2. Digitale Codierung und Übertragung

2.1 Informationstheoretische Grundlagen

2.1.1 Abtasttheorem

2.1.2 Stochastische Nachrichtenquelle, Entropie, Redundanz

2.2 Verlustfreie universelle Kompression

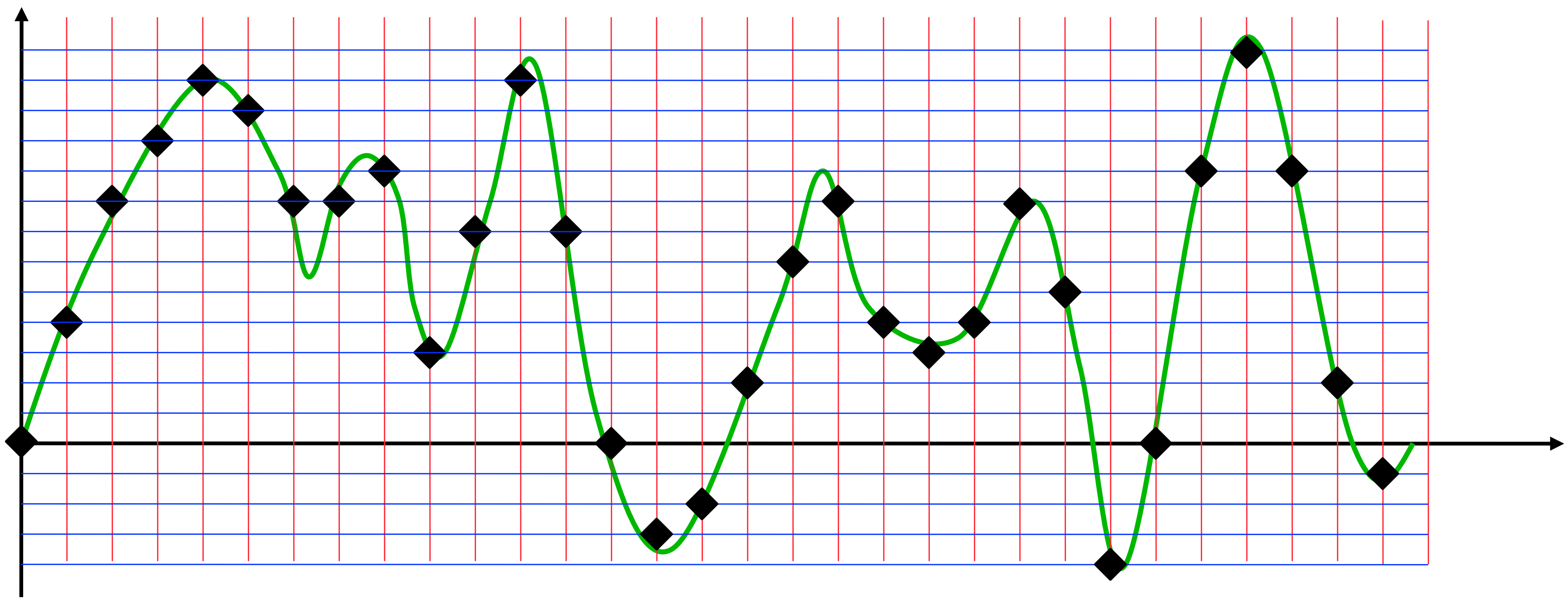
Siehe auch Medieninformatik-Buch Kapitel 2

Weiterführende Literatur zum Thema Informationstheorie:

Taschenbuch Medieninformatik Kapitel 2

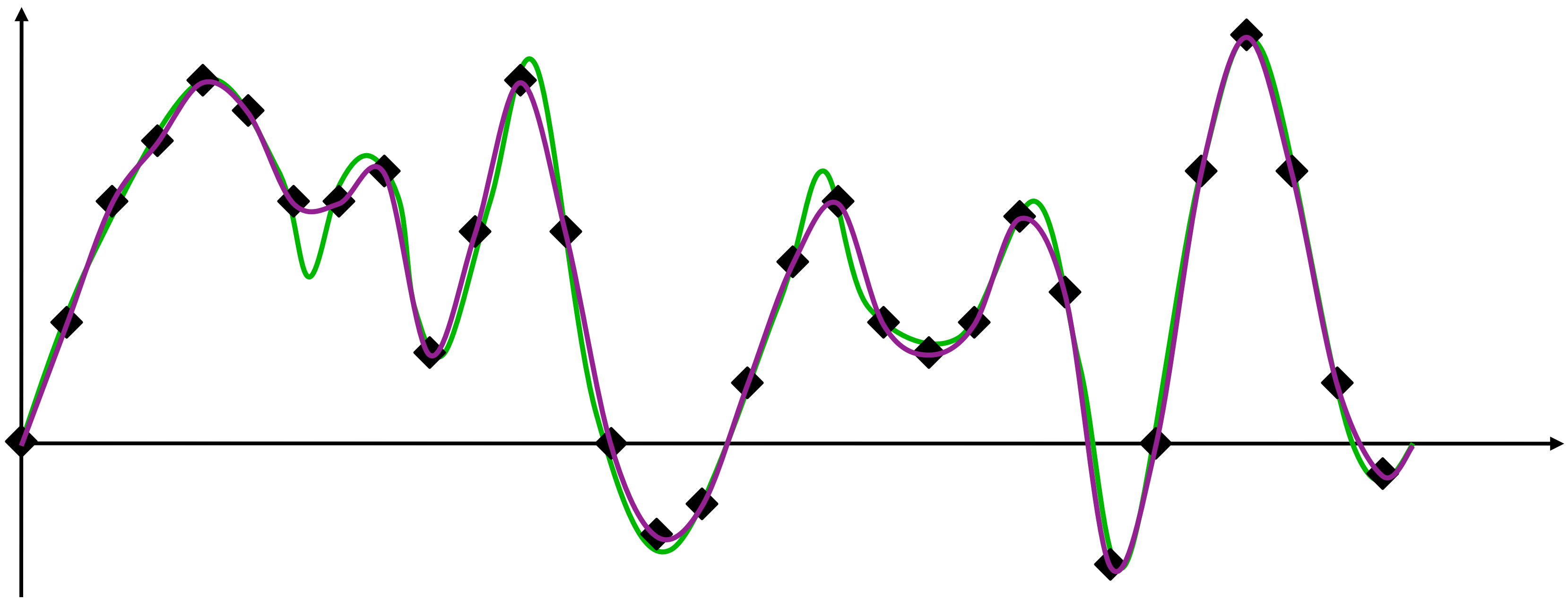
Herbert Klimant, Rudi Piotraschke, Dagmar Schönfeld: Informations- und Kodierungstheorie, Teubner 2003

Digitalisierungsfehler (Wiederholung)



- Durch zu grobe Raster bei Diskretisierung und Quantisierung entstehen *Digitalisierungsfehler.*

Digitalisierungsfehler



- Fehlerklassen:
  - Zu grobe Quantisierung: Schlechtere Darstellung von Abstufungen
  - Zu grobe Diskretisierung, d.h. Fehler in der Abtastrate: Zusammenhang schwerer zu verstehen; führt zu gravierenden Fehlern!

