestas para las variables de tipo de la declaración. Notar que si el procedimiento definido no introduce ningún elemento polimórfico en su prototipo, es decir variables de tipo o tamaños dinámicos, entonces no será necesario probar la existencia de ninguna función de sustitución.

Regla para Sentencias 31. Procedimientos

$$\frac{(p, \{io_1 \ a_1 : \theta_1^*, \dots, io_n \ a_n : \theta_n^*\}, cs) \in \pi_p \quad \pi_{\mathbf{T}}, \pi_f, \pi_p, \pi_{\mathbf{V}} \vdash_e^{fp} e_i : \theta_i \quad (\text{Unif.}) \quad (\text{Rest.})}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_f, \pi_p, \pi_{\mathbf{V}} \vdash_s^{fp} p(e_1, \dots, e_n)}$$

Donde existe una sustitución tal que, los tipos de los parámetros esperados se unifican con los tipos de los argumentos recibidos.

$$\exists \delta_{sn} \in \Delta_{sn}, \delta_{tv} \in \Delta_{tv}. \forall i \in \{1 \dots n\}. \theta_i^* \mid \delta_{sn} \mid \delta_{tv} = \theta_i \quad (\text{Unif.})$$

Si esta sustitución existe, entonces se deben satisfacer todas las restricciones de clase impuestas en el prototipo del procedimiento.

$$\forall (tv : cl_1, \dots, cl_m) \in cs. \delta_{tv}(tv) \text{ satisface las clases } cl_1, \dots, cl_m \quad (\text{Rest.})$$

Ejemplo de Sustitución

Debido a la complejidad de la regla, ilustraremos la aplicación de una sustitución con un breve ejemplo. Supongamos que hemos definido un algoritmo de ordenación. El fragmento (4.4) se encargará de permutar los valores en dos posiciones válidas de un arreglo. Mientras, en el código (4.5) se aplica la ordenación *por selección* a un arreglo. Notar que ambos procedimientos trabajan con un arreglo de tamaño dinámico, y los valores que almacena tienen un tipo variable particular. La abstracción permite definir un algoritmo de ordenación para arreglos, que será independiente del tamaño y del tipo de valores almacenados por esta estructura.

```

1 { PRE: 1 <= i, j <= m }
2 proc swap (in/out a : array [m] of T, in i, j : int)
3   var temp : T
4   temp := a[i]
5   a[i] := a[j]
6   a[j] := temp
7 end proc

```

Listing 4.4: Permutación de Valores

```

1  proc selectionSort (in/out a : array [n] of T)
2  where (T : Ord)
3    var minP : int
4    for i := 1 to n do
5      minP := i
6      for j := i + 1 to n do
7        if a[j] < a[minP] then minP := j fi
8      od
9      swap(a, i, minP)
10   od
11 end proc

```

Listing 4.5: Ordenación por Selección

Durante el proceso de ordenación, se aplican las permutaciones de valor adecuadas a medida que se avanza en la ejecución del código. En el procedimiento principal, se realiza la llamada `swap(a, i, minP)` una vez que se encuentra al valor, ubicado en la posición `minP`, que correspondería a la posición `i` en la ordenación definitiva del arreglo `a`. Para probar la corrección de esta sentencia, es necesario demostrar la existencia de las sustituciones δ_{sn} y δ_{tv} , las cuales permiten unificar los tipos esperados por el procedimiento contra los tipos recibidos en la llamada. Notar que ambos índices son de tipo entero, por lo que solo debemos concentrarnos en igualar el tipo de los arreglos. Sea $\delta_{sn}(m) = n$ y $\delta_{tv}(T) = T$, entonces mediante su aplicación obtenemos la unificación deseada.

$$\begin{aligned} \text{array } m \text{ of } T \mid \delta_{sn} \mid \delta_{tv} &= \text{array } n \text{ of } T \\ \text{int} \mid \delta_{sn} \mid \delta_{tv} &= \text{int} \end{aligned}$$

Supongamos que en el alcance actual se encuentra declarado un arreglo de enteros, con tamaño diez, representado con el identificador `a'`. Para aplicar el algoritmo de ordenación sobre el arreglo, es necesario realizar la llamada `selectionSort(a')`. Puesto que el procedimiento especifica una restricción de clase para el tipo de los valores almacenados en el arreglo, hay una condición adicional que satisfacer. En este caso para probar la validez de la sentencia, debemos demostrar la existencia de las sustituciones δ_{sn} y δ_{tv} , necesarias para efectuar la unificación adecuada, sumado a verificar que los elementos del arreglo pueden ser ordenados. Sea $\delta_{sn}(n) = 10$ y $\delta_{tv}(T) = \text{int}$, entonces mediante su aplicación obtenemos la unificación deseada y se satisface trivialmente la restricción de clase.

$$\begin{aligned} \text{array } n \text{ of } T \mid \delta_{sn} \mid \delta_{tv} &= \text{array } 10 \text{ of int} \\ \delta_{tv}(T) &\text{ satisface la clase } \mathbf{Ord} \end{aligned}$$

Sentencia *For* para Estructuras Iterables

Existe otra alternativa para especificar la sentencia *for*, la cual nos permite trabajar con estructuras iterables. Comenzando con el hipotético primer elemento de la estructura, en cada iteración se obtendría un nuevo elemento de la misma hasta haber examinado la totalidad de los valores que la conforman. La verificación a realizar es similar a la formalizada para las otras versiones. Debido que la sentencia declara de forma implícita una variable, es necesario verificar que el identificador introducido x se encuentre disponible en el alcance actual. Adicionalmente, hay que chequear que el tipo de la expresión a iterar e soporte la operación de iteración. Por último, se debe analizar la secuencia de sentencias $s_1 \dots s_m$ que forman el cuerpo de la instrucción. La variable declarada será local a este último bloque de sentencias.

for x **in** e **do** $s_1 \dots s_m$

Debido que aún no hemos definido que se entiende por una estructura iterable en el lenguaje, no formalizaremos la regla para el *juicio de tipado* de esta sentencia. Claramente, esto implica que tampoco existen los medios para definir instancias de esta hipotética clase. De manera informal, diremos que un tipo θ puede ser iterado cuando representa un conjunto de elementos de tipo θ' , y soporta una serie de operaciones que permiten recorrer su estructura, obteniendo de forma iterativa cada uno de los valores que la conforman. Actualmente, se considera que ningún tipo nativo posee esta capacidad; y solo los tipos definidos por el usuario, que implementan los mecanismos de iteración necesarios, podrían ser empleados en esta clase de sentencias.

4.3.10. Chequeos para Expresiones

En esta sección, presentaremos las verificaciones para las expresiones del lenguaje. Las propiedades a analizar consistirán, en esencia, de los chequeos de tipos para expresiones; por lo que las reglas especificadas posiblemente resulten ser las más naturales de pensar hasta el momento. Adicionalmente también se formalizará el concepto de subtipado, fundamental para la derivación de *juicios de tipado* donde intervienen expresiones de distintos tipos numéricos.

Reglas para Expresiones

La notación utilizada para el análisis de expresiones ya fue introducida en la sección previa, de todas formas, a continuación describiremos su significado formalmente. El siguiente *juicio de tipado* determina que una expresión e de tipo θ es válida, bajo los contextos comprendidos por π_P , en el cuerpo de la función o el procedimiento fp . Notar que la información empleada en este análisis, es idéntica a la utilizada para sentencias.

$$\pi_P \vdash_e^{fp} e : \theta$$

La verificación para las constantes del lenguaje es trivial. Las reglas son directas, ya que no presentan ninguna premisa, y su resultado es esperable. Recordar que cada una de las metavariables especificadas representa un elemento particular cualquiera de la construcción sintáctica a la que se asocia.

Regla para Expresiones 32. Valores Constantes

$$\frac{}{\pi_P \vdash_e^{fp} n : \mathbf{int}} \quad \frac{}{\pi_P \vdash_e^{fp} r : \mathbf{real}}$$

$$\frac{}{\pi_P \vdash_e^{fp} b : \mathbf{bool}} \quad \frac{}{\pi_P \vdash_e^{fp} c : \mathbf{char}}$$

Cuando se utiliza una constante enumerada, es necesario consultar el respectivo contexto de tipos definidos. El resultado del *juicio de tipado*, corresponderá al nombre empleado en la definición de tipo en el que la constante fue declarada.

Regla para Expresiones 33. Constantes Enumeradas

$$\frac{(tn, \{cn_1, \dots, cn_i, \dots, cn_m\}) \in \pi_e}{\pi_e, \pi_s, \pi_t, \pi_{FP}, \pi_V \vdash_e^{fp} cn_i : tn}$$

La verificación de la constante **inf** es inmediata. Se asume que posee tipo numérico entero. Con la introducción de la regla de subtipado, también podrá ser utilizada como un valor numérico real. La constante representa al límite superior o inferior, si se encuentra negada, para los conjuntos numéricos del lenguaje.

Regla para Expresiones 34. Infinito

$$\frac{}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} \mathbf{inf} : \mathbf{int}}$$

La constante **null** tiene tipo polimórfico. Simboliza un puntero que no direcciona a ninguna posición válida de memoria. Debido a esto, la constante puede ser utilizada como un puntero que señala a un tipo particular cualquiera. En la implementación del intérprete, esto implicará el desarrollo de un algoritmo para la inferencia de tipos.

Regla para Expresiones 35. Puntero Nulo

$$\frac{}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} \mathbf{null} : \mathbf{pointer} \theta}$$

Los tamaños dinámicos introducidos en el prototipo de la función o el procedimiento, podrán ser empleados como cualquier otro valor en el respectivo cuerpo. El tipo inferido para estos elementos será siempre entero. Recordar que la sintaxis concreta del lenguaje utiliza el mismo formato para los identificadores de variables y los de tamaños dinámicos.

Regla para Expresiones 36. Tamaños Dinámicos

$$\frac{as \in \pi_{sn}}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{sn}, \pi_v \vdash_e^{fp} as : \mathbf{int}}$$

Para una variable utilizada en el cuerpo de una función o un procedimiento, hay varias reglas distintas para la deducción de su tipo. De acuerdo al entorno en el que fue introducida, se tendrá que emplear una u otra de las siguientes reglas. En el caso de una variable que fue declarada dentro del cuerpo, solo hay que consultar al contexto adecuado.

