Министерство образования и науки Российской Федерации
Московский физико-технический институт (государственный университет)

Физтех-школа физики и исслледований им. Ландау
Кафедра Российского квантового центра
Научная группа "Атомные и оптические квантовые вычисления"

Выпускная квалификационная работа бакалавра

Моделирование и оптимизация логических операций квантового компьютера на нейтральных атомах

Автор:
Голощапов Михаил Юрьевич

Научный руководитель:
научная степень
Страупе Станислав Сергеевич

Научный консультант:
научная степень
Бобров Иван Борисович

Москва 2024

Аннотация

Холодные нейтральные атомы в массивах оптических пинцетов являются лидирующей платформой для реализации квантового компьютера. Для практического использования такого компьютера важно уметь выполнять однокубитные и многокубитные логические операции с высокой точностью. В работе исследуются подходы к улучшению точности однокубитных логических операций с рамановским двухфотонным возбуждением и двухкубитных логических операций, реализуемых с помощью эффекта ридберговской блокады. Проводится моделирование основных источников ошибок, включающих в себя тепловое движение атома в оптическом пинцете, спонтанный распад из промежуточного состояния, фазовые шумы лазера, ошибки приготовления и измерения состояния. Параметры модели экспериментально измеряются, что позволяет запускать моделирование без свободных параметров. Также экспериментально демонстрируется повышение достоверности логических операций за счёт использования flat-top пучков и последовательностей импульсов.

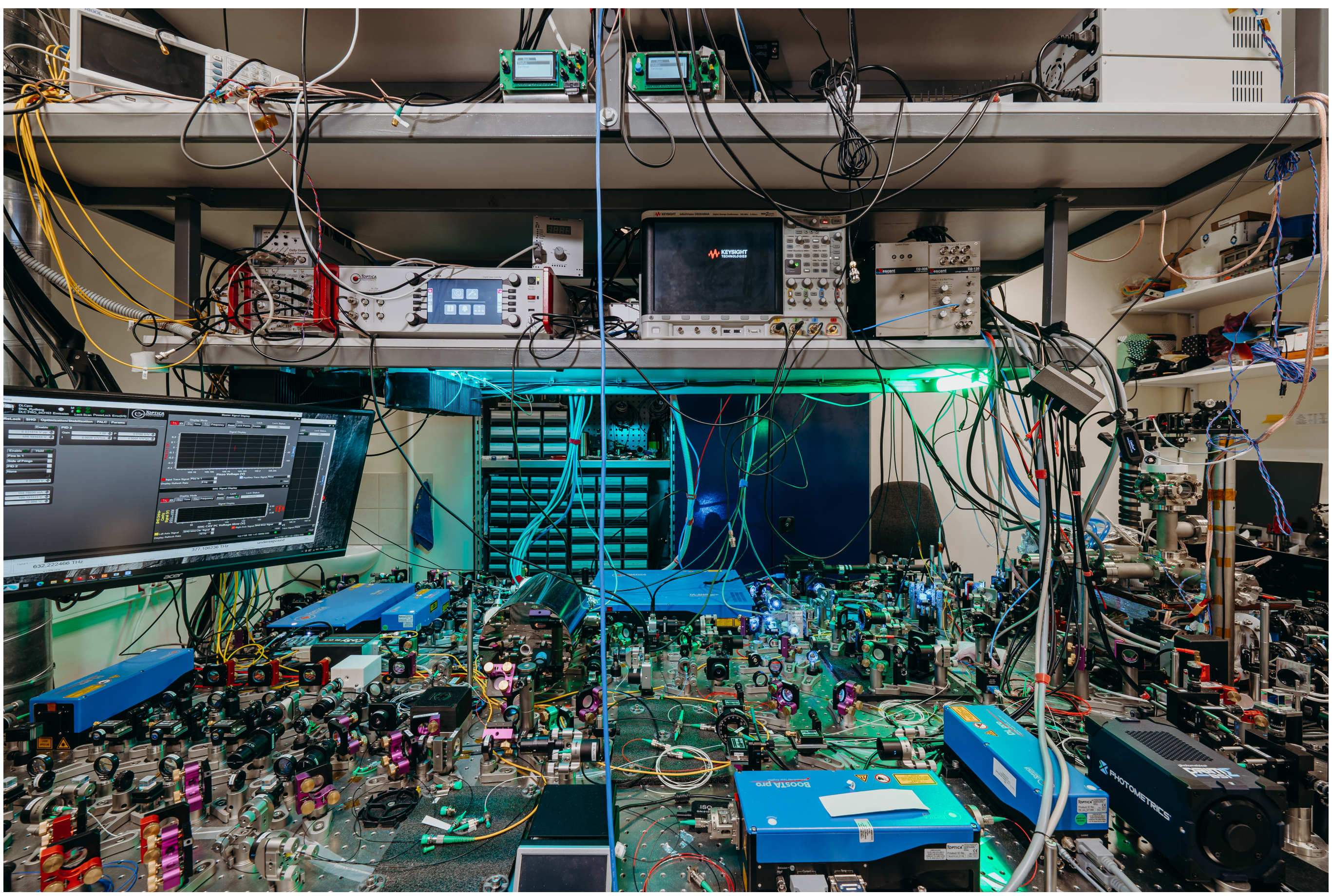

Рис. 1: Квантовый компьютер на холодных нейтральных атомах ^{87}Rb лаборатории “Атомных и оптических квантовых вычислений”.

Содержание

Аннотация **2**

Список обозначений **5**

1 Введение **6**
1.1 Квантовый компьютер . . . 6
1.2 Цели работы . . . 6
1.3 Актуальность работы . . . 6
1.4 Роль автора . . . 6
1.5 Структура глав . . . 6

2 Кубит на нейтральных атомах ^{87}Rb **8**
2.1 Охлаждающие переходы . . . 8
2.2 Массив оптических пинцетов . . . 8
2.3 Инициализация состояния . . . 8
2.4 Однокубитные логические операции . . . 9
2.4.1 Однокубитные операции с СВЧ-возбуждением . . . 10
2.4.2 Однокубитные операции с оптическим возбуждением . . . 11
2.5 Двухкубитные логические операции . . . 11
2.6 Считывание состояния . . . 12
2.7 Цикл работы квантового компьютера на нейтральных атомах . . . 12

3 Моделирование и оптимизация однокубитных логических операций **13**
3.1 Двухфотонные рамановские переходы . . . 13
3.2 Моделирование точности рамановских операций . . . 15
3.2.1 Тепловое движение атома в оптическом пинцете . . . 15
3.2.2 Спонтанный распад из промежуточного состояния . . . 21
3.3 Измерение параметров модели . . . 21
3.3.1 Глубина оптической ловушки . . . 21
3.3.2 Геометрические параметры ловушки, параметрический нагрев . . . 22
3.3.3 Температура атома, эксперимент release & recapture . . . 24
3.3.4 Результаты моделирования . . . 25
3.4 Улучшение логических операций за счёт flat-top пучков . . . 25
3.5 Импульсная последовательность BB1 . . . 25
3.5.1 Введение . . . 25
3.5.2 Моделирование . . . 30
3.6 Результаты главы . . . 32

4 Моделирование и оптимизация двухкубитных логических операций **33**
4.1 Ридберговская блокада, нативный гейт CZ . . . 33
4.2 Моделирование двухфотонного ридберговского возбуждения . . . 36
4.2.1 Тепловое движение атома в оптическом пинцете . . . 38
4.2.2 Спонтанный распад из промежуточного состояния . . . 38
4.2.3 Фазовые шумы лазера . . . 38
4.2.4 Ошибки приготовления и измерения состояния . . . 38
4.3 Измерение параметров модели . . . 38
4.3.1 Гетеродинное измерение спектра фазовых шумов лазеров . . . 38

4.3.2 Измерение SPAM-ошибки . . . 38
4.4 Улучшение двухкубитных вентилей за счёт flat-top пучков . . . 38
4.5 Результаты главы . . . 38

5 Заключение **39**
5.1 Результаты работы . . . 39
5.2 Планы по дальнейшей работе . . . 39

Список обозначений

АОМ	–	Акустооптический модулятор
АОД	–	Акустооптический дефлектор
МОЛ	–	Магнитооптическая ловушка
SLM	–	Пространственный модулятор света (Spatial Light Modulator)
MCMC	–	Markov Chain Monte-Carlo

w_0, z_0	–	Радиус перетяжки и длина Рэлея оптического пинцета
ω_r, ω_z	–	Радиальная и продольная колебательные частоты в оптической ловушке
U_0	–	Глубина потенциала оптического пинцета
T	–	Температура атома
w_R, z_R	–	Радиус перетяжки и длина Рэлея рамановского лазера
m	–	Масса атома ^{87}Rb

1 Введение

1.1 Квантовый компьютер

1.2 Цели работы

Цели работы, как это часто бывает, сформировались во время работы. Основные задачи автора включали в себя:

- Моделирование достоверности однокубитных операций с рамановским двухфотонным возбуждением, выделение основных источников ошибок.
- Улучшение однокубитных логических операций с рамановским возбуждением за счёт использования flat-top пучков.
- Улучшение однокубитных логических операций за счёт использования последовательности импульсов BB1.
- Моделирование двухфотонного возбуждения в ридберговское состояние, оценка влияния различных источников ошибок.
- Улучшение двухкубитных логических операций за счёт использования flat-top пучков.

1.3 Актуальность работы

На момент начала работы не была понятна причина, по которой происходит быстрое затухание осцилляций Раби при рамановском двухфотонном возбуждении, которое используется как для однокубитных, так и для двухкубитных логических операций. В процессе моделирования стало ясно, что одним из наиболее важных ограничивающих факторов является тепловое движение атома в оптической ловушке, после чего было предложено использование flat-top пучков и последовательности импульсов BB1. Оба этих способа привели к существенному улучшению достоверности логических операций квантового компьютера в нашей лаборатории.

1.4 Роль автора

Моделирование и обработка данных проводились автором полностью самостоятельно. Получение экспериментальных данных проводилось совместно с коллегами по лаборатории при активном участии автора. Резюмируя, у автора была роль, и он её придерживался.

1.5 Структура глав

В главе 2 объясняется устройство основных этапов работы квантового компьютера на холодных нейтральных атомах: приготовление начального состояния кубита, выполнение логических операций, считывание состояния. Глава 3 содержит результаты по моделированию однокубитных логических операций с рамановским двухфотонным возбуждением, измеряются параметры модели, демонстрируется повышение достоверности однокубитных операций за счёт flat-top пучков и последовательности импульсов BB1. Глава 4 посвящена моделированию двухфотонного возбуждения в ридберговское состояние с учётом теплового движения атома в оптической ловушке, спонтанного распада из промежуточного состояния, фазовых шумов лазера, а также ошибок приготовления и измерения состояния. Экспериментально демонстрируется улучшение точности двухкубитных операций за счёт использования flat-top пучков. В главе 5 подводятся итоги работы, обсуждаются дальнейшие планы.

2 Кубит на нейтральных атомах ^{87}Rb

2.1 Охлаждающие переходы

2.2 Массив оптических пинцетов

Одним из преимуществ платформы на нейтральных атомах является то, что из атомов, в которые кодируется кубит, можно формировать произвольные одномерные и двумерные структуры, а также легко переключаться между ними. Делается это с помощью пространственного модулятора света(SLM) и акустооптического дефлектора(АОД) в скрещенной конфигурации. SLM представляет собой прямоугольную матрицу из жидких кристаллов, на каждый кристалл которой можно независимо подавать напряжение и, тем самым, менять показатель преломления за счёт эффекта двулучепреломления. Таким образом, с помощью SLM можно формировать произвольную фазовую маску(голограмму), ограниченную лишь размерами матрицы и размером пикселя. С помощью голограммы можно преобразовать падающий на неё лазерный луч в двумерный массив оптических пинцетов произвольной конфигурации, в который далее можно загрузить атомы. Сами фазовые маски можно рассчитать с помощью алгоритма Герчберга-Сакстона[1] и его модификаций [2, 3].

Надо добавить картинку импульсной последовательности, фотографии атомов в оптическом пинцете, а также картинку фазовой голограммы на SLM.

Для загрузки Атомы из МОЛ перегружаются в двумерный массив оптических пинцетов [4], сформированный жёстко-сфокусированными гауссовыми пучками с радиусом перетяжки порядка 1 мкм. Если использовать оптические пинцеты в режиме столкновительной блокады[5, 6], при которой сильно возрастают двухчастичные потери, то при загрузке атомов из МОЛ в дипольной ловушке примерно с одинаковой вероятностью оказывается либо один атом, либо ноль. Этот механизм позволяет ловить одиночные атомы, а затем кодировать в них кубит.

2.3 Инициализация состояния

Чтобы что-то делать с кубитами, нужно уметь инициализировать их начальное состояние. В нашей системе в качестве кубитных состояний используются магнитные подуровни сверхтонкого расщепления основного состояния ^{87}Rb, $|0\rangle = \left|5^2S_{1/2}, F=1, m_F=0\right\rangle$, $|1\rangle = \left|5^2S_{1/2}, F=2, m_F=0\right\rangle$, поэтому нам нужно уметь помещать атом в одно из этих состояний. Для инициализации используется схема, показанная на рисунке 2.

С помощью двух лазеров с линейной и правой циркулярной поляризацией атомы из терма $5^2\mathrm{S}_{1/2}$ с $m_F \neq 0$ перекачиваются на терм $5^2\mathrm{P}_{1/2}$, а затем спонтанно распадаются обратно на $5^2\mathrm{S}_{1/2}$, причем часть населенности попадает на уровень $|1\rangle = \left|5^2\mathrm{S}_{1/2}, \mathrm{F}=2, \mathrm{m_F}=0\right\rangle$. Так как переход $\left|5^2\mathrm{P}_{1/2}, \mathrm{F}=2, \mathrm{m_F}=0\right\rangle \leftrightarrow \left|5^2\mathrm{P}_{1/2}, \mathrm{F}=2, \mathrm{m_F}=0\right\rangle$ дипольно-запрещён правилами отбора по чётности [7] (вроде, по чётности, но это неточно), то населённость с него не уходит на терм $5^2\mathrm{P}_{1/2}$, а значит после нескольких итераций такой последовательности вся населенность останется на уровне $|1\rangle$. Естественная ширина и время жизни терма $5^2\mathrm{P}_{1/2}$ составляют примерно $\Gamma = 2\pi \times 6$ МГц и 170 нс [8], для накачки используется мощный пучок с $\Omega \gg \Gamma$, поэтому скорость инициализации начального состояния определяется временем жизни $5^2\mathrm{P}_{1/2}$. Чтобы минимизировать ошибку приготовления состояния, последовательность выполняется в течение 5 мс.