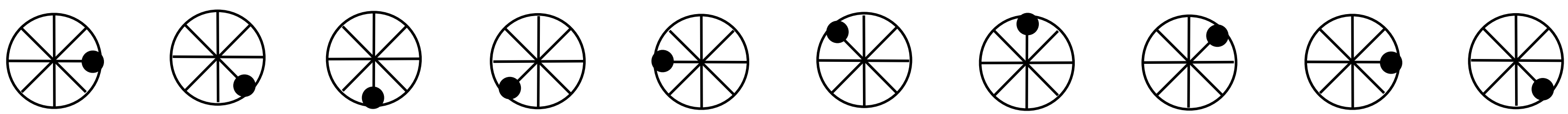
Abtastrate: Einführendes Beispiel

Warum drehen sich in Kinofilmen die Räder von Kutschen oft scheinbar rückwärts? http://www.youtube.com/watch?v=0jL5qxx-cWI

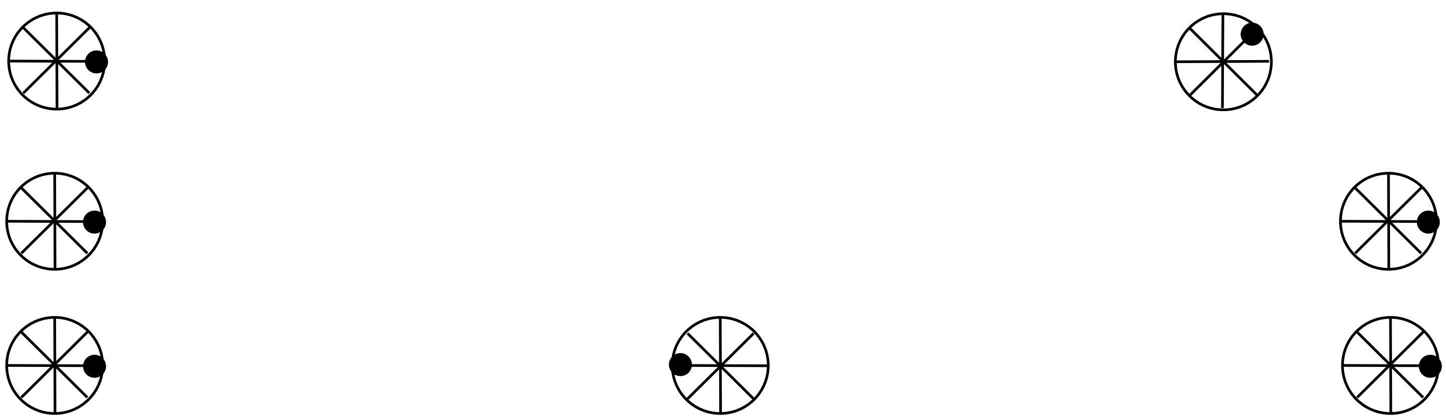
Abtastrate: Einführendes Beispiel

Warum drehen sich in Kinofilmen die Räder von Kutschen oft scheinbar rückwärts?

Rad (über die Zeit):



Aufnahmen (über die Zeit):