Regla para Expresiones 37. Variables Declaradas

$$\frac{(x, \theta) \in \pi_v}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{sn}, \pi_v \vdash_e^{fp} x : \theta}$$

Al analizar el cuerpo de una función, con identificador f , puede suceder que nos encontremos con uno de los parámetros definidos en su prototipo. En esta situación, el tipo con el que fue declarado será el tipo inferido por el *juicio de tipado*.

Regla para Expresiones 38. Parámetros de Función

$$\frac{\pi_{\mathbf{FP}}(f) = (\{a_1 : \theta_1, \dots, a_l : \theta_l\}, a_r : \theta_r, cs)}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{\mathbf{V}} \vdash_e^f a_i : \theta_i}$$

Al analizar el cuerpo de un procedimiento, con nombre p , puede ocurrir una situación análoga a la anterior. Si se encuentra al identificador de uno de sus parámetros, el tipo inferido por el *juicio* será el declarado en el respectivo prototipo.

Regla para Expresiones 39. Parámetros de Procedimiento

$$\frac{\pi_{\mathbf{FP}}(p) = (\{oi_1 a_1 : \theta_1, \dots, oi_l a_l : \theta_l\}, cs)}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{\mathbf{V}} \vdash_e^p a_i : \theta_i}$$

Las siguientes reglas nos permitirán chequear la aplicación de los operadores de variables. Comenzando con los punteros, es necesario verificar que la variable ha accedido sea efectivamente uno. El tipo inferido por el *juicio*, será el referido por el puntero. Durante el análisis dinámico del programa, se deberá asegurar que el acceso solo pueda ser efectuado en memoria reservada.

Regla para Expresiones 40. Acceso a Punteros

$$\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} v : \mathbf{pointer} \ \theta}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} \star v : \theta}$$

Para el acceso a tuplas, la regla presenta una complejidad adicional. Es necesario verificar que la variable involucrada sea efectivamente una tupla. Recordar que la única manera de operar con tuplas, es habiendo definido previamente un tipo con esta estructura. En base a los parámetros declarados en la definición del tipo, y los argumentos de tipo que fueron especificados cuando se introdujo la variable, se debe aplicar la correspondiente sustitución al campo solicitado.

Regla para Expresiones 41. Acceso a Tuplas

$$\frac{\pi_e, \pi_s, \pi_t, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{\mathbf{V}} \vdash_e^{fp} v : tn \ \mathbf{of} \ \theta_1, \dots, \theta_l \quad (tn, \{tv_1, \dots, tv_l\}, \{fn_1 : \theta_1^*, \dots, fn_m : \theta_m^*\}) \in \pi_t}{\pi_e, \pi_s, \pi_t, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{\mathbf{V}} \vdash_e^{fp} v.fn_i : \theta_i^* \mid [tv_1 : \theta_1, \dots, tv_l : \theta_l]_{tv}}$$

La regla para el acceso de arreglos, de manera análoga que en las anteriores, debe comprobar que la variable involucrada sea en efecto un arreglo. Adicionalmente, es necesario verificar que todas las expresiones sean de tipo entero, y que su cantidad coincida con las dimensiones que posee la estructura. Notar que no es posible realizar un acceso parcial de un arreglo. Durante el análisis dinámico del programa, se deberá asegurar que el acceso solo pueda ser realizado dentro de los límites válidos de las dimensiones del arreglo.

Regla para Expresiones 42. Acceso a Arreglos

$$\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} v : \mathbf{array} \ as_1, \dots, as_n \ \mathbf{of} \ \theta \quad \pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_i : \mathbf{int}}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} v[e_1, \dots, e_n] : \theta}$$

Definiendo las reglas para los operadores del lenguaje, se puede observar que varios se encuentran sobrecargados. Lo cual significa que el comportamiento de los operadores dependerá del tipo de argumentos que se le aplican. En particular, los operadores numéricos pueden ser utilizados para trabajar con valores enteros y reales. Luego de introducida la regla de subtipado, se podrá notar que las deducciones son aún más flexibles permitiendo operandos de distintos tipos. Por ejemplo, la sumatoria de números enteros con números reales.

Regla para Expresiones 43. Operadores Binarios Numéricos

$$\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_1 : \mathbf{int} \quad \pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_2 : \mathbf{int}}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_1 \oplus e_2 : \mathbf{int}} \quad \frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_1 : \mathbf{real} \quad \pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_2 : \mathbf{real}}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_1 \oplus e_2 : \mathbf{real}}$$

donde $\oplus \in \{+, -, *, /, \%\}$.

Regla para Expresiones 44. Operadores Unarios Numéricos

$$\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e : \mathbf{int}}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} -e : \mathbf{int}} \quad \frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e : \mathbf{real}}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} -e : \mathbf{real}}$$

En el caso de los operadores booleanos, sus reglas resultan ser más básicas. Nos encontramos con una situación donde no se utiliza ninguna especie de polimorfismo, ni subtipado, interesante. Para el análisis de los operadores, solo es necesario verificar que los operandos involucrados tengan el tipo adecuado.

Regla para Expresiones 45. Operadores Binarios Booleanos

$$\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_1 : \mathbf{bool} \quad \pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_2 : \mathbf{bool}}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_1 \oplus e_2 : \mathbf{bool}}$$

donde $\oplus \in \{\&\&, ||\}$.

Regla para Expresiones 46. Operadores Unarios Booleanos

$$\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e : \mathbf{bool}}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} !e : \mathbf{bool}}$$

Los operadores que restan por dotar de reglas son los de igualdad y orden. Sus argumentos tendrán que tener el mismo tipo, y el resultado de su aplicación será un valor booleano. Solo estarán definidos para los tipos que sean instancias de las clases **Eq**, y **Ord** respectivamente. El concepto de instancias de clases ya fue introducido, donde se dio una descripción informal sobre cuales son las condiciones para que un tipo particular satisfaga las clases mencionadas. Considerando esta información, las reglas se detallan a continuación.

Regla para Expresiones 47. Operadores de Igualdad

$$\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_1 : \theta \quad \pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_2 : \theta}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_1 \oplus e_2 : \mathbf{bool}}$$

donde $\oplus \in \{==, !=\}$, y se satisface que el tipo θ es igualable.

Regla para Expresiones 48. Operadores de Orden

$$\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_1 : \theta \quad \pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_2 : \theta}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e_1 \oplus e_2 : \mathbf{bool}}$$

donde $\oplus \in \{<, >, <=, >=\}$, y se satisface que el tipo θ es ordenable.

El análisis de la llamada a una función es el más complejo de todos los especificados, hasta el momento, para las expresiones. Es necesario verificar una serie de propiedades relacionadas con el polimorfismo que admite la función; para las cuales emplearemos los conceptos previos sobre la operación de sustitución, y las instancias de clases del lenguaje. El primero será utilizado para resolver el polimorfismo paramétrico, mientras que el segundo para garantizar el cumplimiento de las restricciones de clases. Claramente existe una analogía con el análisis para la llamada de procedimientos, por lo que no entraremos en demasiados detalles sobre el razonamiento detrás del análisis de la expresión.

La operación de *unificación* intenta demostrar la existencia de las funciones de sustitución necesarias para hacer coincidir los tipos esperados por los parámetros de la función, contra los tipos de los argumentos recibidos en la respectiva llamada. En el caso que se pueda probar su existencia, la aplicación de las funciones mencionadas deberá ser propagada al retorno de la función analizada. De esta manera, reemplazando todas las ocurrencias de las variables de tipo y los tamaños dinámicos, se obtiene el tipo del resultado de la función.

En la llamada de una función es necesario verificar tres propiedades. Por claridad, ciertas premisas de la regla serán especificadas fuera de la misma. Primero, la función debe haber sido definida y la cantidad de argumentos en la llamada tiene que coincidir con el número de parámetros en la declaración. Segundo, es posible unificar los tipos esperados con los tipos actuales de las expresiones, mediante la aplicación de alguna función de sustitución; donde la aplicación debe ser propagada al retorno de la función. Tercero, se satisfacen las restricciones de clases impuestas para las variables de tipo de la declaración. Notar que si la función definida no introduce ningún elemento polimórfico en su prototipo, es decir variables de tipo o tamaños dinámicos, entonces no será necesario probar la existencia de ninguna función de sustitución.

Regla para Expresiones 49. Funciones

$$\frac{(f, \{a_1 : \theta_1^*, \dots, a_n : \theta_n^*\}, a_r : \theta_r^*, cs) \in \pi_f \quad \pi_{\mathbf{T}}, \pi_f, \pi_p, \pi_{\mathbf{V}} \vdash_e^{fp} e_i : \theta_i \quad (\text{Unif.}) \quad (\text{Rest.})}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_f, \pi_p, \pi_{\mathbf{V}} \vdash_e^{fp} f(e_1, \dots, e_n) : \theta_r}$$

Donde existe una sustitución tal que, los tipos de los parámetros esperados se unifican con los tipos de los argumentos recibidos.

$$\exists \delta_{sn} \in \Delta_{sn}, \delta_{tv} \in \Delta_{tv}. (\forall i \in \{1 \dots n\}. \theta_i^* \mid \delta_{sn} \mid \delta_{tv} = \theta_i) \wedge (\theta_r^* \mid \delta_{sn} \mid \delta_{tv} = \theta_r) \quad (\text{Unif.})$$

Si esta sustitución existe, entonces se deben satisfacer todas las restricciones de clase impuestas en el prototipo de la función.

$$\forall (tv : cl_1, \dots, cl_m) \in cs. \delta_{tv}(tv) \text{ satisface las clases } cl_1, \dots, cl_m \quad (\text{Rest.})$$

Ejemplo de Prueba

Continuando con la prueba del fragmento (4.3), realizaremos la demostración de corrección para la llamada del procedimiento *free* presente en el código. Recordar que al encontrarnos en el cuerpo del procedimiento *tail*, contamos con toda la información reunida hasta ese punto. En particular disponemos de la declaración de la *lista abstracta*, la cual comprende los tipos definidos junto con el prototipo de los operadores verificados; y los elementos introducidos en el alcance actual, como los parámetros del procedimiento y las variables declaradas en su cuerpo.