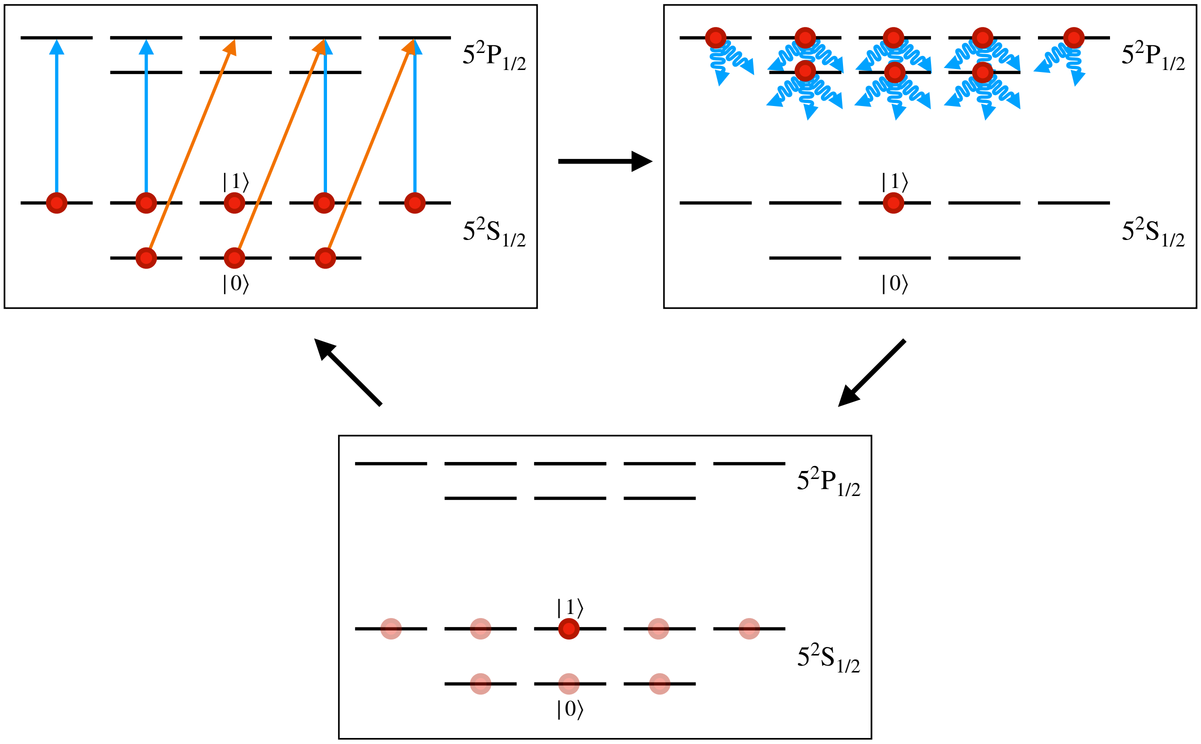

Рис. 2: Населённость с уровня $|1\rangle$ не уходит на другие уровни, так как переход $\left|5^2P_{1/2}, F = 2, m_F = 0\right\rangle \leftrightarrow \left|5^2P_{1/2}, F = 2, m_F = 0\right\rangle$ запрещён правилами отбора для дипольных переходов, поэтому вся населенность в итоге сваливается на уровень $|1\rangle$.

2.4 Однокубитные логические операции

Однокубитные логические операции производятся с помощью возбуждения осцилляций Раби в двухуровневой системе, образованной двумя выделенными энергетическими уровнями атома ^{87}Rb. Пусть уровни $|0\rangle$ и $|1\rangle$ отстоят по энергии на $\hbar\omega_0$, на атом светит переменное классическое поле с частотой ω, тогда гамильтониан системы атом + поле в приближении вращающейся волны можно записать в виде(гамильтониан Раби, $\hbar = 1$) [9, 10]

$$H = \frac{\Delta}{2}\sigma_z + \frac{\mathrm{Re}(\Omega)}{2}\sigma_x + \frac{\mathrm{Im}(\Omega)}{2}\sigma_y = \frac{1}{2}\vec{\Omega}\cdot\vec{\sigma}, \tag{1}$$

где $\Delta = \omega - \omega_0$ - отстройка от резонанса, Ω - частота Раби, которая выражается через матричные элементы соответствующего оператора из мультипольного разложения [10, 11]. σ_i - матрицы Паули, которые в кубитном базисе выражаются как

$$\sigma_x = |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|\,,\ \sigma_y = i\,|1\rangle\langle 0| - i\,|0\rangle\langle 1|\,,\ \sigma_z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|\,. \tag{2}$$

Оператор эволюции записывается в виде

$$U(t) = \exp\left(-\frac{it}{2}\vec{\Omega}\cdot\vec{\sigma}\right) = \exp\left(-i\frac{\tilde{\Omega}t}{2}\vec{n}\cdot\vec{\sigma}\right), \tag{3}$$

то есть мы получили вращение на сфере Блоха на угол $\tilde{\Omega}t$ вокруг вектора $\vec{n}$, которые выражаются как

$$\vec{n} = \left(\frac{\mathrm{Re}(\Omega)}{\sqrt{|\Omega|^2 + \Delta^2}}, \frac{\mathrm{Im}(\Omega)}{\sqrt{|\Omega|^2 + \Delta^2}}, \frac{\Delta}{\sqrt{|\Omega|^2 + \Delta^2}} \right), \tag{4}$$

$$\tilde{\Omega} = \sqrt{|\Omega|^2 + \Delta^2}. \tag{5}$$

Отсюда сразу видно, что для экспериментальной реализации X и Y гейтов можно посветить на атом резонансным $\Delta = 0$ полем с фазой 0 и $\pi/2$ соответственно в течение времени t такого что $\Omega t = \pi$. Для реализации Z-гейта можно посветить на атом сильно-отстроенным пучком,

Сейчас на нашей установке можно совершать однокубитные операции с помощью радиочастотного поля, возбуждающего магнитодипольный переход между кубитными состояними, либо с помощью оптических рамановских двухфотонных переходов. Рассмотрим для начала реализацию однокубитных гейтов с радиочастотным возбуждением.

2.4.1 Однокубитные операции с СВЧ-возбуждением

Одной из схем реализации однокубитных вентилей является использование резонансной СВЧ-антенны, которая возбуждает магнитодипольный переход между кубитными состояниями $|0\rangle = \left|5^2S_{1/2}, F = 1, m_F = 0\right\rangle$, $|1\rangle = \left|5^2S_{1/2}, F = 2, m_F = 0\right\rangle$ на частоте 6.8 ГГц. Так как СВЧ-излучение засвечивает сразу весь атомный массив (расстояние между атомами порядка 3 мкм), то требуется дополнительный адресующий лазер для реализации локальных однокубитных операций(рис. 3).

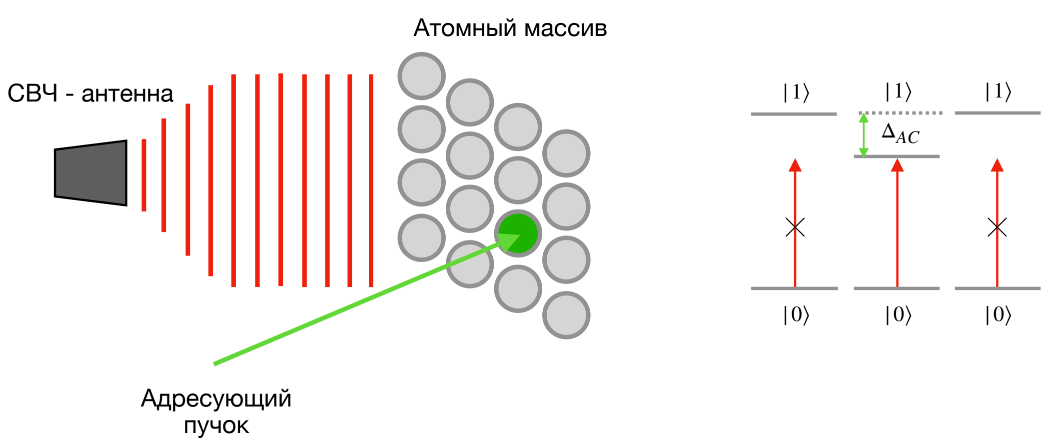

Рис. 3: Схема реализации адресных гейтов с помощью СВЧ-антенны и дополнительного адресующего лазера. Все атомы, кроме целевого, находятся вне резонанса с СВЧ-антенной. Целевой атом находится в резонансе за счёт оптических штарковских сдвигов от адресующего пучка.

СВЧ-антенна отстраивается от кубитной частоты так, чтобы подавить осцилляции Раби на всех атомах. Для целевого же атома адресующий пучок сдвигает частоту перехода за счёт оптического штарковского сдвига(AC Stark shift), возвращаёт целевой атом в резонанс с антенной. Так реализуются локальные однокубитные операции с помощью СВЧ-антенны. К недостаткам локальных СВЧ-гейтов можно отнести их большую длительность за счёт делокализации излучения по всему массиву, нагрев атома за счёт мощного адресующего пучка. Таким образом, СВЧ-излучение больше подходит для реализации глобальных однокубитных операций сразу над всем атомным массивом, что тоже иногда требуется делать.

На текущий момент точность глобальных СВЧ-гейтов составляет $F = (99.95 \pm 0.07)\%$. Оценка точности однокубитных операций производится с помощью протокола randomized benchmarking [12, 13]. К факторам, ограничивающим точность СВЧ-гейтов можно отнести дифференциальные штарковские сдвиги в оптической ловушке, выход из резонанса за счёт эффекта Доплера при движении атома в оптической ловушке. Точность локальных однокубитных операций с СВЧ-возбуждением достаточно низкая, более перспективным подходом является использование двухфотонных рамановских переходов с полностью оптическим возбуждением. В данной работе моделирование точности СВЧ-гейтов не производится, потому что они уже работают достаточно хорошо, чего до начала работы нельзя было сказать про однокубитные вентили с рамановским двухфотонным возбуждением.

2.4.2 Однокубитные операции с оптическим возбуждением

2.5 Двухкубитные логические операции

Для реализации запутываюших операций используется дополнительный высоковозбужденный уровень с главным квантовым числом порядка $50 - 100$, называемый ридберговским состоянин $|r\rangle$. Для таких состояний возникает эффект ридберговской блокады [14], при котором два нейтральных атома, возбужденных в ридберговское состояние на расстоянии порядка микрометра начинают сильно взаимодействовать диполь-дипольным образом. Если R - расстояние между атомами, а n - главное квантовое число, то энергия диполь-дипольного взаимодействия между двумя водородоподобными нейтральными атомами во втором порядке невырожденной теории возмущений записывается как $V \sim \frac{1}{R^6}$. Способ реализации двухкубитных гейтов можно проиллюстрировать следующим образом. Допустим, что мы приготовили два атома в состояние $|11\rangle$ и начали одновременно светить на них лазером в резонансе с переходом $|1\rangle \leftrightarrow |r\rangle$ с частотой Раби Ω. Состояние $|rr\rangle$ при этом смещено на величину ридберговского взаимодействия V, схема уровней показана на рисунке 4.

Если расстояние между атомами достаточно маленькое, то при одновременном воздействии резонансным полем на переход $|1\rangle \leftrightarrow |r\rangle$ атомы не могут одновременно возбудиться в ридберговское состояние $|rr\rangle$, так как оно сдвинуто по энергии на $V \gg \Omega$. Из-за этого возникают осцилляции Раби между невозбужденным состоянием $|11\rangle$ и суперпозицией $\frac{1}{\sqrt{2}}(|1r\rangle + |r1\rangle)$, в которой возбужден лишь один из атомов. Характерное расстояние, на которое нужно сблизить атомы, чтобы наблюдался эффект ридберговской блокады, определяется как $R_B = \left(\frac{C_6}{\Omega}\right)^{1/6}$, называется радиусом ридберговской блокады и составляет примерно 10 мкм для $|r\rangle = \left|70S_{1/2}\right\rangle$ и $\Omega = 2\pi \times 1$ МГц. Видно, что за счет такого механизма можно приготовить максимально запутанное состояние Бэлла в базисе $|1\rangle, |r\rangle$. Подбором правильной импульсной последовательности можно получить нативный CZ гейт в кубитном базисе за счёт эффекта ридберговской блокады, аналогично можно делать многокубитные гейты [15], размещая несколько атомов в радиусе ридберговской блокады. Более подробно двухкубитные гейты будут обсуждаться в главе **??**.

Можно построить график энергии ридберговского взаимодействия от расстояния между атомами для n=72, например.

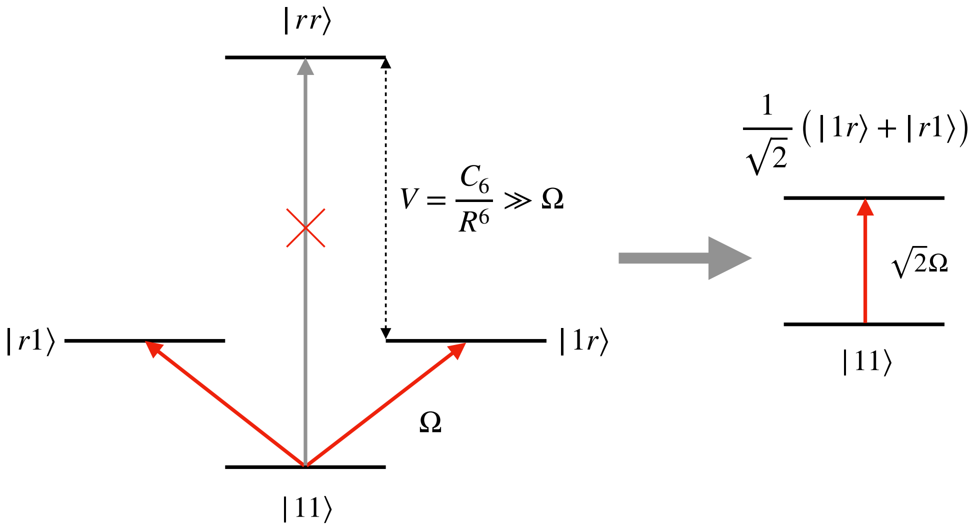

Рис. 4: За счёт эффекта ридберговской блокады атомы не могут одновременно возбудиться в ридберговское состояние, из-за чего возникают осцилляции между невозбужденным состоянием $|11\rangle$ и суперпозицией $\frac{1}{\sqrt{2}}(|1r\rangle + |r1\rangle)$, в которой лишь один из атомов находится в ридберговском состоянии.

2.6 Считывание состояния

2.7 Цикл работы квантового компьютера на нейтральных атомах

Вставить сюда характерные времена этапов работы процессора на нейтральных атомах, а также сравнение с другими работами(лучшие результаты) в виде таблицы.

3 Моделирование и оптимизация однокубитных логических операций

3.1 Двухфотонные рамановские переходы

Опишем кратко принцип работы двухфотонного рамановского возбуждения, подробный вывод можно найти в книге [10]. Рассмотрим трёхуровневую систему в Λ-схеме (рис. 5). Гамильтониан такой системы во вращающейся системе отсчета и приближении вращающейся волны имеет вид

$$H = H_A + H_{AF} + H_F, \tag{6}$$

где H_A - гамильтониан атома, H_{AF} - гамильтониан взаимодействия атома с полем. Гамильтониан поля H_F можно считать константой, так как поле содержит огромное число степеней свободы, считается классическим, из-за чего динамика атома никак на него не влияет.

$$H_A = \frac{p^2}{2m} + \hbar\Delta_0 \left|0\right\rangle \left\langle 0\right| + \hbar\Delta_1 \left|1\right\rangle \left\langle 1\right|, \tag{7}$$

$$H_{AF} = \frac{\hbar}{2}\left(\Omega_0 \left|0\right\rangle \left\langle e\right| e^{-i\vec{k}_0\vec{r}} + \Omega_0^* \left|e\right\rangle \left\langle 0\right| e^{i\vec{k}_0\vec{r}}\right) + \frac{\hbar}{2}\left(\Omega_1 \left|1\right\rangle \left\langle e\right| e^{-i\vec{k}_1\vec{r}} + \Omega_1^* \left|e\right\rangle \left\langle 1\right| e^{i\vec{k}_1\vec{r}}\right). \tag{8}$$

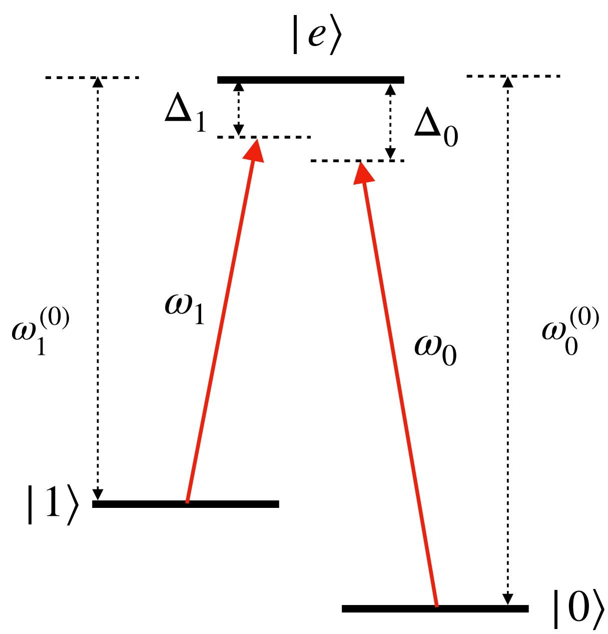

Рис. 5: Трёхуровневая система в Λ-конфигурации.