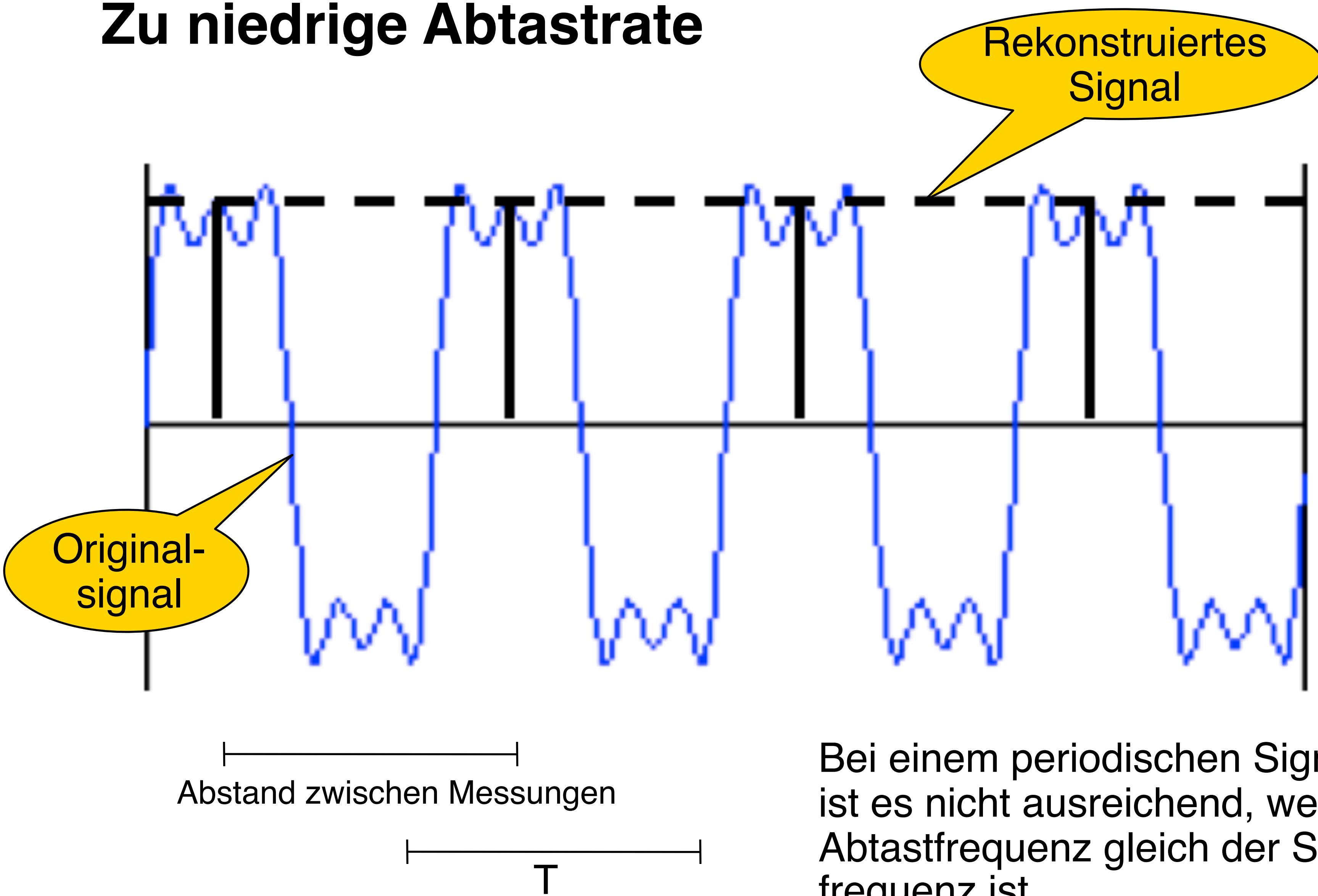
Frequenz

- Die Frequenz ist ein Maß für die Häufigkeit eines wiederkehrenden Ereignisses
- Maßeinheit:
  - *Hertz*, 1 Hz = 1/s
  - 1 Hz bedeutet einmal pro Sekunde
- Wiederkehr
  - Länge des Signalverlaufs bis zum Beginn der nächsten Wiederholung
  - Wellenlänge bei einer Sinusfunktion
  - Wiederkehr T bei gegebener Frequenz f:

$$T = \frac{1}{f}$$

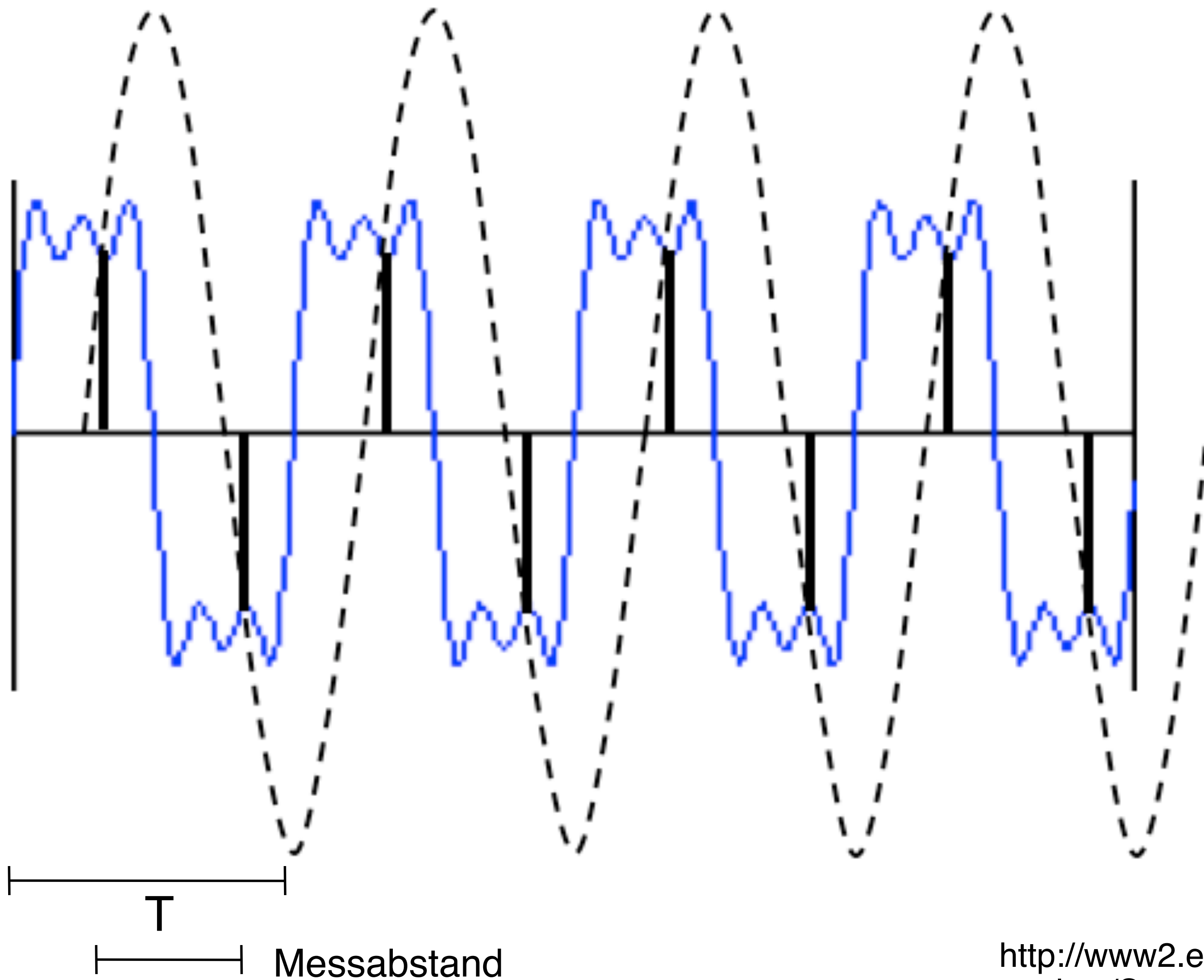
Hier zeitabhängige Signale – aber übertragbar auf raumabhängige Signale

Zu niedrige Abtastrate



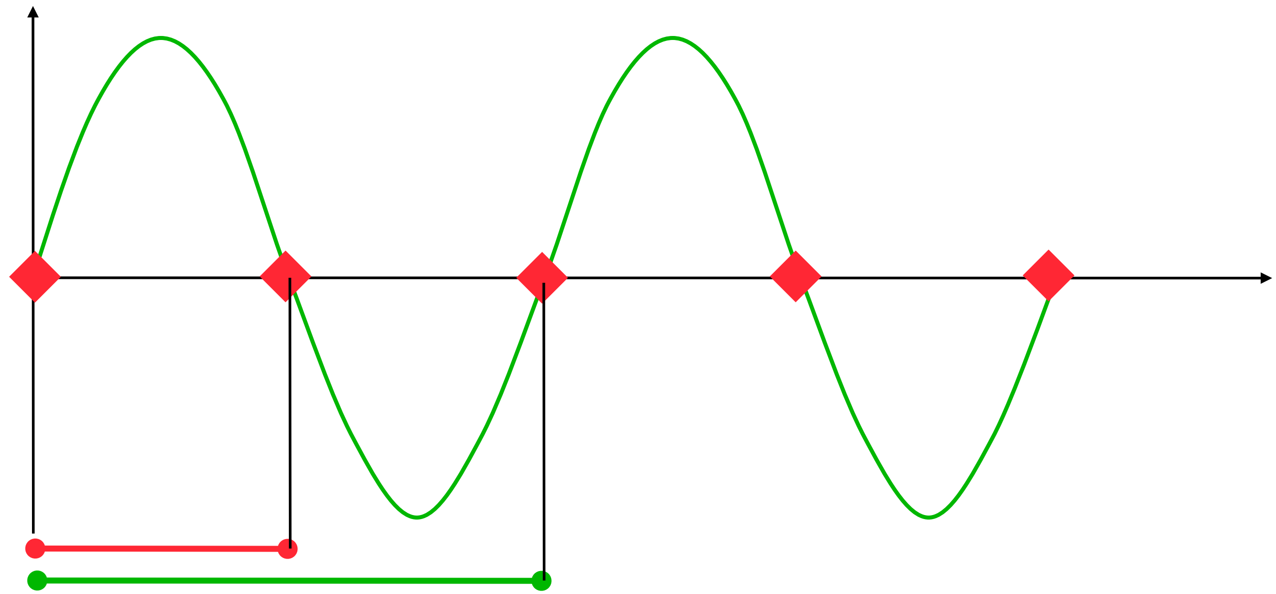
Bei einem periodischen Signal ist es nicht ausreichend, wenn die Abtastfrequenz gleich der Signalfrequenz ist.

