Affine combination of splitting type integrators implemented with parallel computing methods

93.75 - Métodos Numéricos Avanzados | Noviembre 2019

Grupo 11

Grethe - Nagelberg - Gonzalez - Grabina

Contenido

- → Motivación
- → Metodología
- → Resultados
- → Conclusiones

Objetivo

- Implementación del método afín simétrico
- Comparar el cómputo en paralelo con el cómputo en serie

$$\frac{\partial \upsilon}{\partial t} + \upsilon \frac{\partial \upsilon}{\partial x} + \mu \frac{\partial^3 \upsilon}{\partial x^3}$$

Ecuación de **Korteweg–de Vries (KDV)**

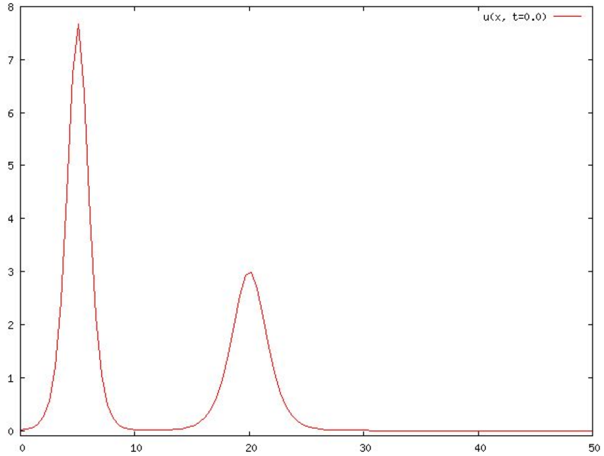
El problema

Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales semilineales

- Se utilizan para establecer modelos en ciencia y tecnología
- Vinculan a las magnitudes con sus tasas de variación respecto de direcciones parciales específicas
- En muchos casos es difícil obtener respuestas exactas

Ejemplo: ecuación de Korteweg–de Vries

- Describe la propagación de ondas solitarias en la superficie del agua



La solución

Spectral Splitting Methods

- Consisten en operar la ecuación a partir de las transformadas discretas de Fourier
- Se separa la ecuación en dos subproblemas
  - Parte lineal
  - Parte no lineal
- Se obtiene una aproximación de la solución aplicando sucesivamente ambos

Metodología

- Base del código tomado del contenido de la cátedra
- Se resuelve la ecuación mediante Lie-Trotter
- Se implementó el *método afín simétrico*
  - Capaz de parametrizar distintos órdenes de resolución
  - Posibilidad de paralelizar
- Técnicas de paralelizamiento utilizando la última versión del estandar MPI
- Estimamos errores locales a partir de la diferencia entre la aproximación obtenida con un orden y su consecutivo

Exactitud y su relación con los órdenes

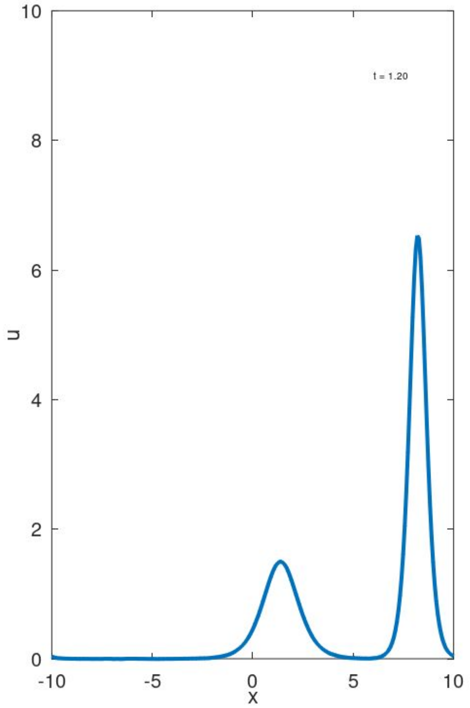
A medida que incrementamos el orden

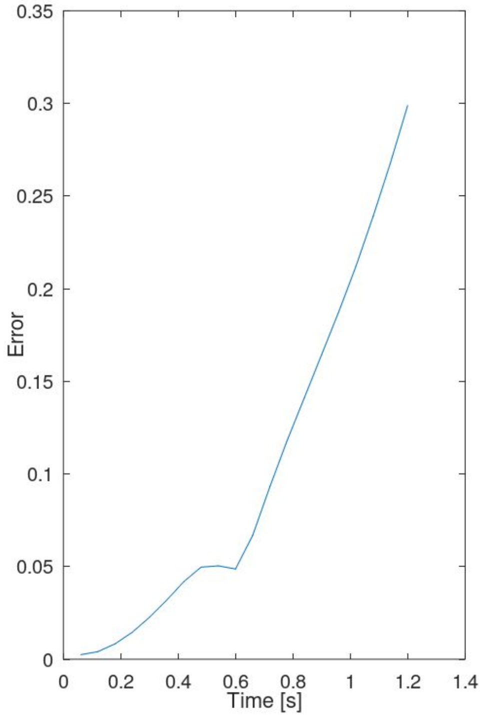
- El procesamiento es mayor
- El error es menor