Сдвинем все энергии на $\Delta = \frac{\Delta_0+\Delta_1}{2}$, запишем систему дифференциальных уравнений на коэффициенты разложения по базису трёхуровневой системы

$$\begin{cases} |\psi\rangle = \psi_0 |0\rangle + \psi_1 |1\rangle + \psi_e |e\rangle\,, \\ i\hbar\partial_t\psi_e = \frac{p^2}{2m}\psi_e + \frac{\hbar\Omega_0^*}{2}e^{i\vec{k}_0\vec{r}}\psi_0 + \frac{\hbar\Omega_1^*}{2}e^{i\vec{k}_1\vec{r}}\psi_1 - \hbar\Delta\psi_e, \\ i\hbar\partial_t\psi_0 = \frac{p^2}{2m}\psi_0 + \frac{\hbar\Omega_0}{2}e^{-i\vec{k}_0\vec{r}}\psi_e + \hbar\left(\Delta_0 - \Delta\right)\psi_0, \\ i\hbar\ \partial_t\psi_1 = \frac{p^2}{2m}\psi_1 + \frac{\hbar\Omega_1}{2}e^{-i\vec{k}_1\vec{r}}\psi_e + \hbar\left(\Delta_1 - \Delta\right)\psi_1. \end{cases} \tag{9}$$

Нам интересна динамика на временах много меньших, чем скорость спонтанного распада из промежуточного состояния, поэтому промежуточный уровень $|e\rangle$ можно адиабатически исключить, положив $\partial_t\psi_e = 0$. Также будем пренебрегать кинетической энергией атома, считая $\frac{p^2}{2m} \ll \hbar\Delta$. В итоге из первого уравнения системы получим выражение для коэффициента разложения ψ_e

$$\psi_e = \frac{\Omega_0^*}{2\Delta}e^{i\vec{k}_0\vec{r}}\psi_0 + \frac{\Omega_1^*}{2\Delta}e^{i\vec{k}_1\vec{r}}\psi_1. \tag{10}$$

Подставим это соотношение в уравнения на ψ_0, ψ_1, получим

$$\begin{cases} i\hbar\partial_t\psi_0 = \frac{p^2}{2m}\psi_0 + \hbar(\Delta_0 + \omega_{AC_0})\psi_0 + \frac{\hbar\Omega_R^*}{2}e^{i(\vec{k}_1-\vec{k}_0)\vec{r}}\psi_1, \\ i\hbar\partial_t\psi_1 = \frac{p^2}{2m}\psi_1 + \hbar(\Delta_1 + \omega_{AC_1})\psi_1 + \frac{\hbar\Omega_R}{2}e^{-i(\vec{k}_1-\vec{k}_0)\vec{r}}\psi_0, \end{cases} \tag{11}$$

где двуфхотонная частота Раби

$$\Omega_R = \frac{\Omega_0^*\Omega_1}{2\Delta} \tag{12}$$

и штарковские сдвиги

$$\omega_{AC_i} = \frac{|\Omega_i|^2}{4\Delta}. \tag{13}$$

Учитывая зависимость от импульса и что $\exp(-i\vec{k}\vec{r})\,|\vec{p}\rangle = \left|\vec{p} - \hbar\vec{k}\right\rangle$, получаем уравнения

$$\begin{cases} i\hbar\partial_t\psi_0(\vec{p}) = \left(\frac{p^2}{2m} + \hbar\Delta_0 + \hbar\Omega_{AC_0}\right)\psi_0(\vec{p}) + \frac{\hbar\Omega_R}{2}\psi_1(\vec{p} + 2\hbar\delta\vec{k}), \\ i\hbar\partial_t\psi_1(\vec{p} + 2\hbar\delta\vec{k}) = \left(\frac{p^2}{2m} + \hbar\Delta_1 + \hbar\Omega_{AC_1}\right)\psi_1(\vec{p} + 2\hbar\delta\vec{k}) + \frac{\hbar\Omega_R^*}{2}\psi_0(\vec{p}). \end{cases} \tag{14}$$

Отсюда получаем эффективный гамильтониан двухуровневой системы ($\hbar = 1$) $|0\rangle\,,\ |1\rangle$

$$H_R = \frac{\Delta_R}{2}\sigma_z + \frac{\mathrm{Re}\ \Omega_R}{2}\sigma_x + \frac{\mathrm{Im}\ \Omega_R}{2}\sigma_y, \tag{15}$$

$$\Delta_R = -4\omega_R\left(\frac{p_\parallel + \hbar\delta k}{\hbar\delta k}\right) + (\Delta_0 - \Delta_1) + (\omega_{AC_0} - \omega_{AC_1}),\ \hbar\omega_R = \frac{\hbar^2\delta k^2}{2m}, \tag{16}$$

где $\hbar\omega_R = \frac{\hbar^2\delta k^2}{2m}$ - энергия отдачи, $p_\parallel$ - импульс вдоль направления $\delta\vec{k}$.

Из соотношения 10 также можно получить оценку на скорость спонтанного распада как

$$
\begin{aligned}
R = \Gamma \rho_{ee} = \Gamma \left|\psi_e\right|^2 = \frac{\Gamma |\Omega_0|^2}{4\Delta^2}\rho_{00} + \frac{\Gamma |\Omega_1|^2}{4\Delta^2}\rho_{11} + \\
+ \frac{\Gamma}{4\Delta^2}\left(\Omega_0\Omega_1^* e^{i\left(\vec{k}_1-\vec{k}_0\right)\vec{r}}\rho_{01} + \Omega_0^*\Omega_1 e^{-i\left(\vec{k}_1-\vec{k}_0\right)\vec{r}}\rho_{10}\right).
\end{aligned}
\tag{17}
$$

Для нашего эксперимента с очень хорошей точностью выполняется $\Omega_0 = \Omega_1 = \Omega,\ \vec{k}_0 = \vec{k}_1$. Остаётся понять, что происходит с когерентностями $\rho_{01},\ \rho_{10}$. Ясно, что когерентности будут содержать зависимость от времени на двухфотонной частоте Раби. Усредним скорость распада по периоду осцилляций Раби, тогда когерентности уйдут. С учётом $\rho_{00} + \rho_{11} \simeq 1$ для большой отстройки от промежуточного состояния, получаем оценку на скорость распада

$$
R = \frac{\Gamma |\Omega|^2}{4\Delta^2}. \tag{18}
$$

3.2 Моделирование точности рамановских операций

3.2.1 Тепловое движение атома в оптическом пинцете

Рассмотрим атом в оптическом пинцете, образованном гауссовым пучком с амплитудой поля и интенсивностью

$$
E = E_0 \left(\frac{w\left(z\right)}{w_0}\right) \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{w\left(z\right)^2}\right) \exp\left(-i\left(kz + k\frac{r^2}{2R\left(z\right)} - \psi\left(z\right)\right)\right), \tag{19}
$$

$$
I = I_0 \left(\frac{w\left(z\right)}{w_0}\right)^2 \exp\left(-\frac{2(x^2+y^2)}{w\left(z\right)^2}\right), \tag{20}
$$

где параметры гауссового пучка определяются как

$$
w\left(z\right) = w_0\sqrt{1+\left(z/z_0\right)^2}, \tag{21}
$$

$$
R\left(z\right) = z\left(1+\left(z_0/z\right)^2\right), \tag{22}
$$

$$
\psi\left(z\right) = \arctan\left(z/z_0\right), \tag{23}
$$

$$
z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}. \tag{24}
$$

Здесь E_0, I_0 – амплитуда и интенсивность в центре гауссового пучка, w_0 – радиус перетяжки гауссового пучка, $w\left(z\right)$ - радиус перетяжки от расстояния до центра ловушки вдоль z, $\psi\left(z\right)$ - набег фазы, $R\left(z\right)$ - кривизна волнового фронта, z_0 – длина Рэлея, которая определяется радиусом перетяжки и длиной волны излучения. Гауссов пучок формирует дипольную ловушку, потенциал атома в которой задается формулами [16]

$$U\left(x,y,z\right)=U_0\left(1-\left(\frac{w\left(z\right)}{w_0}\right)^2\exp\left(-\frac{2\left(x^2+y^2\right)}{w\left(z\right)^2}\right)\right), \tag{25}$$

$$U_0=\frac{\hbar\Gamma^2 I_0}{8I_{sat}\Delta}. \tag{26}$$

Здесь U_0 - потенциал в центре оптической ловушки, который зависит от ширины линии возбуждённого состояния Γ, отстройки от возбужденного состояния Δ и интенсивности в центре гауссова пучка I_0, I_{sat} - интенсивность насыщения. При $\Delta > 0$ потенциал является притягивающим (красные ловушки), при $\Delta < 0$ отталкивающим (синие ловушки). В моделировании рассматривается красная ловушка с фиксированной отстройкой и интенсивностью в центре. Энергия атома в оптическом пинцете в таком случае равна

$$E\left(\vec{r},\vec{v}\right)=U\left(x,y,z\right)+\frac{m\left(v_x^2+v_y^2+v_z^2\right)}{2}. \tag{27}$$

Считая что атом имеет распределение Больцмана по энергиям с некоторой температурой T, можно записать плотность вероятности атома находиться в состоянии $(x,y,z,v_x,v_y,v_z)=(\vec{r},\vec{v})$ как

$$\rho\left(\vec{r},\vec{v}\right)\sim\exp\left(\frac{-E\left(\vec{r},\vec{v}\right)}{kT}\right). \tag{28}$$

Потенциал оптической ловушки также можно приблизить гармоническим потенциалом, получить радиальную и продольную частоты колебаний:

$$\omega_r=\sqrt{\frac{4U_0}{mw_0^2}}, \tag{29}$$

$$\omega_z=\sqrt{\frac{2U_0}{mz_0^2}}. \tag{30}$$

В дальнейшем это будет важно для измерения размеров ловушки по параметрическому нагреву атома.

Зная совместное распределение атома по координатам и скоростям, можно произвести сэмплирование реализаций атома в оптической ловушке, например, с помощью алгоритма Метрополиса-Гастингса, одного из методов Markov Chain Monte-Carlo (MCMC). После сэмплирования можно будет рассчитать осцилляции Раби для каждой отдельной реализации атома в оптическом пинцете, затем усреднить и получить модель сигнала осцилляций из эксперимента. Алгоритм Метрополиса-Гастингса для сэмплирования реализаций атома в оптическом пинцете состоит из следущих шагов:

1. Задать начальные значения координат и скоростей $(\vec{r}_0,\vec{v}_0)$. Далее будем вектор координат и скоростей на i-ой итерации алгоритма обозначать $\vec{\xi}^{(i)}$

2. С помощью пробного распределения с плотностью вероятности $q\left(\vec{\xi}\right)$ сгенерировать смещение $d\vec{\xi}$.

3. Посчитать значение $a = \frac{p\left(\vec{\xi}^{(i)}+d\vec{\xi}\right)}{p\left(\vec{\xi}^{(i)}\right)} \frac{q\left(\vec{\xi}^{(i)}|\vec{\xi}^{(i)}+d\vec{\xi}\right)}{q\left(\vec{\xi}^{(i)}+d\vec{\xi}|\vec{\xi}^{(i)}\right)}$. Для симметричных распределений $a = \frac{p\left(\vec{\xi}^{(i)}+d\vec{\xi}\right)}{p\left(\vec{\xi}^{(i)}\right)}$.

4. Сгенерировать значение u из равномерного распределения на отрезке $[0,1]$. Если $a > u$, то $\vec{\xi}^{(i+1)} = \vec{\xi}^{(i)}$, иначе точка отклоняется.

5. Вернуться к шагу 2.

В качестве пробного распределения для Метрополиса-Гастингса возьмём многомерное нормальное распределение с диагональной матрицей ковариаций

$$\sqrt{\frac{kT}{m}}\mathrm{diag}\left(1/\omega_r, 1/\omega_r, 1/\omega_z, 1, 1, 1\right). \tag{31}$$

Элементы матрицы ковариации учитывают характерные значения координаты и скорости для атома в оптическом пинцете при заданной температуре и параметрах ловушки. ω_r, ω_z – колебательные частоты ловушки. Пример сэмплирования показан на рисунке 2. Видно, что в случае глубокого потенциала ловушки/ низкой температуры атома распределение по координатам и скоростям совпадают с гармоническим. Для расчёта точности квантовых операций можно ограничиться динамикой атома в гармоническом потенциале, так как в ангармоническом режиме (мелкая ловушка/ горячий атом) точность гейтов заведомо будет низкой из-за эффекта Доплера и разброса атома по координате. Точное сэмплирование в потенциале оптического пинцета остаётся актуальным для определения температуры по эксперименту release & recapture [17], про который будет рассказано далее.

Для уменьшения корреляции между сэмплами нужно прореживать выборку и выбрасывать первые точки, чтобы марковская цепь сошлась к нужному распределению. Для больших выборок прореживание не существенно, но для небольшого числа точек (~ 100) это нужно делать.

Динамика атома в оптическом пинцете приводит к нескольким механизмам декогеренции: выход из двухфотонного резонанса из-за эффекта Доплера, флуктуации частоты атома из-за разброса атома по координатам. В моделировании эти процессы учитываются так:

1. С помощью Монте-Карло сэмплируются начальные координаты и скорости атома, которые далее используются как начальные условия.

2. Из выборки берётся точка $\xi^{(i)} = \left(x^{(i)}, y^{(i)}, z^{(i)}, {v_x}^{(i)}, {v_y}^{(i)}, {v_z}^{(i)}\right)$, траектории атома считаются в гармоническом приближении:

   - $x\left(t\right) = x^{(i)}\cos\left(\omega_r t\right) + \frac{v_x^{(i)}}{\omega_r}\sin\left(\omega_r t\right)$,
   - $y\left(t\right) = y^{(i)}\cos\left(\omega_r t\right) + \frac{v_y^{(i)}}{\omega_r}\sin\left(\omega_r t\right)$,
   - $z\left(t\right) = z^{(i)}\cos\left(\omega_z t\right) + \frac{v_z^{(i)}}{\omega_z}\sin\left(\omega_z t\right)$.

3. Частота Раби (амплитуда + фаза) рамановского лазера Ω_R пропорциональна интенсивности лазера I_R. Эффект Доплера вносит сдвиг в отстройку от промежуточного уровня Δ, отстройка от двухфотонного резонанса компенсируется за счёт сонаправленной конфигурации пучков. Так как отстройка от промежуточного уровня составляет порядка

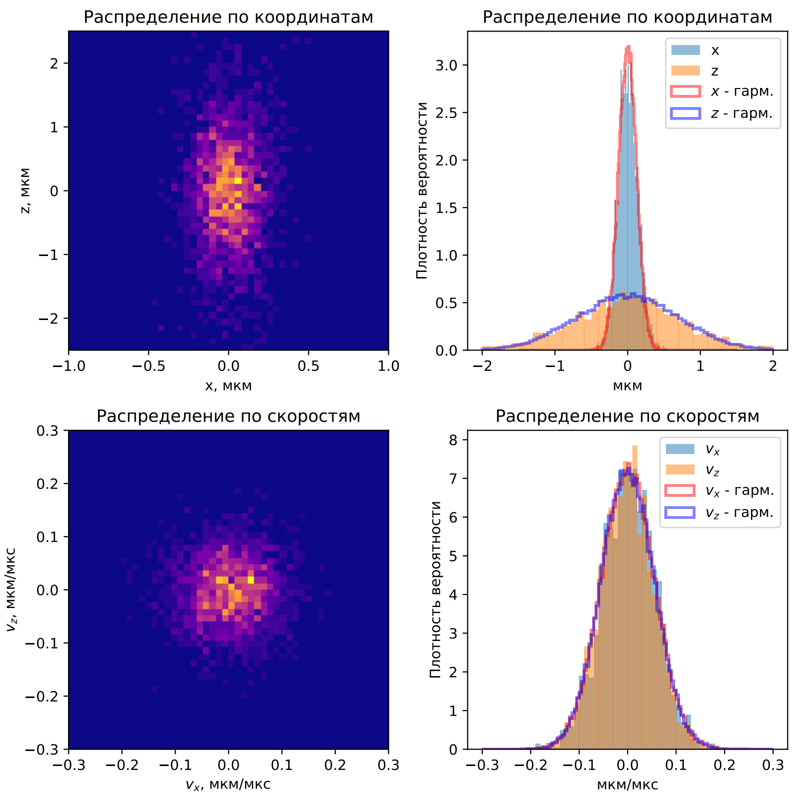

Рис. 6: Полученные распределения атома по энергиям, координатам и скоростям для глубокой ловушки. Сравнение с гармоническим приближением.