Prueba 8. Demostración de corrección para la llamada de *free*.

$$\frac{(p, \text{pointer node of } T) \in \pi_v}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \emptyset_{sn}, \pi_v \vdash_e^{tail} p : \text{pointer node of } T} \quad (37)$$

$$\frac{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \emptyset_{sn}, \pi_v \vdash_e^{tail} p : \text{pointer node of } T}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \emptyset_{sn}, \pi_v \vdash_s^{tail} \text{free } p} \quad (26)$$

Subtipado

El subtipado es una forma de polimorfismo donde un tipo θ , denominado *subtipo*, está relacionado con otro tipo θ' , denominado *supertipo*, por alguna noción de sustitución [9]. Siendo más precisos, cualquier expresión de tipo θ puede ser utilizada en un contexto en el que se espera una expresión de tipo θ' . En el lenguaje se define una relación de subtipado básica, donde solo se precisa una única regla sobre los tipos numéricos. La regla de subtipado permite utilizar expresiones de tipo entero donde correspondería especificar expresiones de tipo real. Lo cual significa que ciertas secciones de un programa, donde se trabajan con números reales, también podrían hacerlo con números enteros.

Regla para Expresiones 50. Subtipado

$$\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e : \mathbf{int}}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} e : \mathbf{real}}$$

Al introducir esta regla, se puede observar que de alguna manera se flexibiliza el sistema de tipos del lenguaje. Ciertos *juicios de tipado* que no eran posibles derivar con el conjunto de reglas especificadas hasta el momento, ahora podrán ser demostrados como válidos. Incluso existen los medios para que un *juicio* determinado tenga más de una derivación asociada. Esto claramente supondrá una complejidad adicional en el futuro estudio teórico del lenguaje, como la definición de su semántica denotacional. Para dar un ejemplo concreto, notar que para el *juicio* de la expresión $1 + 2$ existen al menos dos derivaciones distintas cuando se espera un valor real. Supongamos que los contextos comprendidos en $\pi_{\mathbf{P}}$ están definidos de forma adecuada.

$$\frac{\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} 1 : \mathbf{int} \quad (32)}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} 1 + 2 : \mathbf{int}} \quad (50)}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} 1 + 2 : \mathbf{real}} \quad (50)$$

$$\frac{\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} 2 : \mathbf{int} \quad (32)}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} 1 + 2 : \mathbf{int}} \quad (43)}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} 1 + 2 : \mathbf{real}} \quad (43)$$

$$\frac{\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} 1 : \mathbf{int} \quad (32)}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} 1 : \mathbf{real}} \quad (50)}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} 1 + 2 : \mathbf{real}} \quad (43)$$

$$\frac{\frac{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} 2 : \mathbf{int} \quad (32)}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} 2 : \mathbf{real}} \quad (50)}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{fp} 1 + 2 : \mathbf{real}} \quad (43)$$

4.3.11. Equivalencia de Tipos

Se puede observar que ciertos tipos de nuestro sistema son equivalentes entre sí, a pesar de utilizar construcciones sintácticas diferentes. Un ejemplo podría ser la declaración de un sinónimo de tipo **syn** $tn = \theta$ por parte del usuario, junto con el tipo especificado en el cuerpo de su definición. Sintácticamente estos dos elementos serán distintos ya que el primero se representará solo con su nombre tn y sus argumentos (si tuviese), mientras que el segundo podrá ser un tipo θ válido cualquiera del lenguaje. De todas maneras es claro que se puede establecer una igualdad semántica entre ambos elementos, y de hecho queremos que esta equivalencia valga.

Reglas para Equivalencia de Tipos

Durante el análisis de un programa si un tipo θ es equivalente a otro tipo θ' , entonces en cualquier contexto en el que se espera una expresión e del primer tipo, se podrá especificar con cierto grado de seguridad una expresión e' del segundo tipo y viceversa. Donde esta facultad no altera ninguna de las propiedades estáticas deseables del programa. El *juicio de tipado* determina que un tipo particular θ es equivalente a otro tipo θ' , bajo el contexto de tipos definidos por el usuario $\pi_{\mathbf{T}}$.

$$\pi_{\mathbf{T}} \vdash_u \theta \sim \theta'$$

El siguiente conjunto de reglas determina que el concepto introducido forma una relación de equivalencia entre los tipos de nuestro lenguaje. La relación binaria \sim satisface las propiedades de reflexividad, simetría, y transitividad.

Regla para Equivalencia de Tipos 51. Reflexividad

$$\frac{}{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_u \theta \sim \theta}$$

Regla para Equivalencia de Tipos 52. Simetría

$$\frac{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_u \theta \sim \theta'}{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_u \theta' \sim \theta}$$

Regla para Equivalencia de Tipos 53. Transitividad

$$\frac{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_u \theta \sim \theta' \quad \pi_{\mathbf{T}} \vdash_u \theta' \sim \theta''}{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_u \theta \sim \theta''}$$

La regla más interesante es la que permite relacionar una equivalencia entre tipos con el *juicio de tipado* de una expresión. Dado el *juicio* para una expresión particular, con el uso de esta regla es posible derivar un nuevo *juicio* para la misma expresión donde se intercambia el tipo original por su tipo equivalente.

Regla para Equivalencia de Tipos 54. Equivalencia

$$\frac{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{\mathbf{V}} \vdash_e^{fp} e : \theta \quad \pi_{\mathbf{T}} \vdash_u \theta \sim \theta'}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{\mathbf{V}} \vdash_e^{fp} e : \theta'}$$

Claramente es necesario definir las reglas de equivalencia restantes para las construcciones sintácticas de tipos del lenguaje. Comenzando con los punteros, la deducción es bastante simple. Si ciertos tipos cualquiera son equivalentes, entonces un puntero que referencia a uno de estos es equivalente a un puntero que señala al otro.

Regla para Equivalencia de Tipos 55. Punteros

$$\frac{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_u \theta \sim \theta'}{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_u \text{pointer } \theta \sim \text{pointer } \theta'}$$

Para los arreglos, se aplica una idea idéntica a la anterior. Si el tipo de valores que almacena un arreglo es equivalente a otro tipo cualquiera, entonces el arreglo es equivalente a otra estructura cuyo tipo interno es este último tipo. Notar que las dimensiones de los arreglos deben coincidir.

Regla para Equivalencia de Tipos 56. Arreglos

$$\frac{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_u \theta \sim \theta'}{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_u \text{array } as_1, \dots, as_n \text{ of } \theta \sim \text{array } as_1, \dots, as_n \text{ of } \theta'}$$

En el caso de los tipos definidos, la idea empleada es análoga a la utilizada en las reglas previas. Si cada uno de los parámetros de tipo es equivalente a cierto tipo particular, entonces el tipo definido es equivalente a su aplicación con los parámetros intercambiados.

Regla para Equivalencia de Tipos 57. Tipos Definidos

$$\frac{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_u \theta_i \sim \theta'_i}{\pi_{\mathbf{T}} \vdash_u tn \text{ of } \theta_1, \dots, \theta_n \sim tn \text{ of } \theta'_1, \dots, \theta'_n}$$

La razón por la cual se formalizó el concepto de equivalencia de tipos, es para las siguientes reglas sobre los sinónimos de tipo del lenguaje. Las cuales permiten intercambiar con libertad el uso de un tipo declarado, con el tipo de su respectiva definición a lo largo de un programa. Para el caso puntual de los sinónimos sin parámetros, la derivación es directa ya que solo es necesario demostrar su existencia en el correspondiente contexto de sinónimos definidos.

Regla para Equivalencia de Tipos 58. Sinónimos sin Argumentos

$$\frac{(tn, \emptyset, \theta) \in \pi_s}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_u tn \sim \theta}$$

En el caso de un sinónimo con parámetros, es necesario realizar una operación adicional. Limitar la verificación a solo chequear que el tipo se encuentre declarado, y que la cantidad de argumentos sea correcta, no es suficiente. Adicionalmente se debe aplicar la sustitución de variables de tipo correspondiente al cuerpo de su definición, de acuerdo a los parámetros declarados junto con los argumentos recibidos, obteniendo de esta manera el tipo al que equivale.

Regla para Equivalencia de Tipos 59. Sinónimos con Argumentos

$$\frac{(tn, \{tv_1, \dots, tv_n\}, \theta) \in \pi_s}{\pi_e, \pi_s, \pi_t \vdash_u tn \text{ of } \theta_1, \dots, \theta_n \sim \theta \mid [tv_1 : \theta_1, \dots, tv_n : \theta_n]_{tv}}$$

Ejemplo de Prueba

Una vez definidas las reglas para probar la equivalencia de tipos, ya estamos en condiciones para demostrar la igualdad entre la *lista* declarada, y el *puntero a nodo* de su definición. Siguiendo en el entorno de análisis del procedimiento *tail*, continuaremos con la prueba del fragmento (4.3). Notar que en el código se combinan expresiones de ambos tipos de forma intercambiable, por lo que la siguiente prueba es fundamental para comprobar la validez de las sentencias del procedimiento que aún restan por verificar.

Prueba 9. Demostración de equivalencia de *lista* y *puntero a nodo*.

$$\frac{\pi_{\mathbf{FP}}(\text{tail}) = (\{\text{in/out } l : \text{list of } T\}, \emptyset)}{\emptyset_e, \pi_s, \pi_t, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{\mathbf{V}} \vdash_e^{\text{tail}} l : \text{list of } T} \quad (39) \quad \frac{(list, \{A\}, \text{pointer node of } A) \in \pi_s}{\emptyset_e, \pi_s, \pi_t \vdash_u list \text{ of } T \sim \text{pointer node of } T} \quad (59)$$

$$\frac{}{\emptyset_e, \pi_s, \pi_t, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{\mathbf{V}} \vdash_e^{\text{tail}} l : \text{pointer node of } T} \quad (54)$$

Utilizando un razonamiento similar al empleado en la prueba anterior, es posible demostrar la validez de la función *isEmpty* especificada en el fragmento de código (4.2). Observar que solo resta por verificar la asignación efectuada en su cuerpo, ya que el análisis del prototipo fue realizado previamente. Su deducción es dejada como ejercicio para el lector.