Para ver esto, tomamos el error como:

$$Error = \left|(\varphi_{S,q} - \varphi_{S,q+1})\right|_{\infty}$$

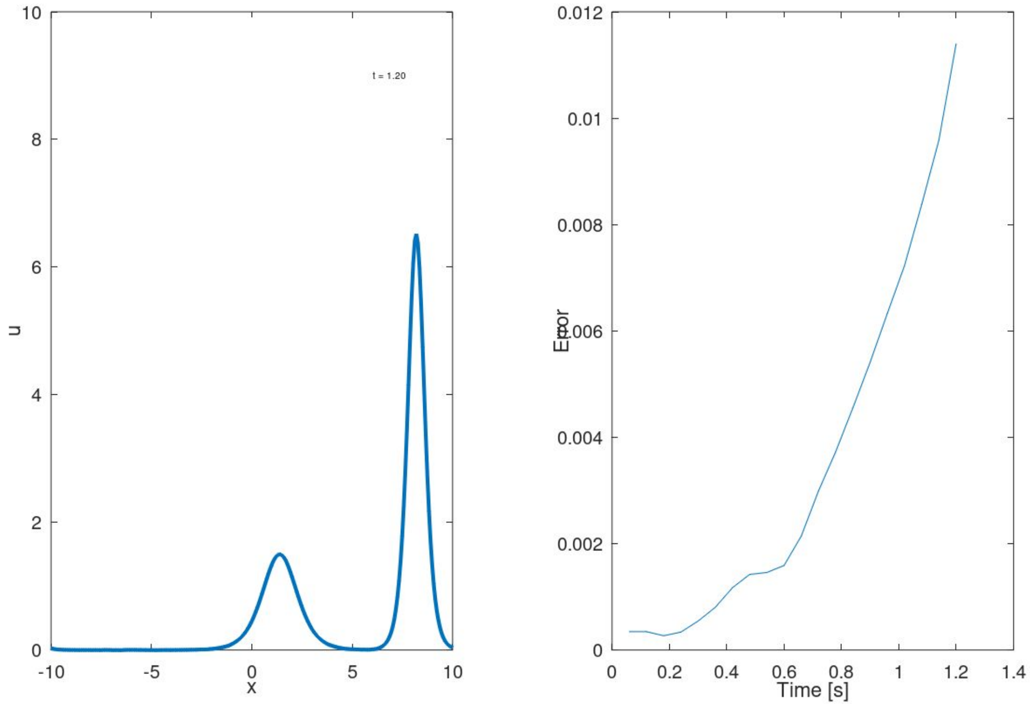
Resultados - Exactitud y su relación con los órdenes





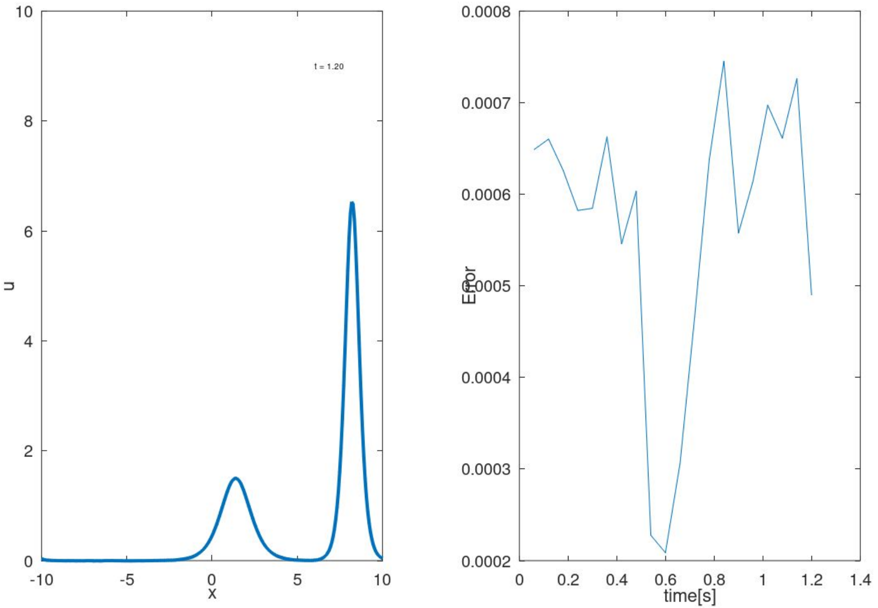
Diferencia punto a punto entre **órdenes 2 y 6**