50 ГГц, то эффектом Доплера можно пренебречь. После подстановки траекторий атома в оптическом пинцете двухфотонная частота Раби начинает зависеть от времени:

- $\Omega_R(t) = \Omega_R^{(0)} \frac{I_R(\vec{r}(t))}{I_R(0)}$.

Далее динамика системы с гамильтонианом, зависящим от времени, считается численно с помощью пакета QuantumOptics.jl [18], получившиеся матрицы плотности[1]усредняются по траекториям атома. На рисунке 7 приведён пример осцилляций Раби между кубитными состояниями с рамановским двухфотонным возбуждением для разных радиусов перетяжки рамановского лазера w_R.

Видно, что для радиуса перетяжки рамановского лазера $w_R = 1.5$ мкм осцилляции Раби затухают значительно быстрее, чем для $w_R = 3.0$ мкм. Остальные параметры соответсвуют экспериментальным значениям $U_0 = 340$ мкК, $T = 30$ мкК, $w_0 = 1.0$ мкм, $\lambda_0 = 813$ нм, $\lambda_R = 795$ нм. Быстрое затухание при маленьких соотношениях радиусов перетяжки рамановского лазера и оптического пинцета w_R/w_0 связано с тем, что для таких параметров двухфотонная частота Раби $\Omega_R(\vec{r}) \sim I(\vec{r})$ сильно изменяется при небольшом отклонении атома от центра ловушки. Это приводит к тому, что разные атомы осциллируют на немного разных частотах Раби, при усреднении осцилляций Раби по реализациям атома в оптическом пинцете фактически складываются синусы с разными частотами, что ведёт к затуханию. Ситуация с затуханием осцилляций Раби из-за теплового движения атома очень похожа на ситуацию со сбоем фазы немонохроматич-

[1]Хотя в моделировании решается уравнение Шрёдингера, усреднять нужно именно матрицы плотности, так как векторы состояния определены с точностью до глобальной фазы. Разная глобальная фаза у векторов состояния может появиться, например, при учёте в моделировании фазовых шумов лазера.

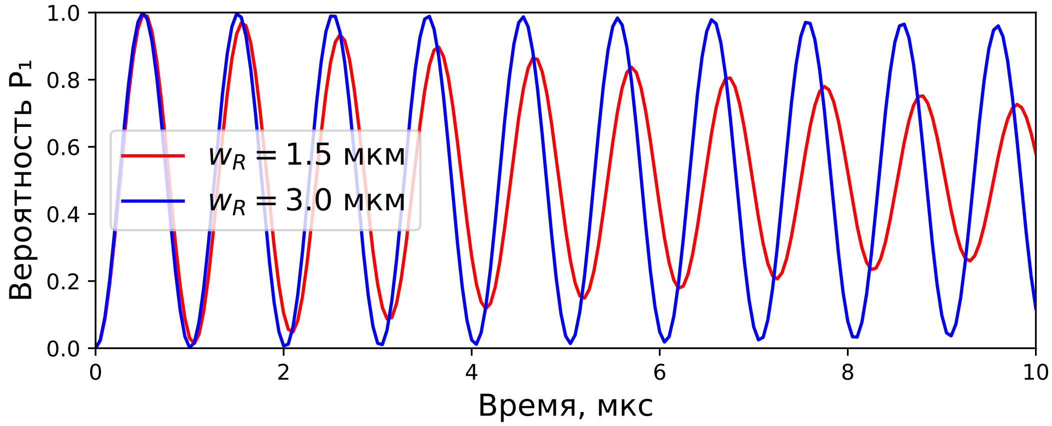

Рис. 7: Осцилляции Раби между кубитными состояниями с рамановским двухфотонным возбуждением. Осцилляции с меньшим радиусом перетяжки рамановского лазера затухают быстрее за счёт большего влияния теплового движения атома.

ного источника, для которого также можно ввести время когерентности. Особенно понятной эта связь становится, если рассмотреть предельный случай большой частоты Раби $\Omega_R \gg \omega_r, \omega_z$ (по сравнению с частотами колебаний атома в ловушке). В этом пределе атомы можно считать неподвижными во время осцилляций Раби, получить “немонохроматический источник” с частотой Ω_R, имеющей распределение показанное на рисунке 8.

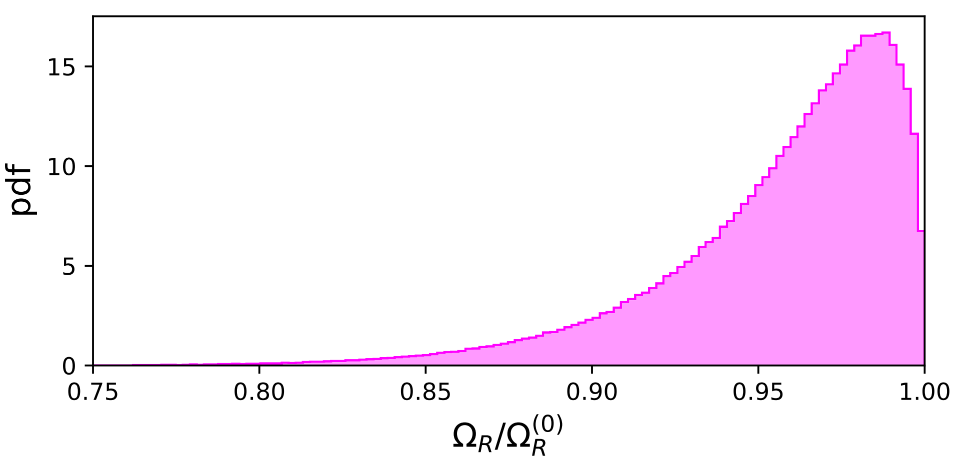

Рис. 8: Пример распределения частот Раби для характерных экспериментальных параметров.

По аналогии с временем когерентности для немонохроматического источника можно посчитать характерное время затухания из-за теплового движения атома. Рассмотрим для простоты двумерный случай когда атом движется только в радиальном направлении, покоится по оси z. Характерная координата атома в гармоническом приближении оценивается как

$$r_c^2 = \langle r^2 \rangle = \int_{\mathbb{R}^2} \rho(r) r^2 d\vec{r}^2 = \frac{2kT}{m\omega_r^2} = \frac{1}{2}\frac{kT}{U_0} w_0^2, \tag{32}$$

а характерная частота Раби как

$$\Omega_c = \Omega_0 \exp\left(-\frac{2r_c^2}{w_R^2}\right) = \Omega_0 \exp\left(-\frac{kT}{U_0}\frac{w_0^2}{w_R^2}\right). \tag{33}$$

Отсюда получаем время сбоя фазы как

$$(\Omega_0 - \Omega_c)\tau_r = \Omega_0 \tau \left[1 - \exp\left(-\frac{kT}{U_0}\frac{w_0^2}{w_R^2}\right)\right] \simeq \Omega_0 \tau_r \frac{kT}{U_0}\left(\frac{w_0}{w_R}\right)^2 \sim 2\pi, \tag{34}$$

то есть отношение характерного времени затухания к периоду осцилляций Раби T_R равно

$$\tau_r/T_R \sim \frac{U_0}{kT}\left(\frac{w_R}{w_0}\right)^2. \tag{35}$$

Аналогичные выкладки можно провести для колебаний вдоль оси z, положив $r = 0$. Получится следующее соотношение

$$\tau_z/T_R \sim \frac{U_0}{kT}\left(\frac{z_R}{z_0}\right)^2 \sim \frac{U_0}{kT}\left(\frac{w_R}{w_0}\right)^4 \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_R}\right)^2 \sim \frac{U_0}{kT}\left(\frac{w_R}{w_0}\right)^4. \tag{36}$$

Так как для характерных параметров эксперимента $w_R/w_0 \sim 1.5 - 6$, то для характерного времени затухания выполняется $\tau^{-1} = \tau_r^{-1} + \tau_z^{-1} \simeq \tau_r^{-1}$. Отсюда следует, что основной вклад в затухание вносит тепловое движение в радиальном направлении. Окончательно получаем оценку на неточность однокубитной операции (π-импульс) из-за тепловго движения[2]

$$(1-F)_T \sim \frac{kT}{U_0}\left(\frac{w_0}{w_R}\right)^2. \tag{37}$$

Вставить сюда сравнение с моделированием. Можно посчитать то что я делал в тепловой карте для ICQT по сути.

Из этой оценки можно сделать важный вывод: при характерных соотношениях экспериментальных параметров $U_0/kT \sim 10$, $w_R/w_0 \sim 1.5 - 6$ ошибка однокубитной операции составляет порядка $10^{-2} - 10^{-1}$, что достаточно много. Фактически это означает, что для реализации точных ($(1-F)_T < 10^{-3}$) локальных ($w_R \sim w_0$) однокубитных операций с рамановским двухфотонным возбуждением требуется охлаждать атом до температур порядка $U_0/kT \sim 1000$, то есть $T \sim 1$ мкК при глубине ловушки $U_0 = 1000$ мкК. Для сравнения квант колебаний вдоль радиального направления при соответствующих параметрах эксперимента имеет температуру порядка 5 мкК. Это означает, что для достижения такой точности операций требуется либо охлаждать атом до основного колебательного состояния, что можно сделать с помощью метода Resolved-sideband Raman cooling [19, 20], либо искать какие-то другие подходы к реализации однокубитных операций с рамановским двухфотонным возбуждением.

Так как конфигурация нашей установки не позволяет реализовать такой тип охлаждения, то были рассмотрены альтернативные способы реализации однокубитных операций с рамановским

[2] Здесь $(1-F)_T$ следует воспринимать как единый символ. Под F понимается fidelity операции, индекс T напоминает происхождение ошибки - конечная температура атома T.

возбуждением осцилляций Раби. Далее в этой главе будут рассмотрены два альтернативных метода: использование flat-top пучков и замена обычных импульсов последовательностями импульсов, устойчивыми к ошибкам.

Ещё одним возможным вариантом является увеличение расстояния между атомами с 3 мкм до $10 - 20$ мкм. В таком случае появится возможность делать рамановское возбуждение с соотношением перетяжек $w_R/w_0 \sim 10$ без увеличения кросстока между соседними кубитами. Требуемое соотношение температур при этом смягчается до $U_0/kT \sim 100$, что уже можно достичь, например, с помощью метода охлаждения Polarization gradient cooling [21]. Однако, такой подход усложняет выполнение двухкубитных операций за счёт уменьшения энергии ридберговской блокады, требует использовать зонную архитектуру квантового процессора [22], при которой двухкубитные операции выполняются в отдельной зоне вакуумной камеры. Такое большое расстояние между соседними кубитами также усложняет адресацию лазерных пучков на атомы, находящиеся ближе к краю массива, так как эффективность диффракции на АОДе падает с увеличением угла отклонения лазерного луча. Подводя итог, такой подход не кажется перспективным.

3.2.2 Спонтанный распад из промежуточного состояния

Будем использовать скорость спонтанного распада для оценки ошибки из-за распада из промежуточного состояния. Так как в нашей системе спонтанный распад происходит не только на кубитные состояния $|0\rangle$, $|1\rangle$, но и на соседние сверхтонкие подуровни, то более честно было бы учитывать распад отдельно в кубитные состояния и оставшиеся подуровни сверхтонкого расщепления основного состояния. Однако, для расчета ошибки по такой схеме требуется численно моделировать систему дифференциальных уравнений с двумя сильно отличающимися характерными частотами - двухфотонной частотой Раби и отстройкой от промежуточного состояния. Такие вычисления занимают очень много времени, а хочется получить лишь оценку ошибки из-за спонтанного распада, поэтому кажется разумным ограничиться формулой 18. Посчитаем ошибку из-за спонтанного распада от радиуса перетяжки рамановского лазера и отстройки от промежуточного состояния. Мощность лазера, то есть однофотонные частоты Раби, будем считать фиксированной. При реализации однокубитного гейта одиночным импульсом ошибка из-за спонтанного распада равна

$$(1 - F)_{sp} = \frac{1}{2}\frac{R}{\Omega_R} = \frac{\Gamma}{4\Delta}. \tag{38}$$

Для отстройки от промежуточного состояния $\Delta = 2\pi \times 50$ ГГц и ширины линии $\Gamma = 2\pi \times 6$ МГц [8] промежуточного уровня $5^2P_{1/2}$ получаем значение ошибки $(1 - F)_{sp} = 3 \times 10^{-5}$, то есть на текущий момент точность однокубитных рамановских операций не ограничивается спонтанным распадом из промежуточного состояния, им можно пренебречь.

3.3 Измерение параметров модели

3.3.1 Глубина оптической ловушки

Для дипольной ловушки с большой красной отстройкой (FORT) глубина потенциала совпадает с оптическим штарковским сдвигом Δ_{AC} [16], т.е. можно измерить глубину напрямую. Для измерения штарковского сдвига можно приготовить атом в состоянии $|0\rangle$, посветить на него полем с отстройкой Δ от номинального перехода и частотой Раби Ω в течение некоторого времени τ, а дальше измерить населённость состояния $|1\rangle$. Пользуясь общим видом оператора эволюции 3, получим выражение для измеряемой населенности состояния $|1\rangle$

$$|\langle 1| U(\tau) |0\rangle|^2 = \sin^2\left(\frac{\sqrt{\Omega^2 + (\Delta + \Delta_{AC})^2}\tau}{2}\right)\frac{1}{1 + ((\Delta + \Delta_{AC})/\Omega)^2}. \tag{39}$$

Огибающая этой функции это лоренцовский контур от отстройки Δ с шириной порядка частоты Раби Ω и центром в $\Delta = -\Delta_{AC}$. Если мы знаем резонансную частоту перехода в отсутствие штарковского сдвига от ловушки, то можно по измерениям населенности состояния $|1\rangle$ его измерить. Измерения стоит проводить при маленькой частоте Раби и большой длительности импульса, тогда получится измерить штарковский сдвиг с наибольшей точностью.

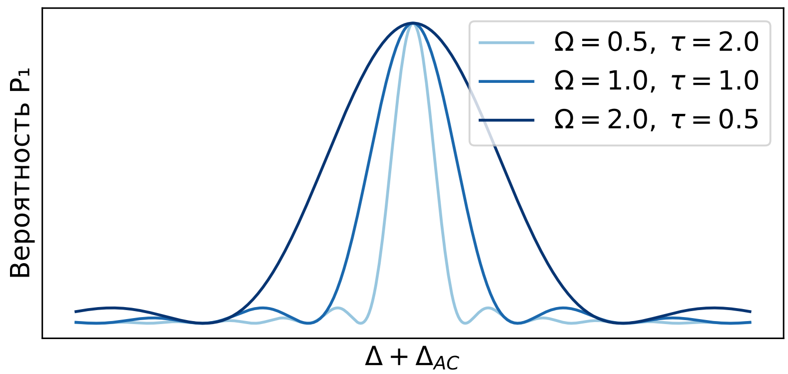

Рис. 9: Графики по формуле 39 для разных соотношений частоты Раби и времени измерения при фиксированном $\Omega\tau = 1$. Видно, что измерения с маленькой частотой Раби и большой длительностью получаются точнее.

Так как для измерения состояния атома используется дополнительный пучок push-out, то необходимо также учитывать штарковский сдвиг от него. Чтобы измерить сдвиг только от ловушки, можно провести два эксперимента: сначала измерить суммарный штарковский сдвиг, а затем мигать пучками ловушки trap и выбивающего пучка push-out в разные моменты времени. Схема измерения оптического штарковсого сдвига с мигающими пучками показана на рисунке 10.

Результаты измерения оптического штарковского сдвига представлены на рисунке 11. Глубина ловушки составляет $U_0 = 340$ мкК.

3.3.2 Геометрические параметры ловушки, параметрический нагрев

Так как оптические пинцеты сформированы жёстко сфокусированными гауссовыми пучками с маленьким радиусом перетяжки, то непосредственное измерение геометрических размеров ловушки по камере затруднительно. По этой причине радиус перетяжки оптического пинцета измеряется по параметрическому нагреву атома [23—26]. Альтернативным способом измерения геометрических параметров оптического пинцета является измерение колебательных частот ловушки в эксперименте Resolved-sideband Raman cooling [19, 20], однако он не реализован на нашей установке.