Immer noch zu niedrige Abtastrate



http://www2.egr.uh.edu/~glover/applets/Sampling/Sampling.html

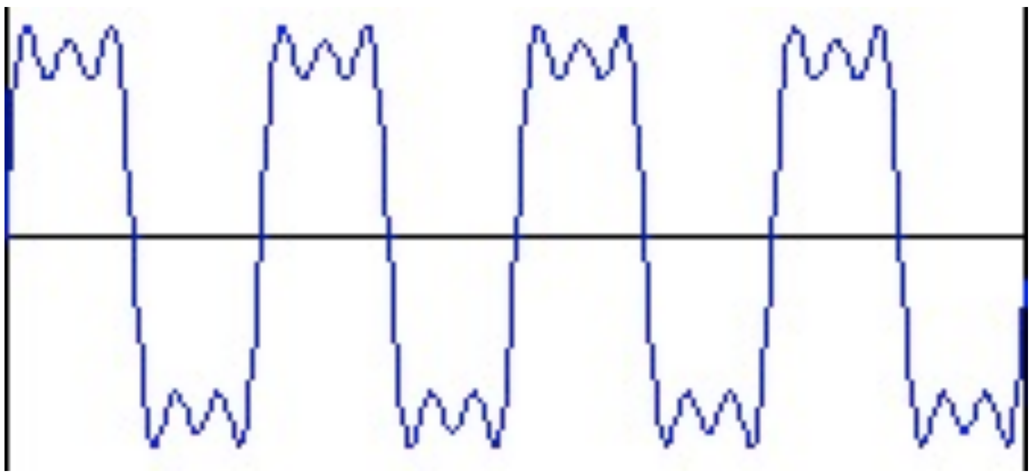
Wie groß muss die Abtastrate sein?



- Bei der doppelten Abtastrate gegenüber einer Sinus-Signalfrequenz ist die Abtastung „noch“ nicht korrekt.
- Mindestabtastung: Mehr als doppelte Frequenz im Vergleich zur Frequenz eines reinen Sinus-Signals

Bandbegrenzung

- Reale Signale bestehen immer aus einer Überlagerung von Signalanteilen verschiedener Frequenzen
- „Bandbreite“ = Bereich der niedrigsten und höchsten vorkommenden Frequenzen
  - Untere Grenzfrequenz
  - Obere Grenzfrequenz
- Grundfrequenz = Frequenz der Wiederholung des Gesamtsignals (bei periodischen Signalen)



Beispiel:

Überlagerung von Signalen mit 50 Hz (Grundfrequenz), 100 Hz und 150 Hz

Abtasttheorem

Nach Harry Nyquist (1928) oft auch Nyquist-Theorem genannt.
(Beweis von Claude Shannon)

Wenn eine Funktion

mit höchster vorkommender Frequenz f_g (Bandbegrenzung)

mit einer Abtastrate f_S abgetastet wird, so dass

$$f_S > 2 * f_g \ ,$$

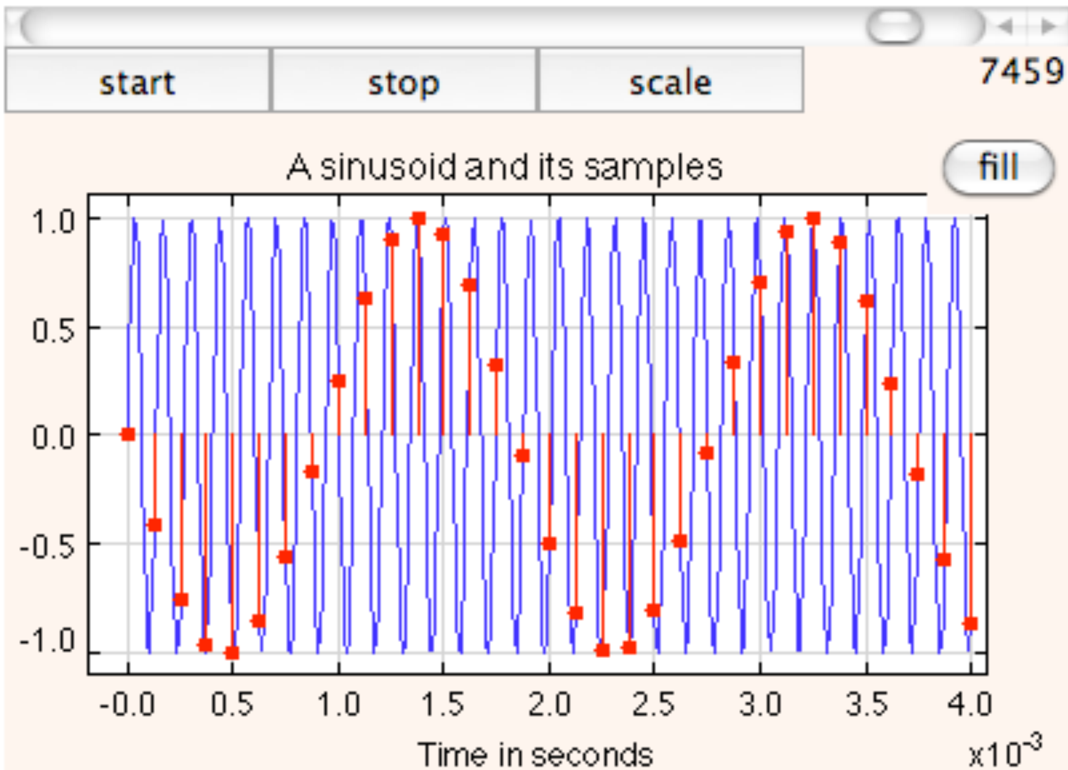
dann kann die Funktion eindeutig aus den Abtastwerten rekonstruiert werden.