Resultados - Exactitud y su relación con los órdenes



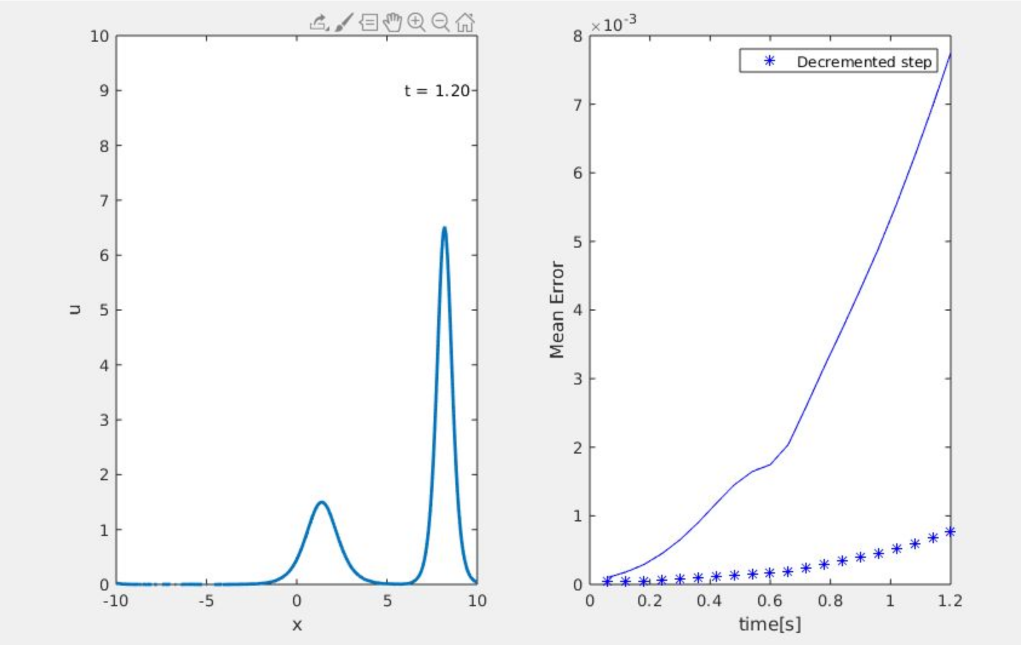
Diferencia punto a punto entre **órdenes 4 y 6**

Comparación con otros métodos



Diferencia punto a punto entre **orden 2 y Strang**

Comparación con distinto paso

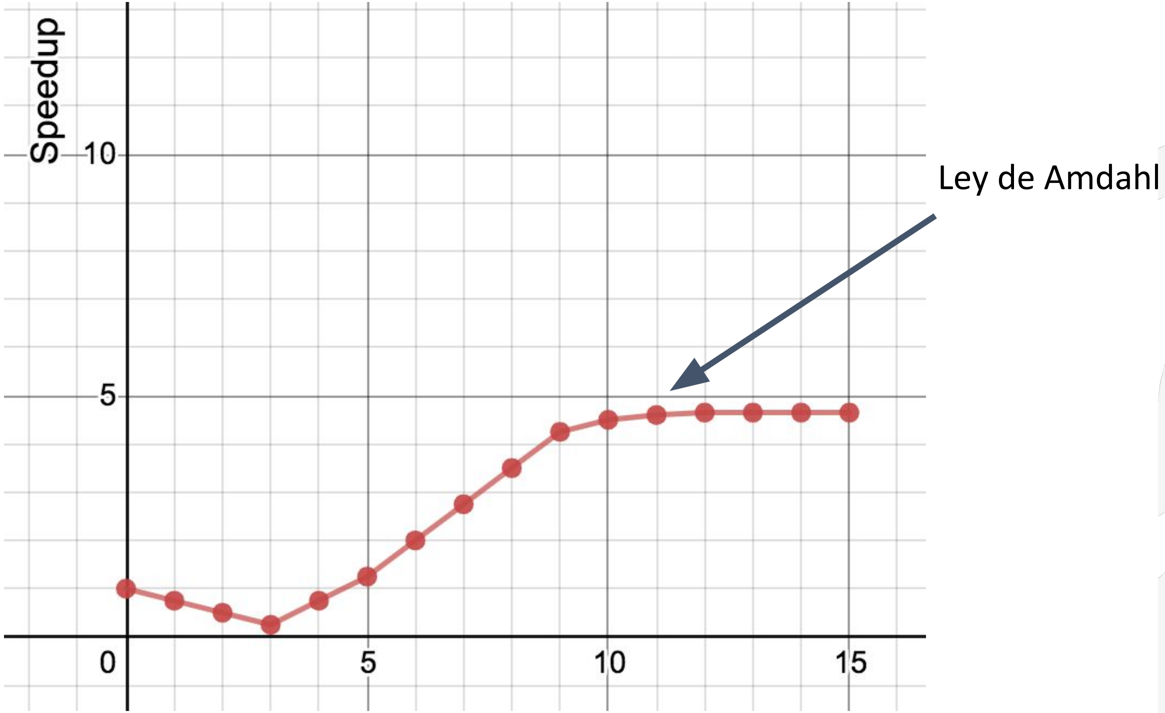


Diferencia punto a punto en orden 4 con paso de la cátedra (línea continua) y paso 5 veces menor (línea con asteriscos)