Суть метода состоит в том, что при модуляции глубины потенциала оптической ловушки $\tilde{U}_0(t) = U_0(1 + m\sin(\omega t))$ на удвоенной частоте собственных колебаний $\omega = 2\omega_r, 2\omega_z$ атом испытывает параметрический резонанс [27], нагревается и вылетает из ловушки. Таким образом,

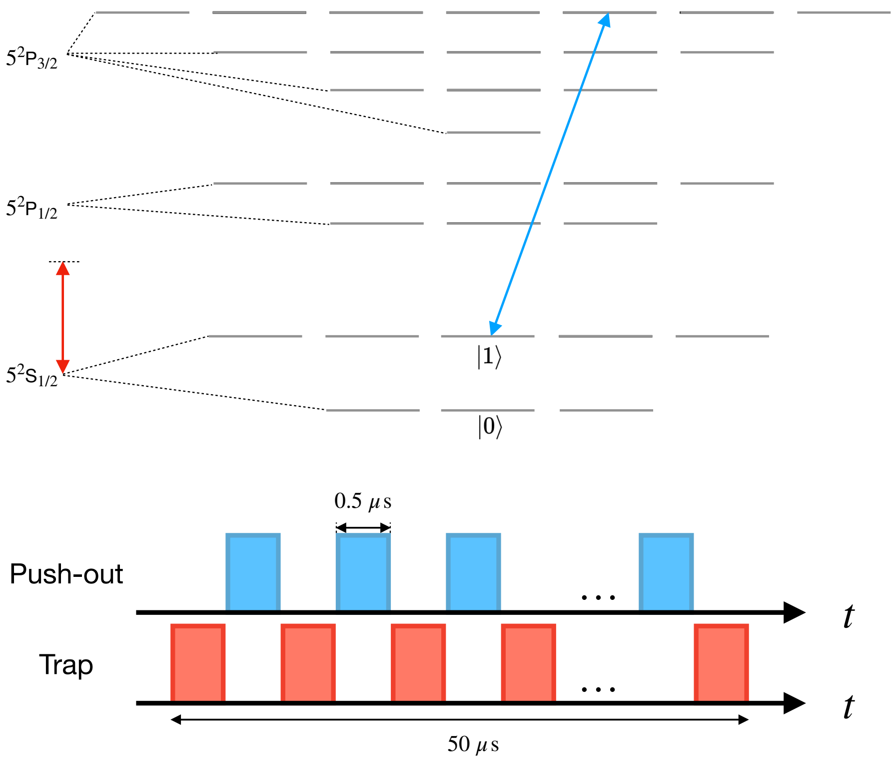

Рис. 10: Схема измерения оптического штарковского сдвига от дипольной ловушки с мигающими пучками.

в зависимости вероятности вылета атома из ловушки от частоты модуляции ω будут наблюдаться резонансы на удвоенных частотах собственных колебаний, из которых можно посчитать радиус перетяжки w_0 и длину Рэлея z_0. Принципиальная схема измерений показана на рисунке 12. Модуляция частоты, подающейся на АОМ, приводит к модуляции эффективности дифракции, что в свою очередь приводит к модуляции интенсивности лазера, который создаёт оптические ловушки. Ширина параметрических резонансов определяется глубиной модуляции, поэтому измерения лучше проводить при малой глубине модуляциии и большом времени раскачки. Результаты измерений представлены на рисунке 13.

Стоит отметить, что в обычном режиме работы оптического пинцета сигнал модуляции $(1 + m\sin(\omega t))$ не смешивается с сигналом несущей, которая далее подаётся на АОМ. Из-за этого глубина ловушки U_0 с и без умножителя могут отличаться, что приведет к изменению колебательных частот ловушки. Из-за этого для расчёта геометрических параметров ловушки следует пользоваться следующим соотношением

$$w_0 = \frac{\lambda_0}{\sqrt{2}\pi}\frac{\omega_r}{\omega_z}. \tag{40}$$

Формула 40 не зависит от глубины ловушки, поэтому ей можно пользоваться даже с учётом отличия глубины ловушки при измерениях геометрических параметров от её значения во время выполнения логических операций. Отсюда получаются геометрические параметры ловушки $w_0 = 1.1$ мкм, $z_0 = 4.2$ мкм. Стоит отметить, что форма линии параметрических резонансов асимметрична, что связано с ангармонизмом потенциала, формируемого гауссовым пучком [23,

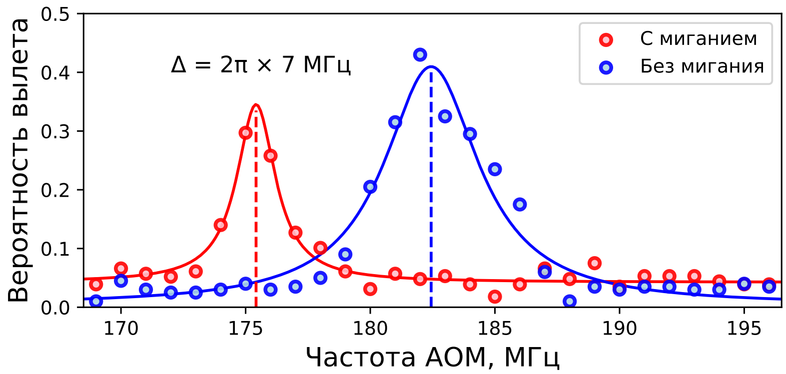

Рис. 11: Измерение оптического штарковского сдвига от дипольной ловушки с и без мигания ловушкой. Разница между центрами резонансов равна оптическому штарковскому сдвигу от дипольной ловушки.

26]. Центр резонансов отличается от ожидаемого значения 2ω и смещён примерно на $(1.6-1.7)\omega$, как это следует из моделирования (рис. 14). В связи с этим стоит ещё раз отметить преимущество формулы 40 - она зависит лишь от отношения колебательных частот, сдвиг центров резонансов на неё не влияет.

В процессе измерений также выяснилось, что важно начинать раскачку потенциала ловушки уже после загрузки атомов. Если запускать модуляцию глубины ловушки во время загрузки атомов, то резонансов в вероятности вылета атома не наблюдается. Скорее всего, это связано с тем, что атомы, которые могут вылететь из-за параметрической раскачки, просто не загружаются в ловушку.

3.3.3 Температура атома, эксперимент release & recapture

Температура атома измеряется стандартным способом по эксперименту release & recapture [17]. При выключении потенциала оптической ловушки атом удаляется от ловушки и, при достаточно большом времени выключения, вылетает. Измерения вероятности вылета от времени выключения аппроксимируются моделированием Монте-Карло, получается температура атома. Результаты измерения температуры атома показаны на рисунке 15, температура атома в ловушке глубиной 700 мкК составила 40 мкК.

Измерения температуры атома удобнее выполнять в глубокой ловушке, но при выполнении логических операций глубина ловушки адиабатически опускается [17] до ранее измеренного значения $U_0 = 340$ мкК. При адиабатическом опускании глубины ловушки сохраняется фазовый объём системы [27], то есть для нашей системы получаем $E_x/\omega_r = const$, $E_y/\omega_r = \text{const}$, $E_z/\omega_z = \text{const}$, так как колебания вдоль главных осей в гармоническом режиме можно рассматривать независимо, что можно переписать как $E/\sqrt{U_0} = \text{const}$ с учётом формул для колебательных частот $\omega_r, \omega_z \sim \sqrt{U_0}$. Также можно сказать, что адиабатическое опускание не меняет вероятности заселения уровней трёхмерного осциллятора. Пусть в начале атом с температурой T_1 сидит в ловушке глубиной U_1. После изменения глубины ловушки до U_2 температура атома поменяется на T_2, причем вероятности состояний не изменятся

$$\exp\left(-\frac{E_1}{kT_1}\right) = \exp\left(-\frac{E_2}{kT_2}\right) \Leftrightarrow \frac{E_1}{T_1} = \frac{E_2}{T_2}. \tag{41}$$

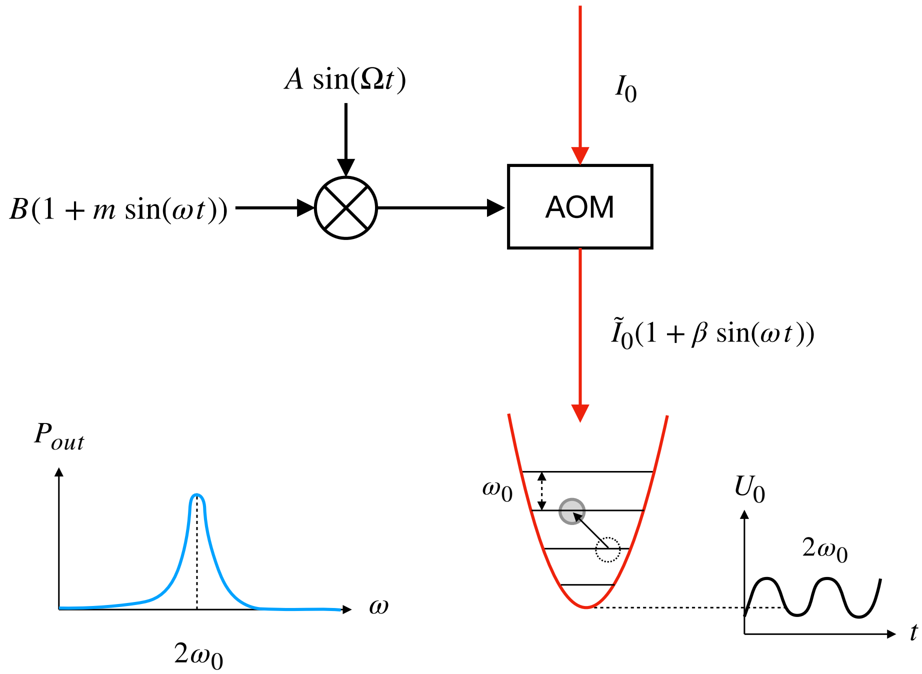

Рис. 12: Принципиальная схема измерения колебательных частот: несущий сигнал смешивается с модулирующим, что приводит к модуляции эффективности дифракции луча ловушки на АОМе, из-за чего модулируется глубина ловушки. При модуляции на удвоенной частоте собственных колебаний атома в ловушке происходит параметрический нагрев и наблюдается резонанс в вероятности вылета атома из ловушки.

С учётом адиабатического инварианта осциллятора $E/\sqrt{U_0} = \text{const}$ получаем соотношение между глубиной ловушки и температурой до и после адиабатического опускания в гармоническом режиме

$$\frac{\sqrt{U_1}}{T_1} = \frac{\sqrt{U_2}}{T_2}. \tag{42}$$

Отсюда для $U_1 = 700$ мкК, $T_1 = 40$ мкК, $U_2 = 340$ мкК получаем тепературу после адиабатического опускания $T_2 = 30$ мкК. Окончательно получаем температуру $T = 30$ мкК при глубине ловушки $U_0 = 340$ мкК.

3.3.4 Результаты моделирования

3.4 Улучшение логических операций за счёт flat-top пучков

3.5 Импульсная последовательность BB1

3.5.1 Введение

Одним из недостатков однокубитных вентилей на рамановских двухфотонных переходах является их сильная чувствительность к тепловому движению атома, амплитудным шумам лазера и неоднородностям интенсивности лазера по атомному массиву. Происходит это из-за того, что двухфотонная частота Раби, в отличие от однофотонной $\Omega \sim E$, пропорциональна уже произведению амплитуд ЭМ-полей возбуждающих лазеров $\Omega_R \sim E_1 E_2^*$. Так как в нашем случае оба

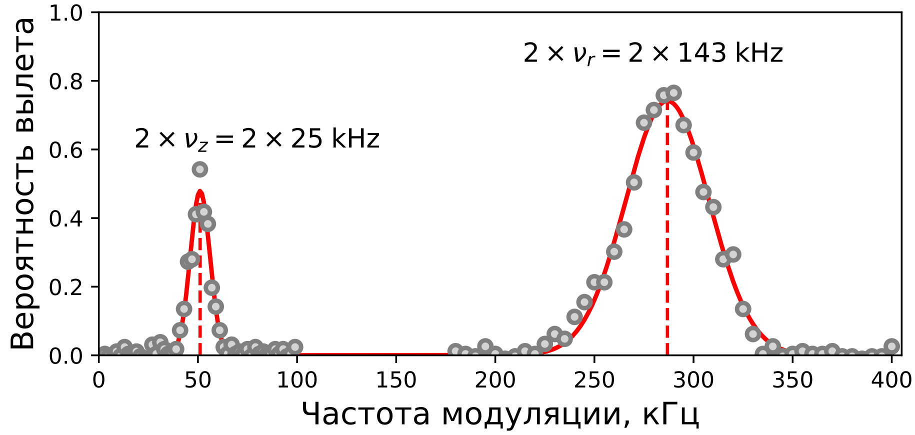

Рис. 13: Параметрические резонансы в вероятности вылета атома из оптической ловушки при модуляции глубины ловушки.

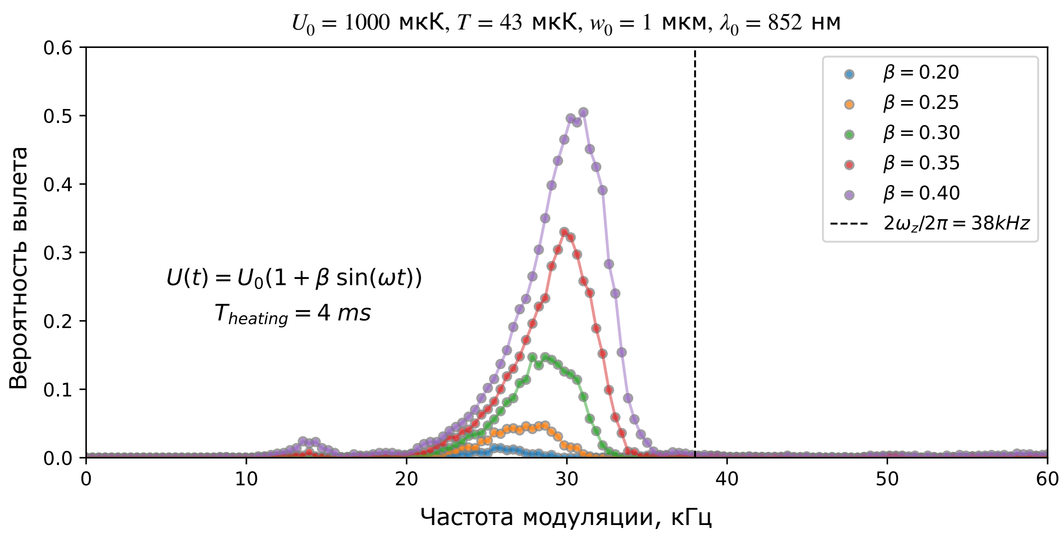

Рис. 14: Моделирование параметрического нагрева атома для немного других экспериментальных параметров. Центр резонанса сдвинут, форма линии асимметрична.

ЭМ-поля создаются одним лазером за счёт модуляции интенсивности, то двухфотонная частота Раби пропорциональна интенсивности $\Omega \sim I$. Как было показано, вклад теплового движения атома можно компенсировать за счёт использования более широких возбуждающих пучков и пучков flat-top. При использовании более широких возбуждающих пучков возникает проблема с адресацией, так как засвечиваются сразу много атомов, а также снижается двухфотонная частота Раби при фиксированных отстройке от двухфотонного резонанса и интенсивности лазера. Работа с flat-top пучками затруднена тем, что они сильно чувствительны к аберрациям, особенно при жёсткой фокусировке на атом. Также оба подхода не решают проблему с чувствительностью к амплитудным шумам лазера и неоднородностью интенсивности по массиву.