Praktisches Beispiel: Abtastrate für Audio-CDs ist 44,1 kHz

(eindeutige Rekonstruktion von Signalen bis ca. 22 kHz)

Aliasing: Audio-Beispiel

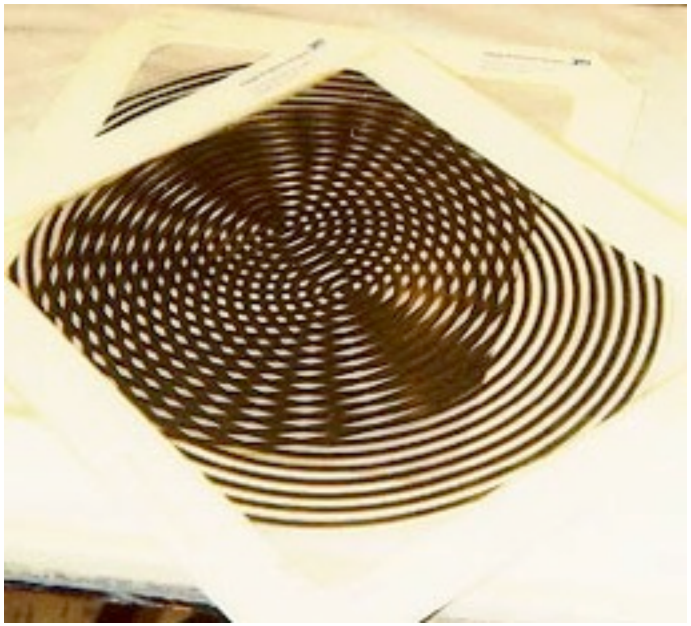
- Bei einer nicht genügend hohen Abtastrate entstehen Fehlinterpretationen der hochfrequenten Signalanteile *(Aliasing)*
- Beispiel Audio: Hohe Töne werden als tiefe Töne rekonstruiert.



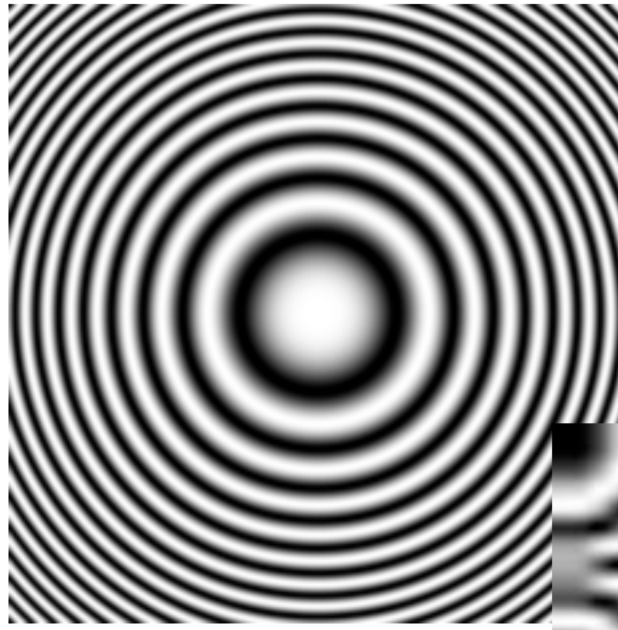
http://www.aw-bc.com/lee_varaiya/protected/week13/aliasing.html

Aliasing: Bildbeispiele

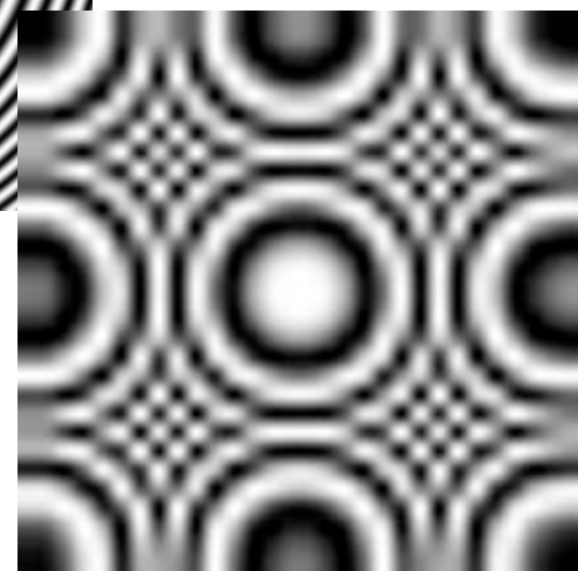
Bei Bildern liefert unzureichende Abtastung sogenannte *Moiré-Effekte.*



Moiré-Muster durch Überlagerung von Ringmustern (physics.uiuc.edu)