Speedup según el orden

- Manteniendo una cantidad fija de procesadores **(4)** ejecutamos la función hasta el **orden 6**
- A medida que subió el orden, el tiempo de ejecución fue peor

Resultados - Speedup según el orden



Comportamiento esperado del Speedup

Conclusiones

1. **A medida que incrementamos el orden de ejecución del algoritmo, la precisión aumenta.**
2. **Con un step menor se obtiene un error mas chico pero el tiempo de procesamiento incrementa.**
3. La posibilidad que nos da el algoritmo de realizar cómputos en paralelo brinda una mejora importante para órdenes elevados, pues para órdenes bajos empeora.
4. Idealmente habría que correr el método en cuestión en un cluster para poder apreciar las mejoras de performance de una mejor manera.
5. De igual forma en la que se comporta gran cantidad de los recursos informáticos, no siempre “más”, es mejor. Hay un punto en el cual ya no conviene paralelizar (Ley de Amdahl).

Conclusiones

1. A medida que incrementamos el orden de ejecución del algoritmo, la precisión aumenta.
2. **La posibilidad que nos da el algoritmo de realizar cómputos en paralelo brinda una mejora importante para órdenes elevados, pues para órdenes bajos empeora.**
3. Idealmente habría que correr el método en cuestión en un cluster para poder apreciar las mejoras de performance de una mejor manera.
4. De igual forma en la que se comporta gran cantidad de los recursos informáticos, no siempre “más”, es mejor. Hay un punto en el cual ya no conviene paralelizar (Ley de Amdahl).

Conclusiones

1. A medida que incrementamos el orden de ejecución del algoritmo, la precisión aumenta.
2. La posibilidad que nos da el algoritmo de realizar cómputos en paralelo brinda una mejora importante para órdenes elevados, pues para órdenes bajos empeora.
3. **Idealmente habría que correr el método en cuestión en un cluster para poder apreciar las mejoras de performance de una mejor manera.**
4. De igual forma en la que se comporta gran cantidad de los recursos informáticos, no siempre "más", es mejor. Hay un punto en el cual ya no conviene paralelizar (Ley de Amdahl).

Conclusiones

1. A medida que incrementamos el orden de ejecución del algoritmo, la precisión aumenta.
2. La posibilidad que nos da el algoritmo de realizar cómputos en paralelo brinda una mejora importante para órdenes elevados, pues para órdenes bajos empeora.
3. Idealmente habría que correr el método en cuestión en un cluster para poder apreciar las mejoras de performance de una mejor manera.
4. **De igual forma en la que se comporta gran cantidad de los recursos informáticos, no siempre "más", es mejor. Hay un punto en el cual ya no conviene paralelizar (Ley de Amdahl).**

Muchas Gracias

Grupo 11

Bibliografía

Cooley J. W. Tukey J. W. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. Math. Comput., 19:297–301, 1965.

Trotter H.F. On the product of semigroups of operators. 10:545–551, 1959. Proc. Amer. Math. Soc.

Alvarez A. Rial D. Affine combination of splitting type integrators implemented with parallel computing methods. International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering, 9(2):146–149, 2015.

Merson R. H. An operational method for the study of integration processes. Proc. Symp. Data Processing , Weapons Res. Establ. Salisbury, I:110–125, 1957.

Trefethen L.N. Kassam A.K. Fourt order time stepping for stiff PDE's., volume 26 No 4 pages: 1214-1233. SIAM J. SCI Comput., 2005.

Neri F. Lie algebras and canonical integration. Department of Physics report, University of Maryland, pages 1489–1500, 1987.

Ruth R. D. A canonical integration technique. IEEE Transactions on Nuclear Science, NS 30(4):2669–2671, 1983.

Strang G. Accurate partial difference methods ii: Non-Linear problems. Numerische Math., 6:37–46, 1963.

Farrés A. Laskar J. Blanes S. Casas F Makazaga J. Murua A. High precision symplectic integrators for the Solar System. Springer Verlag Netherlands ISSN 0923-2958 DOI https://doi.org/10.1007/s10569-013-9479-6, 2013.