Альтернативой двум предложенным подходам является использование импульсных последовательностей устойчивых к отклонениям частоты Раби в качестве однокубитных гейтов. Например, можно взять импульсную последовательность BB1(BroadBand 1)[28—30], использовать её в качестве X, Y - гейтов. Для реализации Z-гейтов последовательность BB1 использовать не тре-

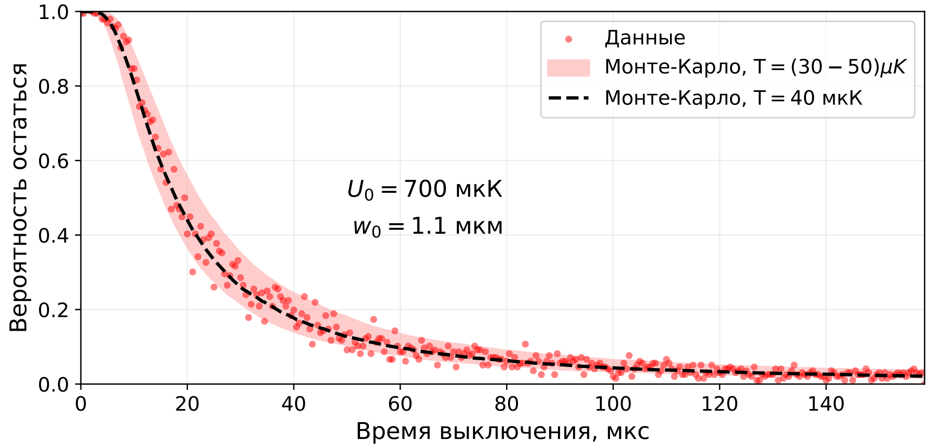

Рис. 15: Измерение температуры атома с помощью метода release & recapture. Аппроксимация с помощью Монте-Карло.

буется, так как они делаются при большой отстройке от резонанса, эти гейты не чувствительны к отклонениям частоты Раби.

Рассмотрим импульсную последовательность вида

$$\pi_{\phi_1}\pi_{\phi_2}\pi_{\phi_3}\pi_{\phi_4}\theta_0, \tag{43}$$

где θ_ϕ - поворот на сфере Блоха на угол θ вокруг оси $\vec{n}_\phi = (\cos\phi, \sin\phi, 0)^T$. Такой импульсной последовательности соответствует унитарный оператор

$$U = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}\sigma_x\right)\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_4}\right)\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_3}\right)\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_2}\right)\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_1}\right), \tag{44}$$

где $\sigma_\phi = \sigma_x\cos\phi + \sigma_y\sin\phi$. Так как $\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_\phi\right) = \cos\frac{\pi}{2}\sigma_0 - i\sin\frac{\pi}{2}\sigma_\phi = -i\sigma_\phi$, то $\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_i}\right)\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_j}\right) = (-i)^2\sigma_{\phi_i}\sigma_{\phi_j} = -\exp\left(-i(\phi_i - \phi_j)\sigma_z\right)$, то есть

$$U = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}\sigma_x\right)\exp\left(i(\phi_1 - \phi_2 + \phi_3 - \phi_4)\sigma_z\right). \tag{45}$$

Таким образом, чтобы реализовать вращение θ_0 на сфере Блоха, нужно

$$\phi_1 - \phi_2 + \phi_3 - \phi_4 = 0. \tag{46}$$

Физически поворот на сфере Блоха вокруг осей X, Y соответсвует резонансным осцилляциям Раби в течение некоторого времени $\theta = \Omega t$. Пусть теперь частота Раби отклонилась от предполагаемого значения $\tilde{\Omega} = \beta\Omega$, то есть $\tilde{\theta} = \beta\theta$. Попробуем подобрать углы ϕ_i так, чтобы минимизировать влияние отклонения частоты Раби от идеального значения на точность операции. Унитарный оператор с учётом отклонения частоты примет вид

$$U(\beta) = \exp\left(-i\beta\frac{\theta}{2}\sigma_x\right)\exp\left(-i\beta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_4}\right)\exp\left(-i\beta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_3}\right)\exp\left(-i\beta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_2}\right)\exp\left(-i\beta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_1}\right). \tag{47}$$

Далее нам хочется получить малый параметр, здесь это отклонение частоты Раби от идеальной, т.е. $\delta = \beta - 1$. Попробуем перегруппировать множители так, чтобы прийти к виду

$$U(\beta) = U_0\tilde{U}(\delta), \tag{48}$$

где U_0 - нужное нам вращение на сфере Блоха, $\tilde{U} \simeq \hat{1}$ при $\delta \sim 0$. Если привести оператор к такому виду, то как раз получится устойчивость импульсной последовательности к отклонениям частоты Раби.

$$\begin{aligned}
&\exp\left(-i\beta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_2}\right)\exp\left(-i\beta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_1}\right) = \\
&= \exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_2}\right)\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_1}\right)\exp\left(i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_1}\right)\exp\left(-i\delta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_2}\right)\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_1}\right)\exp\left(-i\delta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_1}\right) = \\
&= \exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_2}\right)\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_1}\right)\exp\left(-i\delta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_2'}\right)\exp\left(-i\delta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_1}\right)
\end{aligned} \tag{49}$$

Здесь выделенные вращения можно свести к одному вращению вокруг оси $\vec{n}_{\phi_2'}$, где $\phi_2' = -\phi_2 + 2\phi_1$. Обкладки вращения вокруг оси $\vec{n}_{\phi_2}$ соответсвуют замене базиса ($\tilde{A} = U^\dagger A U$), т.е. вектор $\vec{n}_{\phi_2}$ поворачивается вокруг $\vec{n}_{\phi_1}$ на угол π. Проще всего это понять, нарисовав на сфере Блоха. Действуя аналогичным образом, можно свести оператор к виду

$$\begin{aligned}
U &= \exp\left(-i\frac{\theta}{2}\sigma_x\right)\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_4}\right)\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_3}\right)\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_2}\right)\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_1}\right)\times \\
&\times\exp\left(-i\delta\frac{\theta}{2}\sigma_x\right)\exp\left(-i\delta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_4'}\right)\exp\left(-i\delta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_3'}\right)\exp\left(-i\delta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_2'}\right)\exp\left(-i\delta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_1'}\right) = \\
&= \exp\left(-i\frac{\theta}{2}\sigma_x\right)\exp\left(-i\delta\frac{\theta}{2}\sigma_x\right)\exp\left(i(\phi_1-\phi_2+\phi_3-\phi_4)\sigma_z\right)\times \\
&\times\exp\left(-i\delta\frac{\theta}{2}\sigma_x\right)\exp\left(-i\delta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_4'}\right)\exp\left(-i\delta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_3'}\right)\exp\left(-i\delta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_2'}\right)\exp\left(-i\delta\frac{\pi}{2}\sigma_{\phi_1'}\right) = \\
&= \exp\left(-i\frac{\theta}{2}\sigma_x\right)\tilde{U}(\delta),
\end{aligned} \tag{50}$$

где углы ϕ_i' задаются формулой

$$\phi_j' = (-1)^{j-1}\phi_j + 2\sum_{k=1}^{j-1}(-1)^{k-1}\phi_k. \tag{51}$$

В случае $\delta = 0$ кроме нужного нам вращения также совершается дополнительное вращение вокруг оси z. Чтобы его исключить, потребуем $\phi_1 - \phi_2 + \phi_3 - \phi_4 = 0$. Также благодаря этому можно собрать все помеченные синим цветом слагаемые рядом. С помощью формулы Бейкера-Кэмпбелла-Хаусдорфа $\exp X \exp Y = \exp\left(X + Y + \frac{1}{2}[X,Y] + \ldots\right)$ соберём множители $\tilde{U}(\delta)$ в одну матричную экспоненту, сгруппировав слагаемые одного порядка малости по δ. Получим

$$\tilde{U}(\delta) = \exp\left\{-i\delta\frac{\pi}{2}\left(\frac{\theta}{\pi}\sigma_x + \sum_{i=1}^{4}\sigma_{\phi'_i}\right) - \delta^2\frac{\pi^2}{8}\left(\frac{\theta}{\pi}\sum_{i=1}^{4}[\sigma_x, \sigma_{\phi'_i}] + \sum_{i=1}^{4}\sum_{j<i}\left[\sigma_{\phi'_i}, \sigma_{\phi'_j}\right]\right) + \ldots\right\} =$$
$$\exp\left\{-i\delta\frac{\pi}{2}\left(\sigma_x\left(\frac{\theta}{\pi} + \sum_{i=1}^{4}\cos\phi'_i\right) + \sigma_y\sum_{i=1}^{4}\sin\phi'_i\right) - i\delta^2\frac{\pi^2}{4}\sigma_z\left(\frac{\theta}{\pi}\sum_{i=1}^{4}\sin\phi'_i + \sum_{i=1}^{4}\sum_{j<i}\sin\left(\phi'_i - \phi'_j\right)\right) + \ldots\right\}. \tag{52}$$

Таким образом, получается следующая система уравнений на углы ϕ_i

$$\begin{cases} \phi'_i = (-1)^{i-1}\phi_i + 2\sum_{j=1}^{i-1}(-1)^{j-1}\phi_j \\ \sum_{i=1}^{4}(-1)^i\phi'_i = -\sum_{i=1}^{4}(-1)^i\phi_i = 0 \\ \sum_{i=1}^{4}\sin\phi'_i = 0 \\ \frac{\theta}{\pi} + \sum_{i=1}^{4}\cos\phi'_i = 0 \\ \frac{\theta}{\pi}\sum_{i=1}^{4}\sin\phi'_i + \sum_{i=1}^{4}\sum_{j<i}\sin\left(\phi'_i - \phi'_j\right) = 0, \quad \text{для зануления вклада с } \delta^2 \end{cases} \tag{53}$$

Решение такой системы неоднозначно, но можно искать его в виде $\phi_1 = \phi_4,\ \phi_2 = \phi_3$, тогда автоматически выполняются условия $\phi_1 - \phi_2 + \phi_3 - \phi_4 = 0,\ \sum_{i=1}^{4}\sum_{j<i}\sin\left(\phi'_i - \phi'_j\right) = 0$, а сама система приводится к виду

$$\begin{cases} \phi_1 = \phi_4,\ \phi_2 = \phi_3 \\ \phi'_1 = \phi'_4 = \phi_1 \\ \phi'_2 = \phi'_3 = -\phi_2 + 2\phi_1 \\ \sin\phi'_1 + \sin\phi'_2 = 0 \\ \frac{\theta}{2\pi} + \cos\phi'_1 + \cos\phi'_2 = 0 \end{cases} \tag{54}$$

Видно, что в качестве решения можно взять $\phi'_1 = -\phi'_2 = \phi$, $\phi = \arccos\left(-\frac{\theta}{4\pi}\right)$. В итоге получится импульсная последовательность BB1 [28—30] устойчивая к отклонениям частоты Раби.

$$\text{BB1:}\quad \pi_\phi\ 2\pi_{3\phi}\ \pi_\phi\ \theta_0, \quad \phi = \arccos\left(-\frac{\theta}{4\pi}\right). \tag{55}$$

То же самое можно проделать для вращения вокруг произвольной оси в плоскости xy под углом ξ к орту x, получится более общий вид последовательности

$$\text{BB1:}\quad \pi_{\phi+\xi}\ 2\pi_{3\phi+\xi}\ \pi_{\phi+\xi}\ \theta_\xi, \quad \phi = \arccos\left(-\frac{\theta}{4\pi}\right). \tag{56}$$

В частности можно привести выражения для X и Y гейтов

$$\begin{aligned} &\text{BB1-X:}\quad \pi_\phi\ 2\pi_{3\phi}\ \pi_\phi\ \pi_0, \\ &\text{BB1-Y:}\quad \pi_{\phi+90^\circ}\ 2\pi_{3\phi+90^\circ}\ \pi_{\phi+90^\circ}\ \pi_{90^\circ}, \\ &\phi = 104.478^\circ \end{aligned} \tag{57}$$

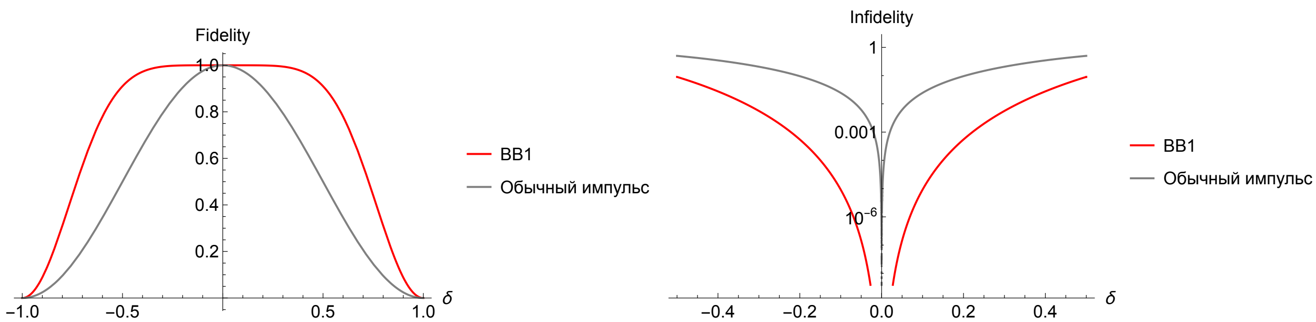

Рис. 16: Зависимость точности X, Y гейтов от отклонения частоты Раби

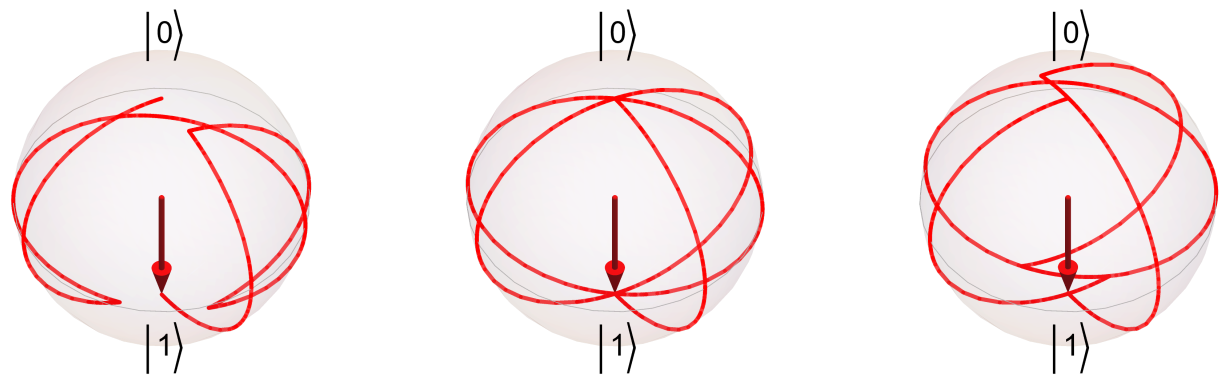

Рис. 17: Слева направо: траектории кубита в начальном состоянии $|0\rangle$ под действием импульса BB1X для $\beta = 0.9,\ 1.0,\ 1.1$.

Так как амплитудные шумы лазера и тепловое движение атома достаточно медленные по сравнению с частотой Раби, то их можно рассматривать просто как отклонения частоты Раби, не зависящие от времени. Неоднородности интенсивности по массиву также не зависят от времени, определяются эффективностью работы АОД для разных углов отклонения. Таким образом, использование BB1-импульсов позволяет побороть сразу несколько проблем для рамановских гейтов. Можно на это возразить, что при использовании последовательности возрастает время однокубитной операции, таким образом усиливается время спонтанного распада из промежуточного состояния, а также влияние других механизмов декогеренции, однако использование последовательности BB1 позволяет работать при ширине перетяжки возбуждающих пучков, близких к ширине перетяжки оптического пинцета. Это позволяет делать локальные однокубитные операции, а также фокусировать большую интенсивность на атом и увеличивать отстройку от промежуточного уровня. Также последовательность BB1 полезна для радиочастотных гейтов в целях компенсации неоднородности излучения СВЧ-антенны. Более общий метод построения последовательностей такого типа, а также некоторые другие импульсные последовательности можно найти в статье [31].