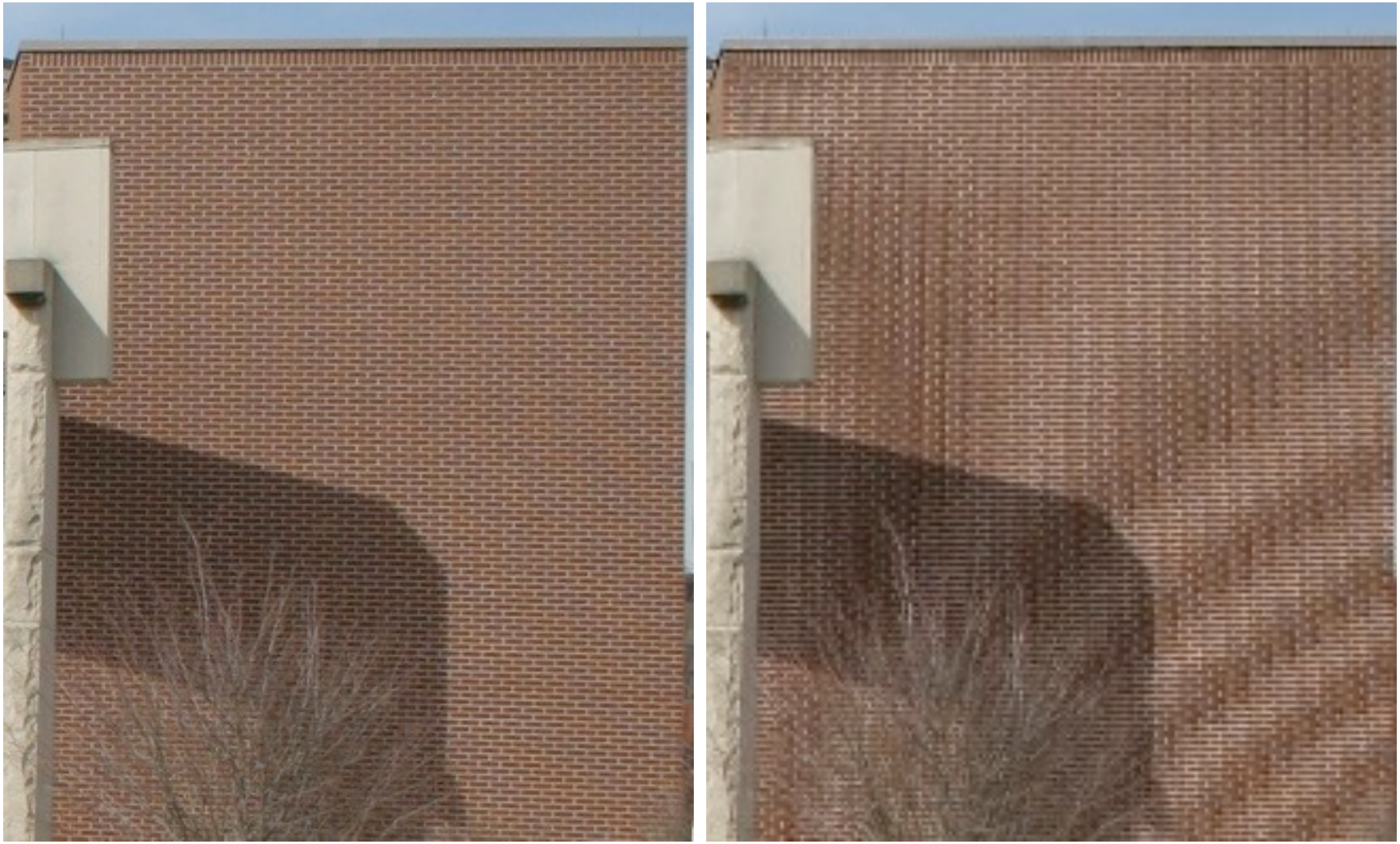


"Fresnel-Zonenplatte"



abgetastet mit 30 Punkten je Kante und rekonstruiert

Moiré im Foto



Quelle:Wikipedia

Vermeidung von Aliasing: Filterung

- Vor digitaler Abtastung: Nyquist-Bedingung sicherstellen!
- Wenn höherfrequente Anteile ($\geq 1/2\ f_S$) vorhanden,
  - Entfernen!
- Filterung
  - Bei Bildern und Ton anwendbar
- Anwendungsbeispiele:
  - Hochauflösendes Bild soll neu abgetastet werden
  - Signal aus einem Tongenerator soll abgetastet werden (z.B. Sägezahnsignal)

Wie perfekt ist die Rekonstruktion?

- Das Nyquist-Theorem ist ein mathematisches Theorem.
  - ***Keinerlei Verlust*** bei Rekonstruktion innerhalb der angegebenen Rahmenbedingungen
- Mathematische Rekonstruktion mit „idealem Tiefpass"
  - Siehe später!
- Praktische Rekonstruktion
  - Zum Teil sehr aufwändige Systeme für optimale Anpassung an Wahrnehmungsphysiologie
- Praktisches Beispiel:
  - Vergleich der Klangqualität von CD-Spielern (an der gleichen Stereoanlage)

2. Digitale Codierung und Übertragung

2.1 Informationstheoretische Grundlagen

2.1.1 Abtasttheorem

2.1.2 Stochastische Nachrichtenquelle, Entropie, Redundanz

2.2 Verlustfreie universelle Kompression

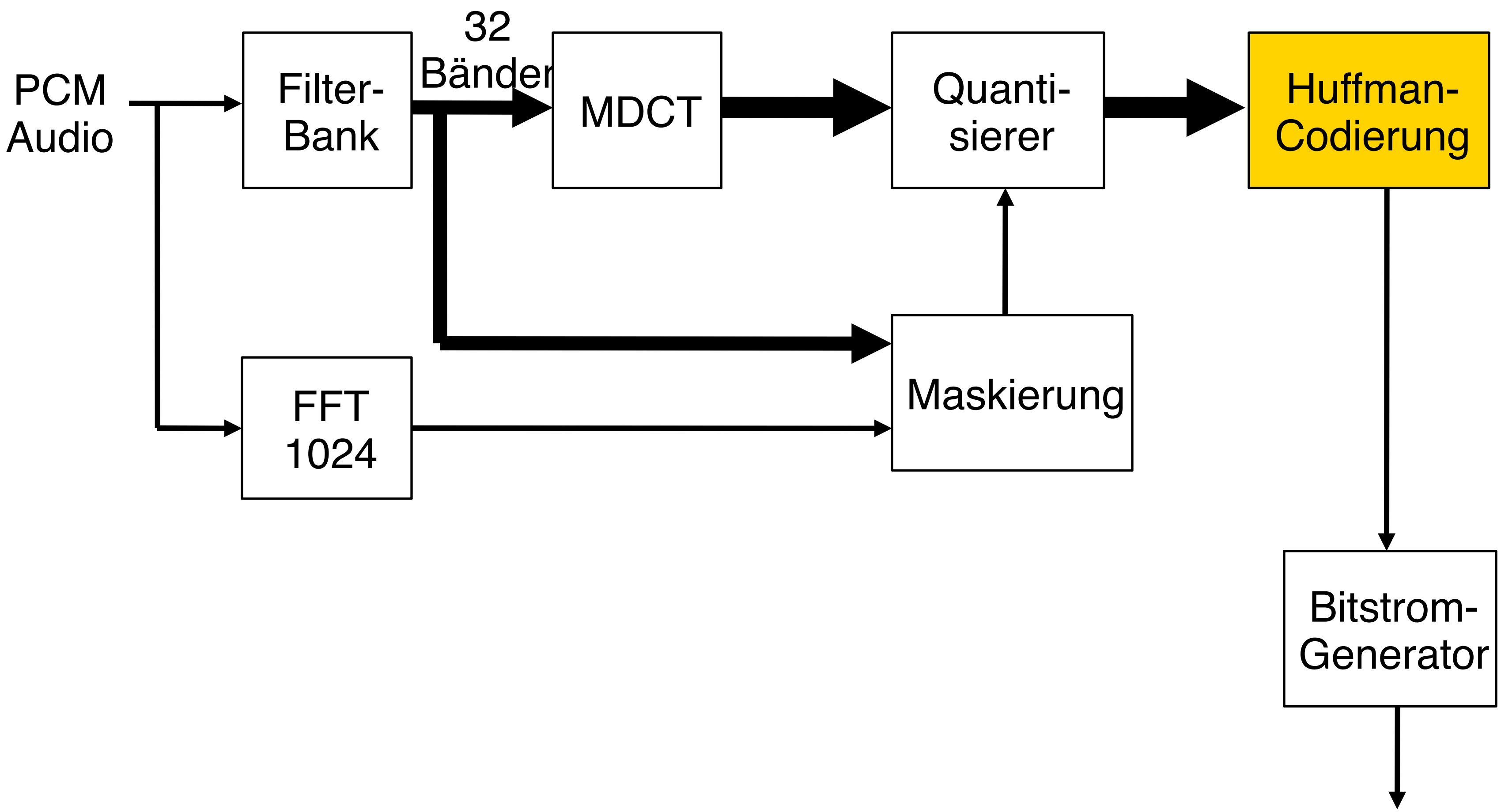
Weiterführende Literatur zum Thema Informationstheorie:

Taschenbuch Medieninformatik Kapitel 2

Herbert Klimant, Rudi Piotraschke, Dagmar Schönfeld: Informations- und Kodierungstheorie, Teubner 2003

Einschub: Motivation für Informationstheorie

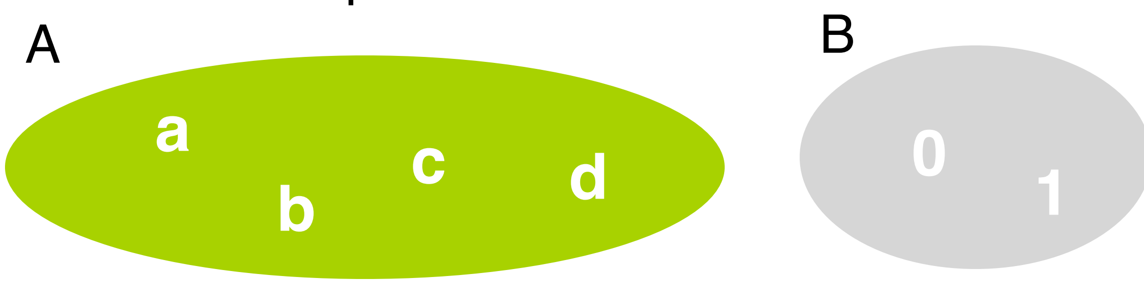
- Aufbau eines MPEG-Layer III (MP3) Encoders
  - Details siehe später!



Stochastische Informationstheorie: Zeichenvorrat und Codierung

- Ein *Zeichenvorrat* ist eine endliche Menge von *Zeichen*.
- Eine Nachricht (im Zeichenvorrat A) ist eine Sequenz von Zeichen aus A
- Seien A und B Zeichenvorräte.
  Eine *Codierung c* ist eine Abbildung von Nachrichten in A auf Nachrichten in B.

  $c: A \to B^*$ (*B^** : Zeichenreihen über *B*)
- Wir beschränken uns meist auf *binäre* Codierungen, d.h. B = { 0, 1 }
- *Informationstheorie* (nach *Shannon*) betrachtet die Häufigkeit des Auftretens bestimmter Zeichen(folgen) in den Nachrichten einer Nachrichtenquelle.



Beispiel:

abca $\to$ 00011000

ddc $\to$ 111110

Entropie (1)

- Annahme *Stochastische Nachrichtenquelle:* Wir kennen die Häufigkeitsverteilung der Zeichen in den Nachrichten.
- *Entscheidungsgehalt* (*Entropie*) der Nachrichtenquelle:
  - Wie viele Ja/Nein-Entscheidungen (x_a) entsprechen dem Auftreten eines Einzelzeichens (a)?
  - Eine Ja/Nein-Entscheidung = 1 „bit“
- Beispiele:

Quelle 1

Zeichen a	A	B	C	D
Häufigk. p_a	1	0	0	0
x_a	0	-	-	-

Quelle 2

Zeichen a	A	B	C	D
Häufigk. p_a	0.25	0.25	0.25	0.25
x_a	2	2	2	2

p_a = Häufigkeit

x_a = Zahl der Entscheidungen

$$2^{x_a} = 1/p_a$$

$$x_a = \mathrm{ld}\,(1/p_a)$$

(ld = Logarithmus zur Basis 2)

Entropie (2)

Durchschnittlicher Entscheidungsgehalt je Zeichen: *Entropie H*

$$H = \sum_{a \in A} p_a \, ld\left(\frac{1}{p_a}\right)$$

mit x_a = ld $(1/p_a)$: $H = \sum_{a \in A} p_a x_a$

Quelle 1

Zeichen *a*	A	B	C	D
Häufigk. p_a	1	0	0	0
x_a	0	-	-	-

$H = 0$

Quelle 2

Zeichen *a*	A	B	C	D
Häufigk. p_a	0.25	0.25	0.25	0.25
x_a	2	2	2	2

$H = 2$

Quelle 3

Zeichen *a*	A	B	C	D
Häufigk. p_a	0.5	0.25	0.125	0.125
x_a	1	2	3	3

$H = 1.75$

Entropie ist Maß für „Unordnung“, „Zufälligkeit“

Wortlängen und Redundanz

- Eine (Binär-)Codierung der Nachrichten einer stochastischen Nachrichtenquelle ergibt eine *durchschnittliche Wortlänge L*.

$$\boxed{L = \sum_{a \in A} p_a \left| c(a) \right|}$$

Quelle 2

Zeichen *a*	A	B	C	D
Häufigk. p_a	0.25	0.25	0.25	0.25
Code *c(a)*	00	01	10	11

$H = 2$
$L = 2$

Quelle 3

Zeichen *a*	A	B	C	D
Häufigk. p_a	0.5	0.25	0.125	0.125
Code *c(a)*	00	01	10	11

$H = 1.75$
$L = 2$

- $\boxed{\textit{Redundanz} = L - H}$
- Redundanz ist ein Maß für die Güte der Codierung: möglichst klein!

Optimale Codierung

- Eine Codierung ist *optimal*, wenn die Redundanz 0 ist.
- Durch geeignete Codierung (z.B. Wortcodierung statt Einzelzeichencodierung) kann man die Redundanz beliebig niedrig wählen.
- Redundanz ermöglicht andererseits die Rekonstruktion fehlender Nachrichtenteile!
  - B ispi l: Natürlich Sprach
  - Beispiel: Fehlererkennende und -korrigierende Codes (z.B. Paritätsbits)

Quelle 3

Zeichen *a*	A	B	C	D
Häufigk. p_a	0.5	0.25	0.125	0.125
Code *c(a)*	00	01	10	11

$H =$ 1.75
$L =$ 2

Quelle 3

Zeichen *a*	A	B	C	D
Häufigk. p_a	0.5	0.25	0.125	0.125
Code *c'(a)*	0	10	110	111

$H =$ 1.75
$L =$ 1.75

2. Digitale Codierung und Übertragung

2.1 Informationstheoretische Grundlagen

2.2 Verlustfreie universelle Kompression

Weiterführende Literatur zum Thema Kompression:

Taschenbuch Medieninformatik Kapitel 2

Herbert Klimant, Rudi Piotraschke, Dagmar Schönfeld: Informations- und Kodierungstheorie, Teubner 2003