Continuando con el análisis, al utilizar la prueba de equivalencia, es posible validar la inicialización de la variable dentro del procedimiento. En primera instancia el tipo de la variable *p* es *puntero a nodo*, por lo que difiere del tipo del parámetro *l* el cual es *lista*. Al introducir las reglas sobre equivalencia de tipos, contamos con las herramientas necesarias para demostrar la validez de la asignación en cuestión.

Prueba 10. Demostración de corrección para inicialización de variable.

$$\frac{(p, \theta) \in \pi_v}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \emptyset_{sn}, \pi_v \vdash_e^{\text{tail}} p : \theta} \quad (37) \quad \frac{\text{Prueba 9}}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \emptyset_{sn}, \pi_v \vdash_e^{\text{tail}} l : \theta} \quad (54)$$

$$\frac{}{\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}}, \emptyset_{sn}, \pi_v \vdash_s^{\text{tail}} p := l} \quad (24)$$

donde $\theta = \text{pointer node of } T$

Para finalizar, solo resta probar la sentencia que asigna al sucesor del primer elemento como nuevo primer elemento de la lista. Debido que en esta derivación intervienen varios conceptos, su prueba es separada en dos partes por cuestiones de claridad. La primera involucra los operadores para el acceso de variables, los cuales comprenden al de punteros y al de tuplas. Notar que se aplicó la traducción adecuada al *azúcar sintáctico* empleado en el código. La segunda consiste propiamente de la asignación de las listas involucrados.

Prueba 11. Demostración de corrección para acceso a variable.

$$\frac{\frac{\text{Prueba 9}}{\emptyset_e, \pi_s, \pi_t, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{\mathbf{V}} \vdash_e^{\text{tail}} l : \theta} \quad (54)}{\frac{\emptyset_e, \pi_s, \pi_t, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{\mathbf{V}} \vdash_e^{\text{tail}} \star l : \text{node of } T \quad (40) \quad (\text{node}, \{Z\}, \{\text{elem} : \theta_1, \text{next} : \theta_2\}) \in \pi_t}{\emptyset_e, \pi_s, \pi_t, \pi_{\mathbf{FP}}, \pi_{\mathbf{V}} \vdash_e^{\text{tail}} \star l.\text{next} : \theta} \quad (41)}$$

donde $\theta = \text{pointer node of } T$, y los campos del *nodo* son $\theta_1 = Z$, y $\theta_2 = \text{pointer node of } Z$.

Prueba 12. Demostración de corrección para asignación de *lista*.

$$\frac{\frac{\text{Prueba 9}}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{\text{tail}} l : \theta} \quad (54) \quad \frac{\text{Prueba 11}}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_e^{\text{tail}} \star l.\text{next} : \theta} \quad (41)}{\pi_{\mathbf{P}} \vdash_s^{\text{tail}} l := \star l.\text{next} \quad (24)}$$

donde $\theta = \text{pointer node of } T$

4.3.12. Chequeos para Programas

Finalmente, para concluir con las reglas de derivación para los *juicios de tipado*, solo resta formalizar la regla apropiada para analizar un programa. El análisis puede ser separado en dos clases de tareas distintas. Una donde se verifican las declaraciones de tipo, y otra donde se examinan las funciones y los procedimientos. En el caso hipotético donde se quiera probar la corrección de un programa cerrado, claramente se deberá realizar el análisis sin ninguna clase de información contextual inicial.

Regla para Programas

El *juicio de tipado* determina que un programa particular es válido estáticamente, de acuerdo a los contextos comprendidos por $\pi_{\mathbf{T}}$ y $\pi_{\mathbf{FP}}$. La información contenida en estos contextos no necesariamente debe ser nula. Asumiendo que sus definiciones son correctas, los contextos pueden ser inicializados de manera arbitraria. Donde la noción de corrección estará sujeta a la satisfacción de las propiedades especificadas a lo largo del informe.

$$\pi_{\mathbf{T}}, \pi_{\mathbf{FP}} \vdash_p td_1 \dots td_n \quad fpd_1 \dots fpd_m$$

La regla correspondiente al *juicio* para programas necesita verificar todas las definiciones de tipo, y las declaraciones de funciones y procedimientos, que lo conforman. Notar que los contextos involucrados en el análisis se construyen de manera incremental, lo cual manifiesta la relevancia del orden de especificación para las estructuras que constituyen al programa.

Regla para Programas 60. Programas

$$\frac{\pi_{\mathbf{T}}^{i-1} \vdash_{td} td_i : \pi_{\mathbf{T}}^i \quad \pi_{\mathbf{T}}^n, \pi_{\mathbf{FP}}^{j-1} \vdash_{fp} fpd_j : \pi_{\mathbf{FP}}^j}{\pi_{\mathbf{T}}^0, \pi_{\mathbf{FP}}^0 \vdash_p td_1 \dots td_n \quad fpd_1 \dots fpd_m}$$

donde en un programa cerrado, los contextos iniciales son vacíos $\pi_{\mathbf{T}}^0 = \pi_{\mathbf{FP}}^0 = \emptyset$.

4.4. Predicados

Durante el análisis estático, se verifica una colección de propiedades con la intención de garantizar cierto grado de corrección sobre el programa analizado. Claramente, existen ciertas propiedades deseables que no pueden ser verificadas solo con la aplicación de las reglas para *juicios de tipo*. En la sección actual nos concentraremos en la formalización de las propiedades estáticas que aún restan por definir en el análisis.

Cuando se declara una función o un procedimiento, se definen una serie de parámetros apropiados que cumplirán distintos roles en el correspondiente cuerpo. En el caso de una función, un parámetro podrá ser un argumento o un retorno. En el caso de un procedimiento, un parámetro podrá ser una entrada, una salida, o incluso ambas. Adicionalmente el prototipo también introduce elementos polimórficos, como los tamaños dinámicos, que presentan sus características propias. De acuerdo a los elementos mencionados, será necesario asegurar la correcta lectura y/o escritura de cada uno en base a su naturaleza específica.

En la definición de las propiedades que se pretenden verificar, realizaremos la suposición que el lenguaje utiliza *pasaje por referencia*. En una función, el valor de sus argumentos no debe ser modificado, mientras que es necesario asignar su valor de retorno. En un procedimiento, las entradas de lectura no deben ser escritas, y de manera opuesta, las salidas de escritura no podrán ser leídas. En ambos casos, los tamaños dinámicos deben ser empleados como constantes, y no será posible modificar sus respectivos valores.

4.4.1. Funciones para Variables

Para formalizar de manera precisa las propiedades a verificar mencionadas, es necesario definir una serie de funciones auxiliares adicionales. Su utilidad radicará en que permiten distinguir el uso que se hace de los identificadores de variables en el cuerpo de las funciones, y los procedimientos, analizados. Recordar que las variables, los parámetros, y los tamaños dinámicos, emplean la misma categoría de identificadores en la sintaxis concreta del lenguaje. De manera informal, haremos referencia a todos estos identificadores de la misma forma sin hacer distinciones.

Variables Libres

En el cálculo lambda, se denomina *libre* a toda variable que no se encuentra cuantificada. En nuestro caso, el lenguaje no provee ninguna especie de cuantificación a nivel de expresiones, por lo que toda variable en una expresión es una *variable libre*. En un estudio posterior, para dar semántica a estas construcciones del lenguaje se utilizará el concepto de *estado*; entendido como una función que asigna valores a las variables. La siguiente función calculará el conjunto de *variables libres* que ocurren en una expresión determinada. Notar que es posible aplicar un razonamiento análogo para calcular las ocurrencias *libres* en las sentencias del lenguaje, pero no es necesario para el desarrollo del actual análisis planteado.

$$FV(expression) : \langle expression \rangle \rightarrow \{\langle id \rangle\}$$

El comportamiento de la función es trivial. Toda ocurrencia de una variable, es una ocurrencia *libre*. Se debe propagar la aplicación para las expresiones internas, reuniendo los identificadores de variables encontrados. Notar que ciertos identificadores, como los nombres de funciones y procedimientos, no son considerados por la función. El valor asociado a los identificadores de estas construcciones no depende del *estado* del programa, lo cual implica que no cambia de manera dinámica. Siendo más precisos, su toma de valor es estática de acuerdo a la declaración asociada en el código del programa. El concepto de *entorno* es utilizado en este contexto. Por lo tanto no corresponde considerar estos identificados como ocurrencias *libres*.

$$\begin{aligned}
FV(ct) &= \emptyset \\
FV(f(e_1, \dots, e_n)) &= FV(e_1) \cup \dots \cup FV(e_n) \\
FV(e_1 \oplus e_2) &= FV(e_1) \cup FV(e_2) \\
FV(\ominus e) &= FV(e) \\
FV(x) &= \{x\} \\
FV(v[e_1, \dots, e_n]) &= FV(v) \cup FV(e_1) \cup \dots \cup FV(e_n) \\
FV(v.fn) &= FV(v) \\
FV(\star v) &= FV(v)
\end{aligned}$$

Variables de Escritura

Una variable es considerada de *escritura*, cuando su valor será potencialmente modificado durante la ejecución de una sentencia. La siguiente función calculará el conjunto de *variables de escritura* que ocurren en una expresión o sentencia determinada. Debido que la información sobre las etiquetas de los procedimientos declarados es necesaria para el cómputo de la función, en el último caso se indexa con el contexto correspondiente.

$$WV^{\langle expression \rangle} : \langle expression \rangle \rightarrow \{\langle id \rangle\} \quad WV_{\pi_p}^{\langle sentence \rangle} : \langle sentence \rangle \rightarrow \{\langle id \rangle\}$$

Iniciaremos con la formalización de la función para el caso de las sentencias, ya que resulta ser el más intuitivo. Existen varias sentencias que pueden modificar el estado de una variable. Las cuales comprenden la asignación, los procedimientos *alloc* y *free*, y la llamada de procedimientos declarados por el usuario. Claramente no todas las ocurrencias de una variable serán de *escritura*, por lo que es necesario propagar la aplicación de la función sobre las expresiones especificadas dentro de las sentencias mencionadas. El razonamiento detrás de la definición para la función de expresiones, estará condicionado por esta particularidad. Notar el abuso de notación al aplicar la función a un bloque de sentencias *ss*, en esta situación el conjunto de *variables de escritura* se obtiene al acumular la aplicación sobre cada una de las sentencias que lo conforman. Supongamos que la condición $(p, \{io_1 a_1 : \theta_1, \dots, io_n a_n : \theta_n\}, cs) \in \pi_p$ es válida.