3.5.2 Моделирование

Как было показано, импульсная последовательность BB1 устойчива к отклонениям частоты Раби, то есть потенциально устойчива к тепловому движению атома, амплитудным шумам лазера, неоднородностям интенсивности лазера по атомному массиву. Однако, все полученные выкладки были сделаны в предположении, что частота Раби не зависит от времени, а просто смещена от идеального значения. Такое предположение работает, если тепловое движение одиночного атома в оптическом пинцете, а также амплитудные шумы лазера достаточно медленны по сравнению с двухфотонной частотой Раби для рамановских переходов. Также остаётся открытым вопрос о влиянии спонтанного распада с промежуточного состояния на точность однокубитных операций при использовании последовательности импульсов. За счёт увеличения длительности однокубитного гейта может оказаться так, что весь выигрыш от использования последовательности импульсов теряется из-за спонтанного распада из промежуточного состояния. Для исследования этих вопросов проведём численное моделирование возбуждения одиночного атома в оптическом пинцете с учётом теплового движения и спонтанного распада из промежуточного состояния. Будем считать ошибки, связанные с тепловым движением и спонтанным распадом, некоррелированными, тогда можно рассматривать их по отдельности, а затем сложить. Можно также сказать, что для ошибок выполняется свойство марковости. Если моделировать все ошибки вместе, то из-за большой отстройки от промежуточного состояния, которая составляет порядка 50 ГГц при двухфотонной частоте Раби порядка 1 МГц, придётся решать систему дифференциальных уравнений с очень маленьким шагом по времени, что сильно увеличит время вычислений.

Будем использовать скорость спонтанного распада для оценки ошибки из-за распада из промежуточного состояния. Так как в нашей системе спонтанный распад происходит не только на кубитные состояния $|0\rangle$, $|1\rangle$, но и на соседние сверхтонкие подуровни, то более честно было бы учитывать распад отдельно в кубитные состояния и оставшиеся подуровни сверхтонкого расщепления основного состояния. Однако, для расчета ошибки по такой схеме требуется численно моделировать систему дифференциальных уравнений с двумя сильно отличающимися характерными частотами - двухфотонной частотой Раби и отстройкой от промежуточного состояния. Такие вычисления занимают очень много времени, а хочется получить лишь оценку ошибки из-за спонтанного распада, поэтому кажется разумным ограничиться формулой 18.

Посчитаем ошибку из-за спонтанного распада от радиуса перетяжки рамановского лазера и отстройки от промежуточного состояния. Мощность лазера, то есть однофотонные частоты Раби, будем считать фиксированной. При реализации однокубитного гейта одиночным импульсом ошибка из-за спонтанного распада равна

$$(1-F)_{sp} = \frac{1}{2}\frac{R}{\Omega_R} = \frac{\Gamma}{4\Delta}, \tag{58}$$

где $\Omega_R = \frac{\Omega^2}{2\Delta}$ – двухфотонная частота Раби. Ошибка для импульса BB1 в 5 раз больше за счёт большей длительности импульса

$$(1-F)_{sp} = \frac{5}{2}\frac{R}{\Omega_R} = \frac{5\Gamma}{4\Delta}. \tag{59}$$

Видно, что ошибка из-за спонтанного распада зависит только от отстройки от промежуточного состояния. Для $\Delta = 2\pi \times 50$ ГГц, $\Gamma = 2\pi \times 6$ МГц получаем ошибку из-за спонтанного распада для обычных импульсов и импульсов BB1 3×10^{-5} и 1.5×10^{-4} соответственно.

В результате моделирования нам бы хотелось найти значения отстройки от промежуточного состояния и радиуса перетяжки, которые дают наименьшую ошибку однокубитной операции.

Ясно, что при увеличении радиуса перетяжки точность операции будет расти, так как будет пропадать зависимость частоты Раби от температуры. Однако, также будет расти кроссток на соседних кубитах, так как рамановский лазер будет частично попадать на них и возбуждать осцилляции Раби. Чтобы найти оптимальные параметры эксперимента, будем считать суммарную ошибку из-за теплового движения и кросстока. Далее также учтём ошибку из-за спонтанного распада. Для моделирования используется метод Монте-Карло Тут надо расписать подробно метод Монте-Карло.

Сначала из многомерного нормального распределения генерируются случайные начальные координаты и скорости атома в оптическом пинцете, затем аналитически считаются траектории атома в оптическом пинцете в гармоническом приближении. Движение атома в оптическом пинцете приводит к изменению частоты Раби по закону

3.6 Результаты главы

4 Моделирование и оптимизация двухкубитных логических операций

Двухкубитные операции квантового компьютера на нейтральных атомах реализуются с помощью механизма ридберговской блокады, при которой два близко находящихся атома не могут быть возбуждены в ридберговское состояние одновременно. В работе моделируется двухфотонное возбуждение одиночных атомов в ридберговское состояние с учётом различных механизмов декогеренции: динамика атома в оптическом пинцете, эффект Доплера, спонтанный распад из промежуточного состояния [1], фазовые шумы лазера [2]. Результаты моделирования позволяют подобрать оптимальные параметры двухфотонного возбуждения и определить основные факторы, ограничивающие точность двухкубитных операций нашей установки.

4.1 Ридберговская блокада, нативный гейт CZ

Для того чтобы понять принцип реализации двухкубитных гейтов с помощью ридберговской блокады рассмотрим гамильтониан двух атомов с кубитными уровнями $|0\rangle$, $|1\rangle$ и дополнительным ридберговским уровнем $|r\rangle$. Будем одновременно светить на оба атома лазером резонансным с переходом $|1\rangle \leftrightarrow |r\rangle$. Гамильтониан такой системы в приближении вращающейся волны без учёта взаимодействия между атомами запишется как

$$\hat{H}_0 = \sum_{i=1,2} \frac{\Omega}{2} \left(e^{i\phi} |1_i\rangle \langle r_i| + e^{-i\phi} |r_i\rangle \langle i_i| \right) - \Delta |r_i\rangle \langle r_i| , \tag{60}$$

где $\Omega e^{i\phi}$ - частота Раби, Δ - отстройка от резонанса $|1\rangle \leftrightarrow |r\rangle$. Если нейтральные атомы находятся в кубитных состояниях $|0\rangle$, $|1\rangle$, либо в ридберговском состоянии $|r\rangle$ находится лишь один из атомов, то диполь-дипольным взаимодействием между ними можно пренебречь, так как расстояние между атомами составляет $r_0 = 3.4$ мкм, что сильно меньше характерного размера атома (порядка нескольких ангстремов). Если же оба атома одновременно находятся в высоковозбужденном ридберговском состоянии $|r\rangle$ с главным квантовым числом порядка $50-100$, то диполь-дипольное взаимодействие сильно вырастает. Скорость роста диполь-дипольного взаимодействия от расстояния между атомами $\vec{r}_0$ можно оценить следующим образом. Энергия взаимодействия двух классических точечных диполей равна

$$V_{dip} = \frac{\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2}{r_0^3} - 3\frac{\left(\vec{d}_1, \vec{r}_0\right)\left(\vec{d}_2, \vec{r}_0\right)}{r_0^5}. \tag{61}$$

Атом ^{87}Rb является водородоподобным, так как имеет один валентный электрон, то есть характерный размер атома (электронного облака) зависит от главного квантового числа как n^2 (боровские орбиты). Отсюда следует, что величина дипольного момента атома также растёт как n^2, то есть для величины диполь-дипольного взаимодействия получаем

$$V_{dip} \sim \frac{n^4}{r_0^3}. \tag{62}$$

В квантовом случае дипольные моменты атомов нужно заменить на соответствующие операторы дипольного момента. Для водородоподобных атомов среднее значение дипольного момента зануляется в силу определённой четности волновых функций [7] относительно инверсии координаты $\vec{r} \to -\vec{r}$. Пусть $\psi(\vec{r})$ - координатное представление некоторой собственной волновой функции с определённой четностью (чётная или нечётная относительно инверсии координаты), тогда среднее значение дипольного момента запишется как

$$\left\langle \hat{\vec{d}} \right\rangle = \langle\psi| \left(e\hat{\vec{r}}\right) |\psi\rangle = e \int_{\mathbb{R}^3} |\psi(\vec{r})|^2 \vec{r}\, d^3\vec{r}. \tag{63}$$

Видно, что под интегралом по всему пространству стоит произведение чётной функции $|\psi(\vec{r})|^2$ относительно инверсии координаты на нечётную $\vec{r}$, то есть среднее значение дипольного момента зануляется. Отсюда следует, что диполь-дипольное взаимодействие между нейтральными атомами в невырожденной теории возмущений проявляется только во втором порядке, то есть

$$V \sim V_{dip}^2 \sim \frac{n^8}{r_0^6}. \tag{64}$$

Так как диполь-дипольное взаимодействие проявляется только в случае когда оба атома находятся в ридберговском состоянии, то можно ввести оператор взаимодействия между двумя атомами как

$$\hat{V} = V \left|r_1\right\rangle \left\langle r_1\right| \otimes \left|r_2\right\rangle \left\langle r_2\right|. \tag{65}$$

Отсюда получается полный ридберговский гамильтониан как

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V} = \sum_{i=1,2} \left\{ \frac{\Omega}{2} \left(e^{i\phi} \left|1_i\right\rangle \left\langle r_i\right| + e^{-i\phi} \left|r_i\right\rangle \left\langle 1_i\right| \right) - \Delta \left|r_i\right\rangle \left\langle r_i\right| \right\} + V \left|r_1\right\rangle \left\langle r_1\right| \otimes \left|r_2\right\rangle \left\langle r_2\right|. \tag{66}$$

Видно, что гамильтониан никак не действует на атом в состоянии $|0\rangle$, то есть двухчастичное состояние $|00\rangle$ не эволюционирует. Для пар состояний $|01\rangle$, $|0r\rangle$ и $|10\rangle$, $|r0\rangle$ ридберговский гамильтониан сводится к одночастичному

$$\hat{H}_1 = \frac{\Omega}{2} \left(e^{i\phi} \left|1\right\rangle \left\langle r\right| + e^{-i\phi} \left|r\right\rangle \left\langle 1\right| \right) - \Delta \left|r\right\rangle \left\langle r\right|, \tag{67}$$

то есть наблюдаются обычные осцилляции Раби для переходов $|01\rangle \leftrightarrow |0r\rangle$ и $|10\rangle \leftrightarrow |r0\rangle$. Ситуация с состояниями $|11\rangle$, $|1r\rangle$, $|r1\rangle$, $|rr\rangle$ более интересна. Рассмотрим предел сильного ридберговского взаимодействия между атомами $V \gg \Omega, \Delta$. Такой режим как раз реализуется в нашей установке при расстоянии между атомами $r_0 = 3.4$ мкм. Посмотрим как гамильтониан действует на эти состояния по отдельности

$$
\begin{aligned}
\hat{H}\left|11\right\rangle &= \frac{\Omega}{2}e^{-i\phi}\left(\left|r1\right\rangle + \left|1r\right\rangle\right) = \frac{\sqrt{2}\Omega}{2}e^{-i\phi}\left|w\right\rangle, \\
\hat{H}\left|1r\right\rangle &= -\Delta\left|1r\right\rangle + \frac{\Omega}{2}e^{-i\phi}\left|rr\right\rangle + \frac{\Omega}{2}e^{i\phi}\left|11\right\rangle, \\
\hat{H}\left|w\right\rangle &= -\sqrt{2}\Delta\left|w\right\rangle + \frac{\sqrt{2}\Omega}{2}e^{-i\phi}\left|rr\right\rangle + \frac{\sqrt{2}\Omega}{2}e^{i\phi}\left|11\right\rangle, \\
\hat{H}\left|rr\right\rangle &= (V - 2\Delta)\left|rr\right\rangle + \frac{\sqrt{2}\Omega}{2}e^{i\phi}\left|w\right\rangle, \\
\left|w\right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|r1\right\rangle + \left|1r\right\rangle\right).
\end{aligned}
\tag{68}
$$

Таким образом, гамильтониан распадается на две части

$$
\begin{aligned}
\hat{H}_2 &= -\sqrt{2}\Delta\left|w\right\rangle\left\langle w\right| + \frac{\sqrt{2}\Omega}{2}\left(e^{i\phi}\left|11\right\rangle\left\langle w\right| + e^{-i\phi}\left|w\right\rangle\left\langle 11\right|\right), \\
\hat{H}_3 &= (V - 2\Delta)\left|rr\right\rangle\left\langle rr\right| + \frac{\sqrt{2}\Omega}{2}\left(e^{i\phi}\left|w\right\rangle\left\langle rr\right| + e^{-i\phi}\left|rr\right\rangle\left\langle w\right|\right).
\end{aligned}
\tag{69}
$$

Видно что получились стандартные гамильтонианы Раби для переходов $\left|11\right\rangle \leftrightarrow \left|w\right\rangle$ и $\left|w\right\rangle \leftrightarrow \left|rr\right\rangle$. При условии $V \gg \Delta, \Omega$ гамильтониан $\hat{H}_3$ соответствует случаю сильной отстройки от резонанса, то есть осцилляции Раби между состояниями $\left|w\right\rangle$ и $\left|rr\right\rangle$ не происходят. Отсюда получается, что можно оставить только гамильтониан H_2, то есть будут происходить осцилляции Раби между двухуровневой системой $\left|11\right\rangle$, $\left|w\right\rangle$. Физически это соответсвует тому, что одновременное возбуждение в ридберговское состояние требует дополнительной энергии V, то есть такой переход не идёт. Вместо этого в ридберговское состояние возбуждается лишь один атом, что в квантовом случае соответствует равновероятной суперпозиции $\left|1r\right\rangle$ и $\left|r1\right\rangle$. Этот эффект называется эффектом ридберговской блокады. Также можно отметить, что состояние $\left|w\right\rangle$ это максимально запутанное состояние Бэлла двух атомов в базисе $\left|1\right\rangle$, $\left|r\right\rangle$, то есть за счёт эффекта ридберговской блокады удаётся контроллируемым образом передать запутанность между двумя атомами. Осталось теперь перевести атомы в кубитный базис, сохранив заупатнность. Это можно сделать с помощью последовательности Levine-Pichler [15], которая реализует нативный CZ-гейт. На рисунке 18 показана схема последовательности Levine-Pichler, для её реализации требуется выставить следующие параметры [15]

$$
\begin{aligned}
&\Delta/\Omega = 0.377371, \\
&\xi = 3.90242, \\
&\Omega\tau = 4.29268.
\end{aligned}
\tag{70}
$$

Последовательность состоит из двух одинаковых импульсов с изменением фазы частоты Раби $\Omega \to \Omega e^{i\xi}$ между ними, в итоге получается гейт CZ в базисе $\left|00\right\rangle$, $\left|01\right\rangle$, $\left|10\right\rangle$, $\left|11\right\rangle$

$$
CZ = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.
\tag{71}
$$

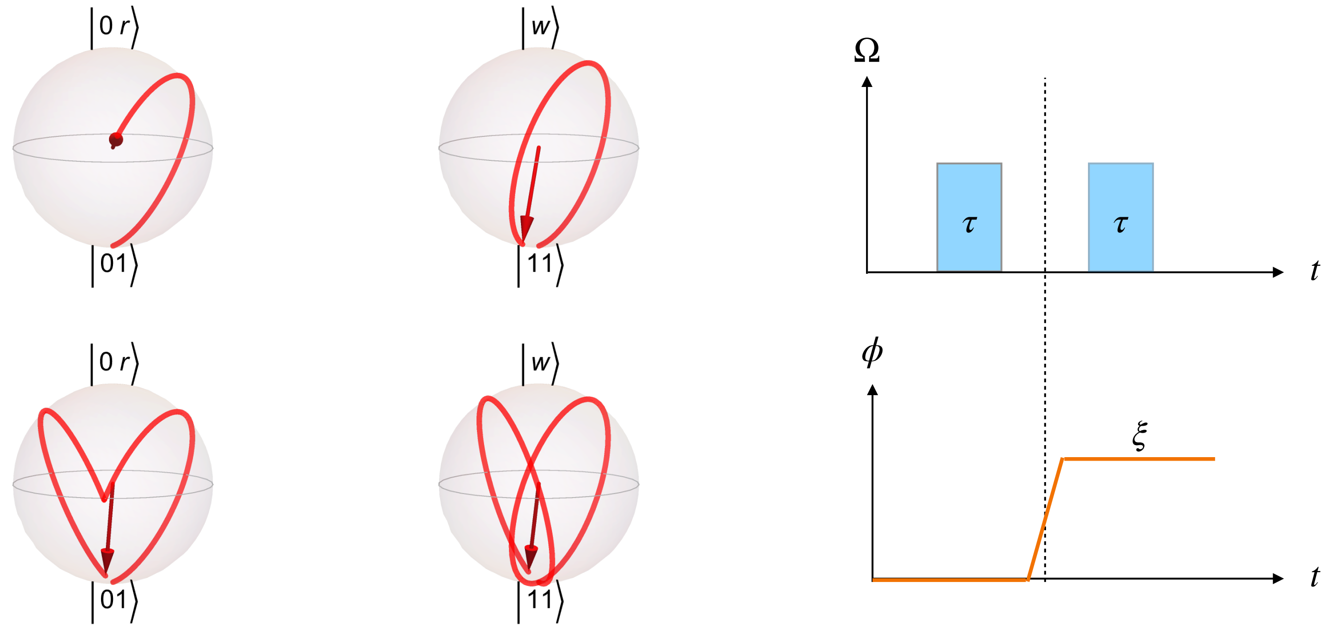

Рис. 18: Слева: состояние системы после первого и второго импульсов последовательности Levine-Pichler. Справа: последовательность Levine-Pichler состоит из двух импульсов длительности τ между которыми фаза лазера меняется на ξ.