$$\begin{aligned}
WV_{\pi_p}(\text{skip}) &= \emptyset \\
WV_{\pi_p}(v := e) &= WV(v) \\
WV_{\pi_p}(\text{alloc } v) &= WV(v) \\
WV_{\pi_p}(\text{free } v) &= WV(v) \\
WV_{\pi_p}(\text{if } e \text{ then } ss \text{ else } ss') &= WV_{\pi_p}(ss) \cup WV_{\pi_p}(ss') \\
WV_{\pi_p}(\text{while } e \text{ do } ss) &= WV_{\pi_p}(ss) \\
WV_{\pi_p}(\text{for } x := e_1 \text{ to } e_2 \text{ do } ss) &= WV_{\pi_p}(ss) - \{x\} \\
WV_{\pi_p}(\text{for } x := e_1 \text{ downto } e_2 \text{ do } ss) &= WV_{\pi_p}(ss) - \{x\} \\
WV_{\pi_p}(p(e_1, \dots, e_n)) &= \{WV(e_i) \mid io_i = \text{out} \vee io_i = \text{in/out}\}
\end{aligned}$$

Existe una particularidad en la definición de la función para la sentencia *for*. La variable *x* es declarada, inicializada, y modificada, de acuerdo al rango especificado en la sentencia. Puesto que el alcance de la variable solo comprende al cuerpo, carecería de sentido considerar una ocurrencia de *escritura* dentro del cuerpo, como una ocurrencia de *escritura* en la sentencia general.

Debido que la llamada a un procedimiento toma una serie de expresiones como argumentos, es necesario realizar un análisis detallado para el cálculo de las *variables de escritura*. Las etiquetas de *entrada/salida* cumplen un rol fundamental en este aspecto. Las expresiones que correspondan a un parámetro de salida en la definición del procedimiento, serán potencialmente modificadas. En cambio, el resto de los argumentos que correspondan a un parámetro de entrada no serán modificados por la llamada.

Técnicamente ninguna ocurrencia de una variable en una expresión es de *escritura*, ya que su evaluación nunca debería producir efectos secundarios. En virtud que una expresión puede suceder dentro de una sentencia, la cual tiene el potencial de modificar el estado de las variables que ocurren en ella, la función tendrá el siguiente comportamiento. Notar que en soledad la definición no tiene utilidad, solo posee sentido al complementar la función para sentencias.

$$\begin{aligned}
WV(e) &= \emptyset & e \notin \langle variable \rangle \\
WV(x) &= \{x\} \\
WV(v[e_1, \dots, e_n]) &= WV(v) \\
WV(v.fn) &= WV(v) \\
WV(\star v) &= \emptyset
\end{aligned}$$

Es claro que no es posible modificar el valor de una expresión, la cual no representa a una variable, por lo que el comportamiento de la función resulta trivial en este aspecto. Para los operadores de variables, en el acceso de arreglos o tuplas, se debe propagar la función hasta obtener el identificador de la variable inicial. En el caso de los punteros, hay un detalle particular que es importante aclarar sobre el *aliasing*.

El *aliasing* es una situación que ocurre cuando la misma posición de memoria se puede acceder utilizando distintos identificadores. En nuestro caso, se da cuando hay más de un puntero diferente que referencia a la misma estructura en memoria. Debido a esta situación, resulta complejo poder analizar estáticamente cuando el elemento referido por un puntero es modificado. En consecuencia, la tarea de asegurar la correcta modificación de posiciones de memoria reservadas por el usuario, es relegada al análisis dinámico. Por lo tanto, es posible que de acuerdo a las verificaciones estáticas especificadas en la sección, sea necesario diseñar chequeos análogos para efectuar durante la ejecución del programa. Puntualmente, evitar la modificación de la memoria reservada para punteros, pasados como argumentos de funciones o entradas de procedimientos.

Variables de Lectura

Una variable es considerada de *lectura*, cuando su valor posiblemente sea utilizado en la evaluación de una expresión durante la ejecución de una sentencia. La siguiente función calculará el conjunto de *variables de lectura* que ocurren en una expresión o sentencia determinada. Debido que la información sobre las etiquetas de los procedimientos declarados es necesaria para el cómputo de la función, en el último caso se indexa con el contexto correspondiente.

$$RV^{\langle expression \rangle} : \langle expression \rangle \rightarrow \{\langle id \rangle\} \quad RV_{\pi_p}^{\langle sentence \rangle} : \langle sentence \rangle \rightarrow \{\langle id \rangle\}$$

Es conveniente aclarar que el conjunto de *variables de lectura* de una sentencia, no necesariamente será disjunto al correspondiente conjunto de *variables de escritura*. Un ejemplo concreto podría ser la asignación de una variable $x := x$, donde la primer ocurrencia es de *escritura* y la segunda ocurrencia es de *lectura*. Incluso puede suceder que en una expresión, distintas ocurrencias de una misma variable cumplan diferentes roles. De todas maneras, es posible reconocer fácilmente que existe una analogía entre ambas funciones.

Comenzaremos con la formalización de la función para el caso de las sentencias, ya que resulta ser el más intuitivo. Recordar que las sentencias que pueden modificar el estado de una variable comprenden la asignación, los procedimientos *alloc* y *free*, y los procedimientos declarados por el usuario. Resulta claro que incluso en estas situaciones, ciertas ocurrencias de variables podrán ser de *lectura*. El razonamiento detrás de la definición para la función de expresiones, estará condicionado por esta particularidad. En cambio para el resto de las sentencias, las ocurrencias de variables solo serán de *lectura*; donde la función para *variables libres* de expresiones es fundamental en este contexto. Nuevamente notar el abuso de notación cuando se aplica la función a un bloque de sentencias *ss*, en esta situación se procede de manera análoga al caso anterior. Supongamos que la condición $(p, \{io_1 a_1 : \theta_1, \dots, io_n a_n : \theta_n\}, cs) \in \pi_p$ es válida.

$$\begin{aligned}
RV_{\pi_p}(\mathbf{skip}) &= \emptyset \\
RV_{\pi_p}(v := e) &= RV(v) \cup FV(e) \\
RV_{\pi_p}(\mathbf{alloc } v) &= RV(v) \\
RV_{\pi_p}(\mathbf{free } v) &= RV(v) \\
RV_{\pi_p}(\mathbf{if } e \mathbf{ then } ss \mathbf{ else } ss') &= FV(e) \cup RV_{\pi_p}(ss) \cup RV_{\pi_p}(ss') \\
RV_{\pi_p}(\mathbf{while } e \mathbf{ do } ss) &= FV(e) \cup RV_{\pi_p}(ss) \\
RV_{\pi_p}(\mathbf{for } x := e_1 \mathbf{ to } e_2 \mathbf{ do } ss) &= FV(e_1) \cup FV(e_2) \cup (RV_{\pi_p}(ss) - \{x\}) \\
RV_{\pi_p}(\mathbf{for } x := e_1 \mathbf{ downto } e_2 \mathbf{ do } ss) &= FV(e_1) \cup FV(e_2) \cup (RV_{\pi_p}(ss) - \{x\}) \\
RV_{\pi_p}(p(e_1, \dots, e_n)) &= \{FV(e_i) \mid io_i = \mathbf{in} \vee io_i = \mathbf{in/out}\} \cup \dots \\
&\quad \dots \cup \{RV(e_i) \mid io_i = \mathbf{out}\}
\end{aligned}$$

Nuevamente, la definición de la función para la sentencia *for* presenta una particularidad. Recordar que la variable *x* introducida por la sentencia, es fresca en el alcance actual. Además su alcance efectivo solo comprende al bloque de sentencias *ss*. La derivación de los *juicios de tipado* sobre la sentencia garantizan estas propiedades. Por lo tanto, resulta razonable que las ocurrencias de *lectura* dentro del cuerpo, no sean consideradas en la sentencia general.

De forma similar a la función anterior, la llamada a un procedimiento requiere de un análisis detallado para efectuar el cálculo de las *variables de lectura*. Si una expresión corresponde a un parámetro de entrada, entonces todas las ocurrencias de variables serán de *lectura*. En cambio, cuando una expresión coincide con un parámetro de salida, será necesario realizar un análisis meticuloso para determinar cual es el uso que se hace de las distintas ocurrencias de variables dentro de la expresión.

Claramente toda ocurrencia de variable en una expresión es de *lectura*, ya que su valor será potencialmente utilizado en la evaluación de la misma. A causa que una expresión puede suceder dentro de una sentencia, la cual posee el potencial de modificar el estado de las variables que ocurren en ella, la función presenta ciertas particularidades que pueden resultar contra intuitivas. Notar que en soledad la definición carece de sentido, y solo tomará significado al completar la función para sentencias. Es posible pensar a la función para *variables de lectura*, como opuesta a la función para *variables de escritura*.

$$\begin{aligned}
RV(e) &= FV(e) & e \notin \langle variable \rangle \\
RV(x) &= \emptyset \\
RV(v[e_1, \dots, e_n]) &= RV(v) \cup FV(e_1) \cup \dots \cup FV(e_n) \\
RV(v.fn) &= RV(v) \\
RV(\star v) &= FV(v)
\end{aligned}$$

Cuando no representa a una variable, una expresión solo podrá ser evaluada lo cual implica que todas sus ocurrencias de variables serán de *lectura*. Para los operadores de variables, solamente se consideran a las expresiones empleadas para acceder a los diferentes elementos que componen a la estructura de la variable. En el caso de los punteros, todas las variables que intervienen en el acceso a memoria son consideradas de *lectura*. Recordar que a causa del problema del *aliasing*, la verificación del uso apropiado de la memoria es delegada al análisis dinámico.