Следует отметить, что был рассмотрен режим взаимодействия по Ван дер Ваальсу, также ридберговское взаимодействие можно организовать через Фёрстеровские резонансы (Förster resonance), которые получаются при рассмотрении вырожденной теории возмущений. Более подробное обсуждение этих вопросов, а также вычисление сил взаимодействия можно найти в статьях [14, 32, 33]. В работах [34, 35] наблюдается эффект ридберговской блокады, реализованной с помощью Фёрстеровских резонансов.

Для получения достоверных двухкубитных операций на основе эффекта ридберговской блокады требуется возбуждать атомы в ридберговское состояние с высокой точностью. Далее будут приведены результаты моделирования двухфотонного возбуждения в ридберговское состояние с учётом основных источников ошибок: теплового движения атома в оптическом пинцете, спонтанного распада из промежуточного состояния, фазовых шумов лазера, ошибок приготовления и измерения состояния.

4.2 Моделирование двухфотонного ридберговского возбуждения

Существуют работы [36], в которых производится однофотонное возбуждение в ридберговское состояние с помощью лазеров с длиной волны в глубоком ультрафиолете (100 – 300 нм), однако использование таких лазеров технически затруднительно. Возникают проблемы с износом оптического оборудования под воздействием УФ-излучения, отсутствием доступных мощных лазеров, быстрым затуханием излучения вне вакуума. Поэтому более популярным подходом является использование двухфотонного возбуждения в каскадной схеме с использованием вспомогательного промежуточного уровня (рис. 19). Такой подход используется в том числе в нашей установке.

Теоретическое описание такой трёхуровневой системы с точностью до переобозначений полно-

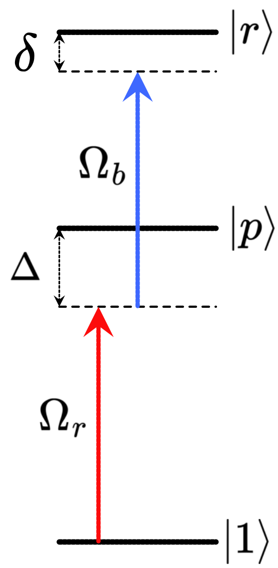

Рис. 19: Схема двухфотонного возбуждения в каскадной конфигурации трёхуровневой системы.

стью совпадает с расмотренными ранее двухфотонными рамановскими переходами в Λ-схеме [9, 10]. Гамильтониан системы в приближении вращающейся волны имеет вид

$$\hat{H} = -\Delta |p\rangle \langle p| - \delta |r\rangle \langle r| + \frac{\Omega_r}{2} \left(e^{i\phi_r} |1\rangle \langle p| + e^{-i\phi_r} |p\rangle \langle 1| \right) + \frac{\Omega_b}{2} \left(e^{i\phi_b} |p\rangle \langle r| + e^{-i\phi_b} |r\rangle \langle p| \right). \quad (72)$$

В нашем эксперименте используются кубитные состояния $|0\rangle = \left|5^2S_{1/2}, F = 2, m_F = 0\right\rangle$ и $|1\rangle = \left|5^2S_{1/2}, F = 2, m_F = 1\right\rangle$, промежуточный уровень $|p\rangle = \left|5^2P_{1/2}, F = 2, m_F = 1\right\rangle$ и ридберговское состояние $|r\rangle = \left|72^2S_{1/2}\right\rangle$. В схеме ридберговского возбуждения можно выделить следующие источники ошибок:

- динамика атома в оптическом пинцете и эффект Доплера,
- спонтанный распад из промежуточного состояния,
- ошибки измерения и приготовления состояния,
- фазовые шумы лазера,
- конечное время жизни ридберговского состояния,
- возбуждение в соседние ридберговские состояния,
- амплитудные шумы лазера,
- смещение оптических лучей,
- переотражение лазерных лучей,
- паразитные внешние поля.

Ошибки из-за амплитудных шумов лазера и смещения оптических лучей считаются несущественными, так как интенсивность и положение лазеров стабилизируются по дополнительной камере. Перекачка в соседние ридберговские состояния с другой проекцией полного момента

m_J [37] потенциально может происходить, но при сканировании частоты лазеров наблюдается только один двухфотонный резонанс. Конечное время жизни ридберговского состояния можно не учитывать, так как естественное время жизни состояния $|r\rangle = |72^2S_{1/2}\rangle$ при комнатной температуре составляет порядка 160 мкс [38], что для характерного периода ридберговских осцилляций 1 мкс даёт ошибку на уровне 0.5%. Паразитные электрические поля, вызывающие отстройку атома от резонанса за счёт штарковсих сдивгов (DC Stark shifts), компенсируются с помощью восьми электродов в октупольной конфигурации [39], расположенных вблизи атомного массива. Такая конфигурация полей позволяет компенсировать напряжения независимо по трём осям, сами поля измеряются по сдвигу ридберговского резонанса, который крайне чувствителен к электрическим полям [39]. При переотражении лазерных пучков в вакуумной камере может создаваться стоячая волна в районе атомного массива, что также служит потенциальным источником ошибок. Так как размер атома в ридберговском состоянии составляет порядка мкм, что по порядку совпадает с длиной волны лазерного излучения в оптическом диапазоне, то изменение электрического поля на масштабе атома за счёт образования стоячей волны потенциально может приводить к ошибкам. Этот механизм планируется изучить в дальнейшей работе, далее будут рассмотрены ошибки связанные с тепловым движением атома, фазовыми шумами лазера, спонтанным распадом из промежуточного состояния, а также приготовлением и измерением состояния.

4.2.1 Тепловое движение атома в оптическом пинцете

Моделирование ошибок двухфотонного возбуждения в ридберговское состояние отличается от ранее проделанного моделирования для рамановских однокубитных операций тем, что используется встречная конфигурация лазерных пучков, а также происходит выключение оптической ловушки на время проведения операции. Оптический пинцет выключается, так как в ридберговском состоянии потенциал ловушки становится отталкивающим (anti-trapping) за счёт изменения знака отстройки [16, 39, 40]. Этот эффект используется для детектирования возбуждения в ридберговское состояние по выбиванию атома из ловушки[39].

4.2.2 Спонтанный распад из промежуточного состояния

4.2.3 Фазовые шумы лазера

4.2.4 Ошибки приготовления и измерения состояния

4.3 Измерение параметров модели

4.3.1 Гетеродинное измерение спектра фазовых шумов лазеров

4.3.2 Измерение SPAM-ошибки

4.4 Улучшение двухкубитных вентилей за счёт flat-top пучков

4.5 Результаты главы

5 Заключение

5.1 Результаты работы

5.2 Планы по дальнейшей работе

Список литературы

[1] R. W. Gerchberg, "A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures", Optik **35**, 237—246 (1972).

[2] A. L. Gaunt и Z. Hadzibabic, "Robust Digital Holography For Ultracold Atom Trapping", Scientific Reports **2**, 721 (2012).

[3] P. Zupancic, P. M. Preiss, R. Ma, A. Lukin, M. E. Tai, M. Rispoli, R. Islam и M. Greiner, "Ultra-precise holographic beam shaping for microscopic quantum control", Opt. Express **24**, 13881—13893 (2016).

[4] A. Ashkin, "Optical Trapping and Manipulation of Neutral Particles Using Lasers", Opt. Photon. News **10**, 41 (1999).

[5] N. Schlosser, G. Reymond и P. Grangier, "Collisional Blockade in Microscopic Optical Dipole Traps", Phys. Rev. Lett. **89**, 023005 (2002).

[6] S. J. M. Kuppens, K. L. Corwin, K. W. Miller, T. E. Chupp и C. E. Wieman, "Loading an optical dipole trap", Phys. Rev. A **62**, 013406 (2000).

[7] Ю. М. Белоусов, "Квантовая механика. Нерелятивистская теория.", (2023).

[8] D. A. Steck, "Rubidium 87 D Line Data", (revision 2.2.2, 9 July 2021).

[9] M. Lukin, "Modern Atomic and Optical Physics II", (Notes last updated December 2016).

[10] D. A. Steck, "Quantum and Atom Optics", (revision 0.10.4, 10 May 2016).

[11] Л. Е. М. Ландау Лев Давидович, "Теоретическая физика: Учебное пособие в 10 т. Том 2: Теория поля.", (2022).

[12] J. Hines, M. Lu, R. K. Naik, A. Hashim, J.-L. Ville, B. Mitchell, J. M. Kriekebaum, D. I. Santiago, S. Seritan, E. Nielsen, R. Blume-Kohout, K. Young, I. Siddiqi, B. Whaley и T. Proctor, "Demonstrating Scalable Randomized Benchmarking of Universal Gate Sets", Physical Review X **13**, `10.1103/physrevx.13.041030` (2023).

[13] T. Proctor, K. Rudinger, K. Young, E. Nielsen и R. Blume-Kohout, "Measuring the capabilities of quantum computers", Nature Physics **18**, 75—79 (2022).

[14] D. Jaksch, J. I. Cirac, P. Zoller, S. L. Rolston, R. Côté и M. D. Lukin, "Fast Quantum Gates for Neutral Atoms", Phys. Rev. Lett. **85**, 2208—2211 (2000).

[15] H. Levine, A. Keesling, G. Semeghini, A. Omran, T. T. Wang, S. Ebadi, H. Bernien, M. Greiner, V. Vuleti ć, H. Pichler и M. D. Lukin, "Parallel Implementation of High-Fidelity Multiqubit Gates with Neutral Atoms", Phys. Rev. Lett. **123**, 170503 (2019).

[16] R. Grimm, M. Weidemüller и Y. B. Ovchinnikov, "Optical dipole traps for neutral atoms", (1999).

[17] C. Tuchendler, A. M. Lance, A. Browaeys, Y. Sortais и P. Grangier, "Energy distribution and cooling of a single atom in an optical tweezer", Physical Review A **78**, 033425 (2008).

[18] S. Krämer, D. Plankensteiner, L. Ostermann и H. Ritsch, "QuantumOptics. jl: A Julia framework for simulating open quantum systems", Computer Physics Communications **227**, 109—116 (2018).

[19] A. M. Kaufman, B. J. Lester и C. A. Regal, "Cooling a Single Atom in an Optical Tweezer to Its Quantum Ground State", Physical Review X **2**, `10.1103/physrevx.2.041014` (2012).

[20] J. D. Thompson, T. G. Tiecke, A. S. Zibrov, V. Vuletić и M. D. Lukin, “Coherence and Raman Sideband Cooling of a Single Atom in an Optical Tweezer”, Physical Review Letters **110**, 10.1103/physrevlett.110.133001 (2013).

[21] Y.-S. Chin, M. Steiner и C. Kurtsiefer, “Polarization gradient cooling of single atoms in optical dipole traps”, Phys. Rev. A **96**, 033406 (2017).

[22] D. Bluvstein, S. J. Evered, A. A. Geim, S. H. Li, H. Zhou, T. Manovitz, S. Ebadi, M. Cain, M. Kalinowski, D. Hangleiter, J. P. Bonilla Ataides, N. Maskara, I. Cong, X. Gao, P. Sales Rodriguez, T. Karolyshyn, G. Semeghini, M. J. Gullans, M. Greiner, V. Vuletić и M. D. Lukin, “Logical quantum processor based on reconfigurable atom arrays”, Nature **626**, 58—65 (2024).

[23] S. Friebel, C. D’Andrea, J. Walz, M. Weitz и T. W. Hänsch, “CO_2-laser optical lattice with cold rubidium atoms”, Phys. Rev. A **57**, R20—R23 (1998).

[24] T. A. Savard, K. M. O’Hara и J. E. Thomas, “Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps”, Phys. Rev. A **56**, R1095—R1098 (1997).

[25] C. W. Gardiner, J. Ye, H. C. Nagerl и H. J. Kimble, “Evaluation of heating effects on atoms trapped in an optical trap”, Phys. Rev. A **61**, 045801 (2000).

[26] R. Jáuregui, N. Poli, G. Roati и G. Modugno, “Anharmonic parametric excitation in optical lattices”, Physical Review A **64**, 10.1103/physreva.64.033403 (2001).

[27] Л. Е. М. Ландау Лев Давидович, “Теоретическая физика: Учебное пособие в 10 т. Том 1: Механика.”, (2021).

[28] S. Wimperis, “Broadband, Narrowband, and Passband Composite Pulses for Use in Advanced NMR Experiments”, Journal of Magnetic Resonance, Series A **109**, 221—231 (1994).

[29] S. Wimperis, “Composite pulses with rectangular excitation and inversion profiles”, Journal of Magnetic Resonance (1969) **83**, 509—524 (1989).

[30] S. Wimperis, “Broadband and narrowband composite excitation sequences”, Journal of Magnetic Resonance (1969) **86**, 46—59 (1990).

[31] B. T. Torosov и N. V. Vitanov, “Smooth composite pulses for high-fidelity quantum information processing”, Phys. Rev. A **83**, 053420 (2011).

[32] T. G. Walker и M. Saffman, “Consequences of Zeeman degeneracy for the van der Waals blockade between Rydberg atoms”, Phys. Rev. A **77**, 032723 (2008).

[33] I. I. Beterov и M. Saffman, “Rydberg blockade, Förster resonances, and quantum state measurements with different atomic species”, Physical Review A **92**, 10.1103/physreva.92.042710 (2015).

[34] Y. Chew, T. Tomita, T. P. Mahesh, S. Sugawa, S. de Léséleuc и K. Ohmori, “Ultrafast energy exchange between two single Rydberg atoms on a nanosecond timescale”, Nature Photonics **16**, 724—729 (2022).

[35] E. Urban, T. A. Johnson, T. Henage, L. Isenhower, D. D. Yavuz, T. G. Walker и M. Saffman, “Observation of Rydberg blockade between two atoms”, Nature Physics **5**, 110—114 (2009).

[36] K. Srakaew, P. Weckesser, S. Hollerith, D. Wei, D. Adler, I. Bloch и J. Zeiher, “A subwavelength atomic array switched by a single Rydberg atom”, Nature Physics **19**, 714—719 (2023).

[37] S. J. Evered, D. Bluvstein, M. Kalinowski, S. Ebadi, T. Manovitz, H. Zhou, S. H. Li, A. A. Geim, T. T. Wang, N. Maskara, H. Levine, G. Semeghini, M. Greiner, V. Vuletić и M. D. Lukin, “High-fidelity parallel entangling gates on a neutral-atom quantum computer”, Nature **622**, 268—272 (2023).

[38] I. I. Beterov, I. I. Ryabtsev, D. B. Tretyakov и V. M. Entin, "Quasiclassical calculations of blackbody-radiation-induced depopulation rates and effective lifetimes of Rydberg nS, nP, and nD alkali-metal atoms with $n \leq 80$", Phys. Rev. A **79**, 052504 (2009).

[39] L. Beguin, "Measurement of the van der Waals interaction between two Rydberg atoms.", PhD Thesis (Institut d'Optique Graduate School, 2013).

[40] S. de Léséleuc, D. Barredo, V. Lienhard, A. Browaeys и T. Lahaye, "Analysis of imperfections in the coherent optical excitation of single atoms to Rydberg states", Phys. Rev. A **97**, 053803 (2018).