4.4.2. Predicados sobre Funciones y Procedimientos

Se determina que un programa es válido estáticamente cuando existe una derivación para su *juicio de tipado*, y se satisfacen los predicados sobre lectura/escritura de variables para todas las declaraciones de funciones y procedimientos que lo conforman. En la formalización, haremos uso de los últimos conceptos definidos. Notar que los contextos que intervienen en los predicados son contruidos durante la derivación del *juicio de tipado* correspondiente a la construcción analizada.

Vamos a extender las funciones previamente definidas para que puedan ser aplicadas al cuerpo de una función o de un procedimiento. De esta manera se logra flexibilizar la notación, lo cual facilitará la lectura de los predicados. La aplicación de las funciones debe ser propagada solamente a las sentencias que conforman al cuerpo, acumulando los resultados obtenidos.

$$\begin{aligned} WV_{\pi_p}(vd_1 \dots vd_n \ s_1 \dots s_m) &= WV_{\pi_p}(s_1) \cup \dots \cup WV_{\pi_p}(s_m) \\ RV_{\pi_p}(vd_1 \dots vd_n \ s_1 \dots s_m) &= RV_{\pi_p}(s_1) \cup \dots \cup RV(s_m) \end{aligned}$$

Predicados para Funciones

Supongamos que nos encontramos analizando una función con la siguiente forma.

fun $f(a_1 : \theta_1, \dots, a_l : \theta_l)$ **ret** $a_r : \theta_r$ **where** cs **in** $body$

Puesto que una función devuelve un valor, no sería posible retornar algún resultado luego de la ejecución, si el mismo no fuese asignado. La variable de retorno a_r debe ser modificada por las sentencias de la función. Hay que tener en cuenta que estáticamente no es posible verificar si todas las posiciones de memoria alcanzables por la variable fueron debidamente inicializadas en el cuerpo. Lo cual implica que la verificación no es completa, en el sentido que podría ser satisfecha y de todas maneras el retorno no ser asignado. Durante la ejecución del programa, una verificación dinámica podría encargarse de garantizar la completa asignación de la variable.

Predicado sobre Lectura/Escritura 1. Retorno de Función

$$a_r \in WV_{\pi_p}(body)$$

Una función no debería producir efectos secundarios en el contexto donde fue invocada. Siendo más precisos, es necesario verificar que ninguno de los argumentos a_i sea modificado por las sentencias que conforman su cuerpo. Si el lenguaje utilizara *pasaje por valor*, el predicado podría ser omitido debido que la función solo recibiría una copia del valor de sus argumentos.

Predicado sobre Lectura/Escritura 2. Argumento de Función

$$\{a_1, \dots, a_l\} \cap WV_{\pi_p}(body) = \emptyset$$

Predicados para Procedimientos

Supongamos que nos encontramos analizando un procedimiento con la siguiente forma.

proc p (io_1 $a_1 : \theta_1, \dots, io_l$ $a_l : \theta_l$) **where** cs **in** $body$

Es necesario asegurar el correcto uso de los parámetros del procedimiento, de acuerdo a la etiqueta de *entrada/salida* con la que fueron especificados. Un parámetro definido como **in**, solo podrá ser utilizado como una variable de lectura. Un parámetro definido como **out**, solo podrá ser utilizado como una variable de escritura. En ambos casos, para evitar comportamientos inesperados durante la ejecución del programa, es preciso prevenir cualquier uso contrario al contemplado por la respectiva etiqueta. Del otro lado, un parámetro declarado como **in/out**, podrá ser utilizado como una variable que cumple ambos roles; donde en esta última situación, no es necesario realizar ninguna verificación al respecto.

Predicado sobre Lectura/Escritura 3. Entrada de Procedimiento

$$\{a_i \mid io_i = \mathbf{in}\} \cap WV_{\pi_p}(body) = \emptyset$$

Predicado sobre Lectura/Escritura 4. Salida de Procedimiento

$$\{a_i \mid io_i = \mathbf{out}\} \cap RV_{\pi_p}(body) = \emptyset$$

Predicados para Tamaños Dinámicos

Supongamos que nos encontramos analizando una función o un procedimiento con alguna de las formas previas; donde el conjunto de tamaños dinámicos introducidos en el respectivo prototipo se define de la manera habitual.

$$\pi_{sn} = DAS(\theta_1) \cup \dots \cup DAS(\theta_l)$$

El tamaño de un arreglo es constante, lo cual implica que su valor no cambiará durante la ejecución de un programa. En el caso particular de un tamaño dinámico, su valor es desconocido hasta que comienza la ejecución, momento donde queda determinado de manera única y definitiva. Recordar que las variables, los parámetros de funciones y procedimientos, y los tamaños dinámicos, emplean la misma clase de identificadores; por lo cual, en cualquier sitio donde se espera alguno de estos elementos sintácticos, es posible especificar a cualquier otro. En consecuencia, es necesario evitar la modificación de los tamaños dinámicos de arreglos durante la ejecución de la función o el procedimiento.

Predicado sobre Lectura/Escritura 5. Tamaño Dinámico

$$\pi_{sn} \cap WV_{\pi_p}(body) = \emptyset$$

Ejemplo de Predicado

Los predicados formalizados pueden ser aplicados a las funciones y los procedimientos que fueron especificados a lo largo del capítulo. Claramente todas estas construcciones satisfacen las propiedades requeridas, por lo que para ilustrar los conceptos introducidos, nos limitaremos a calcular los conjuntos de *variables de lectura* y *variables de escritura* de cada una. La demostración formal sobre la satisfacción de los predicados, es dejada como ejercicio al lector. Para facilitar la comprensión de los ejemplos, utilizaremos la notación $body_{fp}$ para representar al cuerpo de la función o el procedimiento en cuestión.

Comenzando con el algoritmo de ordenación, observar que el arreglo a ordenar a es empleado como una variable de *lectura* y *escritura* por ambos procedimientos. En el fragmento (4.4), se emplean los parámetros de entrada i y j de manera apropiada, y el tamaño dinámico m no es utilizado en el respectivo cuerpo. En el código (4.5), ninguna de las variables declaradas por las sentencias *for* es considerada en los conjuntos obtenidos, y el tamaño dinámico n es utilizado como constante.

$$\begin{aligned} WV_{\pi_p}(body_{swap}) &= \{temp, a\} & WV_{\pi_p}(body_{selectionSort}) &= \{minP, a\} \\ RV_{\pi_p}(body_{swap}) &= \{temp, a, i, j\} & RV_{\pi_p}(body_{selectionSort}) &= \{minP, a, n\} \end{aligned}$$

Pasando a las operaciones sobre *listas abstractas*, el análisis es directo. En el fragmento (4.2), el retorno b es una variable de *escritura*, mientras que el argumento l es una variable de *lectura*. En el código (4.3), el parámetro l cumple ambos roles, y se puede notar que la variable p declarada en el cuerpo solo es utilizada para su inicialización y subsiguiente liberación.

$$\begin{aligned} WV_{\pi_p}(body_{isEmpty}) &= \{b\} & WV_{\pi_p}(body_{tail}) &= \{l, p\} \\ RV_{\pi_p}(body_{isEmpty}) &= \{l\} & RV_{\pi_p}(body_{tail}) &= \{l\} \end{aligned}$$

Capítulo 5

Conclusión

En este trabajo de tesis hemos presentado un nuevo lenguaje, $\Delta\Delta$ Lang. Se han descrito las motivaciones principales que justificaron su creación, y se hizo mención de los elementos más relevantes que lo definen. Junto a esto, con una serie de ejemplos sobre casos de uso y explicaciones informales, se han expuesto las diversas construcciones que ofrece el lenguaje. Desde un punto de vista teórico, las contribuciones de la tesis se pueden resumir en:

- La especificación de un lenguaje de programación que podrá ser utilizado para la formación de estudiantes en la carrera.
- La definición de su sintaxis, abstracta y concreta, lo cual permite su aplicación durante el desarrollo de la asignatura.
- La formulación de los chequeos estáticos, que determinan cuando un programa está bien formado antes de su ejecución.

Sumado a lo anterior, hemos realizado la primer iteración en el desarrollo para el respectivo intérprete del lenguaje. Utilizando la formalización previa como base, se ha implementado la etapa de *análisis* de nuestro programa. Desde un punto de vista práctico, algunas de las contribuciones de este trabajo son:

- La implementación de las fases de *análisis léxico* y *análisis sintáctico*, las cuales fueron desarrolladas junto al parser del intérprete.
- La implementación de la fase de *análisis semántico*, que comprende las verificaciones estáticas que realiza el intérprete previa la ejecución de un programa.

5.1. Trabajos Futuros

El diseño del intérprete aún está lejos de estar terminado. Este trabajo solo comprendió la primer etapa de desarrollo del mismo, y sentó las bases para su implementación. Por lo tanto, a continuación describiremos distintas tareas para realizar a futuro, con el fin de cumplir nuestro objetivo. Algunas estarán destinadas a completar la especificación restante del intérprete, siguiendo con las fases posteriores necesarias para su definición. Mientras, otras podrán ser realizadas con la finalidad de mejorar y expandir las funcionalidades actuales de nuestro programa.

5.1.1. Continuando el Desarrollo

Hasta ahora, solo hemos trabajado en la etapa de *análisis* del intérprete. Partiendo de un archivo de texto, somos capaces de obtener la estructura sintáctica de un programa, y verificar de forma *estática* las distintas propiedades semánticas requeridas por el lenguaje. Pero ahora debemos pasar a una nueva etapa, la fase de *síntesis*. Utilizando la representación intermedia obtenida previamente, queremos tener la capacidad de realizar una ejecución del código provisto, y durante la misma, también poder validar de forma *dinámica* ciertas condiciones necesarias para asegurar el correcto funcionamiento del programa. Sumado a todo esto, es indispensable diseñar un medio de interacción para que el programador pueda comunicarse con nuestro intérprete. El desarrollo de una *interfaz de usuario* es otro aspecto fundamental para la implementación del programa, y su posterior aplicación en el dictado de la asignatura.

Síntesis

La etapa de *síntesis* comprende todos los aspectos *dinámicos* sobre la interpretación de un programa. Comenzando con el *árbol de sintaxis abstracta* obtenido durante el *análisis* del código, debemos simular la ejecución del programa en base a los datos de entrada provistos por el usuario. Para poder realizar esta acción, necesitaremos definir formalmente la semántica *small step* del lenguaje; la cual facilitará los medios necesarios para examinar detalles particulares sobre el orden de evaluación de las distintas construcciones especificadas en el código. Esto nos permitirá efectuar una por una las instrucciones del programa, al mismo tiempo que se exhiben los estados intermedios obtenidos durante su computación.

Sumado a lo anterior, durante la ejecución del código, es necesario llevar a cabo la validación *dinámica* del mismo. Debido que la totalidad de errores de un programa no puede ser detectada de forma *estática*, hay ciertas verificaciones que son realizadas durante esta etapa. Las mismas consistirán en su mayoría de asegurar el uso adecuado de memoria por parte del usuario. Ya sea para liberar o reservar memoria mediante el empleo de punteros, o incluso el acceso a ciertas ubicaciones de memoria representadas por variables, es fundamental asegurar que la ejecución del programa se pueda realizar de forma consistente, y que no se presenten comportamientos inesperados durante la misma.

Interfaz de Usuario

Uno de los motivos por el que se inició el desarrollo del intérprete, fue para facilitar el estudio de los contenidos presentados en la materia *Algoritmos y Estructura de Datos II*. Debido que los usuarios finales de nuestro programa serán, en su mayoría, estudiantes que se están introduciendo en el ámbito de la implementación de algoritmos, es importante proveer una *interfaz de usuario* intuitiva y amigable para el uso del intérprete. Actualmente, no hay ningún aspecto completamente definido sobre el futuro diseño de la interfaz, sino más bien, se están valorando distintas alternativas y funcionalidades particulares para su próxima implementación.

En la versión presente del intérprete, solo se cuenta con una interfaz básica por línea de comando, la cual se asemeja más a una herramienta para la verificación del código implementado del programa que a un mecanismo para interactuar propiamente con el intérprete. Una de las opciones consideradas, es la creación de una interfaz gráfica de usuario la cual permita observar la evolución del estado de las variables del programa a medida que se avanza en su ejecución. También se analiza la posibilidad de utilizar una codificación de colores para resaltar los errores encontrados durante la interpretación del código. Obviamente, se proveería un editor de texto dentro del programa para facilitar esta característica. Incluso se discutió adicionar soporte web a la herramienta, lo que permitiría utilizar el intérprete desde el navegador.

5.1.2. Generación de Múltiples Errores

Uno de los aspectos que se puede mejorar del intérprete, es la generación de múltiples errores tanto en la etapa de *análisis sintáctico* como en la de *análisis semántico*. Actualmente, cuando se encuentra un error durante el parsing o la verificación de un programa se aborta por completo el análisis del mismo, generando un mensaje de error informativo sobre la causa de la falla. Una característica deseable en el intérprete, es poder capturar la mayor cantidad posible de errores encontrados en una determinada etapa, antes de fallar, y generar todos los mensajes necesarios correspondientes. Esto obviamente beneficiaría al usuario, ya que se tendría que dedicar menor tiempo a la corrección de errores, agilizando efectivamente el uso de la herramienta, y podría destinar mayor atención al diseño de algoritmos.

Análisis Sintáctico

La librería *Megaparsec* ofrece un mecanismo para señalar múltiples errores en una sola corrida del parser. Un requisito para poder utilizar esta funcionalidad, es que debe ser posible omitir una sección problemática de la entrada (donde comúnmente se generaría un error de parsing) y resumir el análisis en una posición que se considere estable. Esto se consigue con el uso de la primitiva `withRecovery`.

Si quisiéramos aprovechar esta funcionalidad, deberíamos adaptar nuestro parser. Debido que identificar cual puede ser un buen punto de recuperación es una tarea compleja, es necesario realizar algunas modificaciones al intérprete para poder facilitar la misma. Un cambio conveniente posible, sería utilizar el punto y coma (;) para separar la secuencia de instrucciones del lenguaje. De esta forma, al fallar el parser se podrían consumir *tokens* hasta encontrar este delimitador, punto donde se puede recuperar y continuar el análisis normal del programa.

Análisis Semántico

Una posibilidad para la generación de múltiples errores en esta etapa, está descrita en el artículo que se empleó como guía para el diseño de los chequeos estáticos del intérprete [7]. Esta opción consiste en la implementación de un combinador, que es invocado cada vez que se deben verificar una serie de elementos sintácticos. La idea es que se puedan combinar la lista de chequeos a realizar y, si todos tienen éxito, se devuelven sus resultados correspondientes. En caso contrario, se deberán acumular la totalidad de los errores producidos, y luego generar los mensajes informativos adecuados. Esta técnica *ad hoc*, resulta ser la más simple, y requiere pocas modificaciones del código actual. De todas formas, no aprovecha al máximo la estructura en la que se organiza un programa, y puede no ser trivial cuando se debe aplicar el combinador, y cuando no. Esto se debe que muchas veces la corrección semántica de cierta construcción, depende de la validez de los elementos previos a los que la misma hace referencia.

Otra opción, es rediseñar los chequeos estáticos actuales para realizar más de una recorrida al *árbol de sintaxis abstracta*. La idea es que en una primera pasada, se puedan analizar todos los prototipos de las definiciones de tipo, y las declaraciones de funciones y procedimientos del programa. Una vez finalizado este análisis, se deberá realizar una segunda pasada donde esta vez se deberán verificar los cuerpos de las construcciones anteriormente mencionadas. De esta manera, se pueden acumular la totalidad de errores encontrados en una de estas fases, antes de abortar el análisis del programa con un mensaje de error. Comparada con la técnica anterior, la opción actual resulta mucha más compleja y necesita modificar gran parte de la implementación. A pesar de esto, la misma aprovecha la idea que los prototipos son válidos de forma mutuamente independiente entre ellos, al igual que como ocurre con sus respectivos cuerpos. Otra ventaja de la técnica actual sobre la opción anterior, es que la misma permitiría invocar funciones y

procedimientos sin importar el lugar espacial donde hayan sido declaradas. Incluso se admitiría la posibilidad de definir de forma mutua las construcciones previamente mencionadas.

5.1.3. Funcionalidades Adicionales

Existen una serie de funcionalidades que fueron consideradas a lo largo del desarrollo de este trabajo, pero que no llegaron a ser incluidas en esta primera versión del intérprete. Las mismas fueron relegadas por diversos motivos. Algunas debieron ser omitidas por falta de tiempo, otras a causa de no poder llegar a un consenso en su diseño, e incluso algunas por las dificultades encontradas durante su implementación. A continuación daremos una breve descripción de cada una de estas, junto con sugerencias para facilitar su futura incorporación al intérprete.

Soporte para Múltiples Módulos

Nuestro intérprete solo permite definir programas en un único archivo. Esto puede no ser un limitante en el poder expresivo del lenguaje, pero si resulta un inconveniente para su incorporación en el dictado de la materia. Debido que durante la asignatura se hace hincapié en la importancia de la separación de los módulos para la especificación de *tipos abstracto de datos*, y los correspondientes a su implementación, es fundamental que el lenguaje provea las herramientas necesarias para mantener esa abstracción mediante el encapsulamiento de las construcciones involucradas.

Para incorporar esta funcionalidad, se deberá determinar la sintaxis adecuada para poder importar y exportar tipos, funciones, y procedimientos definidos dentro de un determinado módulo. Sumado a esto, se tendrán que adaptar los chequeos semánticos para soportar estas nuevas situaciones. En particular, los sinónimos de tipos actualmente son interpretados como una definición transparente, similar a como lo hace *Haskell* cuando se declaran con `type`. Idealmente, quisiéramos que su definición se vuelva opaca fuera del módulo en el que fueron declarados, o incluso, reproducir un comportamiento parecido a `newtype` en *Haskell*; lo cual también permitiría declarar nuevas instancias de clase para el tipo aludido. Adicionalmente, se deberá adaptar la información de posición `Info` para almacenar además, el nombre del archivo `File` correspondiente a la ocurrencia del elemento sintáctico analizado.

Coersiones y Subtipado

En el lenguaje, hay dos tipos numéricos; los valores enteros y los valores reales. En ambos casos, se encuentra definido un listado de operadores sobrecargados que pueden ser utilizados para trabajar con cualquiera de los valores previos. Una restricción de la implementación actual, es que ambos tipos son percibidos como valores completamente diferentes. Esto significa, por ejemplo, que la operación de sumar enteros con reales es detectada como un error de tipos. Al mismo tiempo, la constante `inf` es interpretada como un valor entero, al igual como sucede con los tamaños polimórficos. Esto imposibilita especificar ciertos algoritmos donde deseamos realizar operaciones donde se combinan ambos tipos de valores numéricos, como es el caso de querer calcular el promedio de un arreglo de números reales, el cual posee tamaño variable. El código presentado (5.1) ilustra esta situación mencionada. Notar que al analizar la última instrucción de la función, el intérprete fallará debido a un error de tipos producido por la división de un número real por uno de tipo entero.

Para flexibilizar el intérprete, podríamos implementar una *coersión* implícita que convierta un número de tipo entero, a otro equivalente de tipo real, si fuese necesario. De esta forma, obtendríamos la capacidad de emplear valores enteros en contextos donde se esperan números reales, como es el caso del ejemplo previo, donde deseamos dividir la sumatoria de valores en un

arreglo de reales por su tamaño entero. Otras situaciones que también se permitirían, comprenden la asignación de enteros a variables reales, o la llamada de funciones con parámetros del primer tipo cuando se esperaban del segundo. Incluso podríamos ir un paso más adelante, y declarar a los números enteros como un *subtipo* de los valores reales. Esto implicaría una modificación estructural del actual sistema de tipos, donde deberíamos permitir situaciones más complejas que las contempladas anteriormente, como puede ser la de manipular un arreglo de enteros como si fuese un arreglo de reales. La propiedad aún debe ser discutida y evaluada, ya que es necesario determinar su verdadera utilidad para el dictado de la materia.

```

1 fun promedioReal ( a : array [n] of real ) ret promedio : real
2   var sumatoria : real
3   sumatoria := 0
4   for i := 1 to n do
5     sumatoria := a[i] + sumatoria
6   od
7   promedio := sumatoria / n { Error de Tipos }
8 end fun

```

Listing 5.1: Promedio en Arreglo de Reales

Estructuras Iterables

Durante el desarrollo del intérprete, se analizó la posibilidad de incluir la clase **Iter** para caracterizar a todas las construcciones que posean la capacidad de ser iteradas. Ejemplos de la misma, podrían ser los arreglos y las listas. El primero formaría parte de esta clase de manera predefinida, mientras que el segundo necesita de su respectiva implementación. Estas estructuras representan una serie de elementos con algún orden determinado. Una vez que el usuario define la instancia correspondiente a esta clase, para un tipo en particular, se podrán utilizar valores del mismo dentro de la instrucción **for** x **in** e **do** $s_1 \dots s_m$, lo cual permitiría recorrer estas construcciones, e ir obteniendo uno por uno todos los elementos que las conforman. Un ejemplo posible se ilustra en el fragmento (5.2), donde se calcula la sumatoria de elementos de un arreglo.

```

1 fun sumatoriaIter ( a : array [n] of int ) ret sumatoria : int
2   sumatoria := 0
3   for i in a do
4     sumatoria := i + sumatoria
5   od
6 end fun

```

Listing 5.2: Sumatoria de Arreglo Iterable

Se estudiaron los mecanismos que lenguajes como *Python* y *Java* emplean para crear objetos iterables. En base a esto, se discutieron distintas maneras para declarar instancias de la clase en nuestro lenguaje. Una alternativa considerada, consistía en definir tres métodos para la estructura iterable. El primero, inicializaba un cursor para referenciar al primer elemento de la construcción. El segundo, verificaba si existía un sucesor en base al puntero actual. Y finalmente, el tercero obtenía el siguiente elemento, desplazando el cursor hacia adelante. Debido que la declaración de estructuras iterables no se adecuaba a la manera utilizada para definir instancias en el lenguaje, se decidió aplazar el diseño de esta funcionalidad para la siguiente etapa de desarrollo del intérprete.

Clases e Instancias

Actualmente, en $\Delta\Delta$ Lang solo hay definidas dos clases, **Eq** y **Ord**. Las mismas representan a los tipos que permiten comparaciones entre sus valores, ya sea en base a su igualdad en el caso de la primera, o según su orden para la segunda. Hay una posibilidad que en un futuro resulte útil añadir nuevas clases al lenguaje. Para lograr esta tarea, solo habría que agregar los operadores, funciones y/o procedimientos correspondientes a la clase que se quiere incorporar, junto con la adición de los chequeos adecuados para los mismos. Sobre esta característica, una opción posible sería añadir la clase **Enum**. La cual se emplearía para representar a todos los tipos que pueden ser enumerados desde su primer valor hasta el último. Incluso, otra alternativa sería adicionar la clase **Num**. Para representar a cualquier conjunto de valores que admita las operaciones de suma, resta, multiplicación, y demás; se utilizaría esta última clase.

```

1 type nodo = tuple
2     valor : int,
3     sucesor : pointer of nodo
4 end tuple
5
6 inst Eq ( n1, n2 : nodo ) ret igual : bool
7     igual := n1.valor == n2.valor && n1.sucesor == n2.sucesor
8 end inst
9
10 end type

```

Listing 5.3: Declaración de Instancia para Nodo

Sobre como declarar una instancia para una clase determinada, en el lenguaje solo se ha definido una sintaxis provisoria en este aspecto. En el fragmento (5.3) se ilustra un ejemplo particular, en el cual se especifica la operación de igualdad para el tipo *nodo*. Inicialmente al limitarnos a solo dos clases, que caracterizan propiedades similares, la verificación de sus instancias se simplifica. A continuación, describimos informalmente las validaciones que se deberían efectuar para asegurar que una definición de instancia es correcta.

1. Para todo tipo definido, existe una única instancia para una determinada clase. Similar a *Haskell*, se pueden emplear tipos concretos, o agregar restricciones de clase a las variables de tipo, en las declaraciones de instancias para tipos parametrizados.
2. Las instancias solo pueden tomar dos argumentos, y deben ser del mismo tipo. En particular, la definición del tipo y sus declaraciones de instancias deben ir juntas. Esta verificación es propia de las únicas dos clases del lenguaje.
3. El retorno de una instancia debe ser un valor booleano. Esta propiedad, al igual que la anterior, es específica de las clases mencionadas previamente.
4. El cuerpo de la declaración de instancias deberá cumplir las mismas verificaciones que satisface el cuerpo de una función. Esto se debería mantener incluso para las validaciones realizadas durante el tiempo de ejecución.

Un último detalle importante a mencionar, es que la declaración de instancias se permite solamente para las estructuras de tipo tupla. Esto es debido que un tipo enumerado satisface ambas clases de forma natural. Mientras que un sinónimo de tipo, hereda todas las clases que implementa el tipo de su definición. Si en un futuro se adoptará otro juicio, la modificación de la implementación actual es sencilla.

Inferencia de Tipos

El sistema de tipos que se encuentra actualmente implementado en el intérprete, puede resultar básico a la hora de resolver ciertas cuestiones. Debido a esto, se presentan algunas limitaciones cuando se utiliza el mismo. Un ejemplo particular, es la llamada de funciones y procedimientos con la constante **null**, la cual simboliza un puntero vacío. Supongamos que hemos declarado una función como en el código (5.4); la cual obtiene el elemento señalado por un puntero si el mismo no es nulo, o devuelve su segundo argumento en caso contrario. Si quisiéramos invocar a la misma con la llamada `accesoPuntero(null,5)`, entonces se generaría un error en la etapa de *análisis semántico* del intérprete, debido a la imposibilidad de chequear los tipos involucrados. Esto es debido que la constante **null** tiene tipo polimórfico, lo que significa que puede ser utilizada como un puntero a un entero, como también un puntero a un arreglo, o alguna otra estructura diferente. Esta característica permite un sistema de tipos más flexible, lo que facilita el uso del intérprete; pero al mismo tiempo, imposibilita el chequeo de tipos cuando el *algoritmo de unificación* necesita de información adicional para inferir un tipo particular en la llamada de una función o procedimiento.

```

1 fun accesoPuntero ( p : pointer of T, t : T) ret valor : T
2   if p == null then
3     valor := t
4   else
5     valor := #p
6   fi
7 end fun

```

Listing 5.4: Ejemplo para Inferencia de Tipos

Debido a esta constante, es necesario adaptar nuestro sistema de tipos para poder contemplar esta clase de situaciones. En otros contextos donde se puede emplear el valor **null**, el algoritmo de *type check* es capaz de resolver esta particularidad mediante el uso de técnicas *ad hoc*. El conflicto sucede cuando es necesario realizar algún tipo de inferencia para esta constante polimórfica, combinada con el polimorfismo paramétrico que admite una función o un procedimiento, lo que nos fuerza a requerir una mayor cantidad de información contextual para poder realizar las validaciones correspondientes. Para resolver este limitante, se presentan dos opciones que requieren la modificación de la implementación actual.

La primera, orientada al tipado explícito, implica la adaptación de la sintaxis del lenguaje para forzar al usuario a anotar el tipo concreto que tendrá la constante en el momento que se utiliza. De esta forma, durante la verificación se tendrá la suficiente cantidad de información para que el *juicio de tipado* sea directo. Como consecuencia de esta alternativa, el sistema de tipos se simplifica a costa de una sintaxis más verbosa. Volviendo al ejemplo, si se efectuara la llamada `accesoPuntero(null[int],5)`, el *algoritmo de unificación* sería capaz de verificar todas las propiedades necesarias de forma exitosa, y se continuaría con el análisis del programa.

La segunda opción, orientada al tipado implícito, supone la implementación de un algoritmo de *inferencia de tipos*. Extrayendo ideas del *algoritmo Hindley-Milner* [10], se podría adecuar nuestro sistema de tipos para lograr que el mismo sea capaz de inferir los *juicios de tipado* apropiados, sin necesidad de anotar el tipo de nuestra constante. El ejemplo previo permanecería sin cambios, sin embargo se necesitaría de una modificación estructural del algoritmo de *type check* implementado. De manera opuesta a la alternativa anterior, la sintaxis no se debería ajustar pero el sistema de tipos resultaría más complejo. Una propiedad que se ganaría al elegir esta opción, es que se permitirían declarar otras clases de funciones como la del fragmento (5.5). En la misma, se inicializa una lista de forma genérica, sin conocer el tipo de sus elementos.

```
1 fun inicializarLista ( ) ret lista : lista of (T)
2   lista := null
3 end fun
```

Listing 5.5: Inicialización de Lista con Inferencia de Tipos

Bibliografía

- [1] Niklaus Wirth. *The Programming Language Pascal (Revised Report)*. Springer Verlag, 1972.
- [2] Alfred Aho, Ravi Sethi y Jeffrey Ullman. *Compilers: Principles, Techniques, and Tools*. Addison Wesley, 1988.
- [3] Daan Leijen. *Parsec*. Ver. 3.1.14.0. 2019. URL: <https://github.com/haskell/parsec>.
- [4] Mark Karpov. *Megaparsec*. Ver. 8.0.0. 2019. URL: <https://github.com/mrkkrp/megaparsec>.
- [5] GHC Team. *The Glorious Glasgow Haskell Compiler*. Ver. 8.10.1. 2020. URL: <https://gitlab.haskell.org/ghc/ghc>.
- [6] John Charles Reynolds. *Theories of Programming Languages*. Cambridge University Press, 1998.
- [7] Elias Castegren y Kiko Fernandez Reyes. «Developing a Monadic Type Checker for an Object-Oriented Language: An Experience Report». En: *Proceedings of the 12th ACM SIGPLAN International Conference on Software Language Engineering* (2019).
- [8] Mark Philip Jones. *Qualified Types: Theory and Practice*. Cambridge University Press, 1992.
- [9] Barbara Liskov y Jeannette Wing. «A Behavioral Notion of Subtyping». En: *Transactions on Programming Languages and Systems* (1994).
- [10] Luis Damas y Robin Milner. «Principal Type-Schemes for Functional Programs». En: *9th Symposium on Principles of Programming Languages* (1982).