Khalid Sayood: Introduction to Data Compression, 2nd. ed., Morgan Kaufmann 2000

Kompressionsverfahren: Übersicht

- Klassifikationen:
  - Universell vs. speziell
    - » Speziell für bestimmte technische Medien (Bild, Ton, Bewegtbild)
  - Verlustfrei vs. Verlustbehaftet
  - In diesem Kapitel: nur universelle & verlustfreie Verfahren

- Im folgenden vorgestellte Verfahren:
  - Statistische Verfahren:
    - » Huffman-Codierung
    - » Arithmetische Codierung
  - Zeichenorientierte Verfahren:
    - » Lauflängencodierung (RLE Run Length Encoding)
    - » LZW-Codierung

Grundidee zur Huffman-Codierung

- Zeichen größerer Häufigkeit werden durch kürzere Codes repräsentiert
  - vgl. Morse-Code
- Das führt zu einem *Code variabler Wortlänge*:
  - Kein Codewort darf Anfang eines anderen sein *(Fano-Bedingung)*
- In optimalem Code müssen die beiden Symbole der niedrigsten Häufigkeit mit gleicher Länge codiert sein.

  "Beweis"-Skizze:
  - Wären die Längen verschieden, könnte man das längere Wort bei der Länge des kürzeren abschneiden
    - » Dann sind die beiden entstehenden Codes verschieden (sonst wäre Fano-Bedingung vorher verletzt gewesen)
    - » Kein anderes Codewort kann länger sein (da Zeichen niedrigster Häufigkeit), also kann die Kürzung nicht die Fano-Bedingung verletzen
  - Dann hätten wir einen neuen Code mit kleinerer durchschnittlicher Wortlänge!

Huffman-Codierung (1)

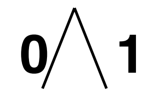
- Gegeben: Zeichenvorrat und Häufigkeitsverteilung
- Ergebnis: Codierung
  (optimal, wenn alle Häufigkeiten Kehrwerte von Zweierpotenzen sind)
- Wiederholte Anwendung dieses Schritts auf die Häufigkeitstabelle:
  – Ersetze die beiden Einträge niedrigster Häufigkeit durch einen Codebaum mit zwei Ästen „0“ und „1“ und trage die Summe der Häufigkeiten als Häufigkeit dafür ein.

Zeichen	A	B	C	D
Häufigkeit	0.5	0.25	0.125	0.125

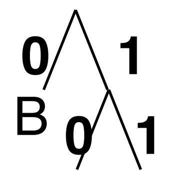
			0 **1**
Zeichen	A	B	C D
Häufigkeit	0.5	0.25	0.25

David Huffman 1951

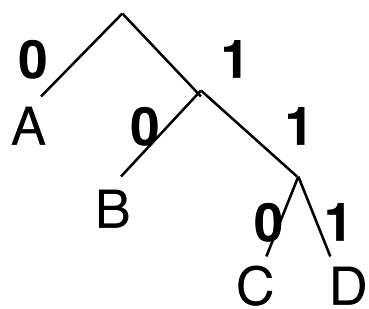
Huffman-Codierung (2)



Zeichen	A	B	C D
Häufigkeit	0.5	0.25	0.25



Zeichen	A	B C D
Häufigkeit	0.5	0.5



Resultierender Codebaum

Huffman-Codierung (3)

- Eine Nachricht, die sich an die gegebene Häufigkeitsverteilung hält:
  ababacadaabacdba (Länge = 16 Zeichen)

- Codierung mit festen Wortlängen
  (z.B. a = 00, b = 01, c = 10, d = 11)
  Länge 32 bit

- Huffman-Codierung
  (a = 0, b = 10, c = 110, d = 111)
  0100100110011100100110111100
  Länge 28 bit (d.h. ca. 12.5% Reduktion)

Experiment: Huffman-Kompression von Bildern

- Grautonbild, 256 x 256 Pixel, 8 bit (d.h. 256 Graustufen)

- Unkomprimiert: 65.536 Bytes
- Mit Huffman kodiert: 40.543 Bytes ca. 38% Reduktion

- Einfacher "Zusatztrick":
  - *Differenz* zwischen benachbarten Pixeln speichern und Huffman dann anwenden

    33.880 Bytes ca. 51% Reduktion
  - Keine universelle Kompression mehr, sondern speziell für Pixelbilder
  - Solche "semantischen Kodierungen" siehe später!

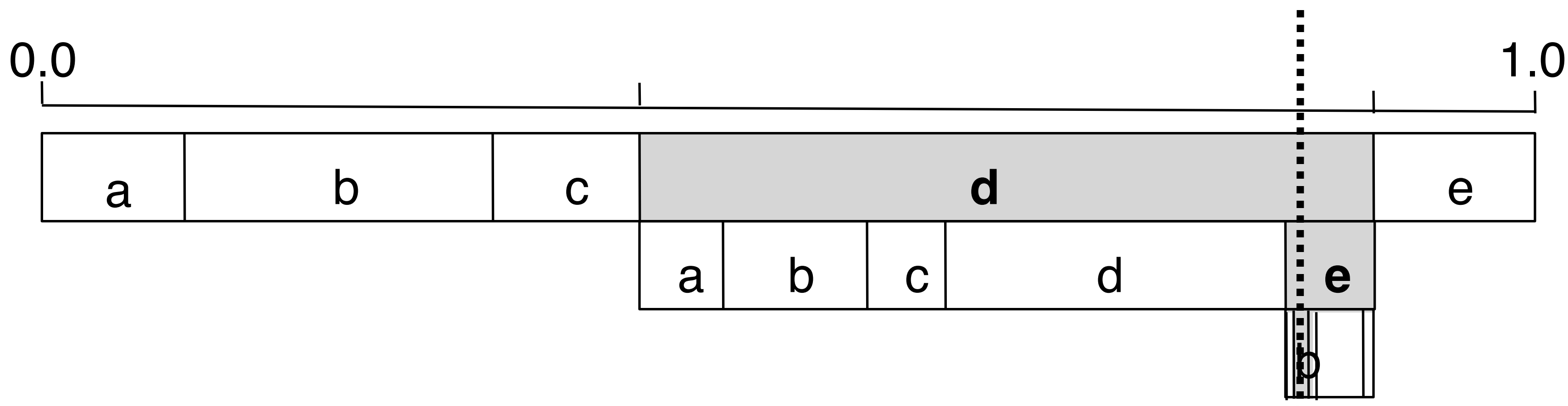
Kompressionsverfahren: Übersicht

- Klassifikationen:
  - Universell vs. speziell (für bestimmte Informationstypen)
  - Verlustfrei vs. verlustbehaftet
  - In diesem Kapitel: nur universelle & verlustfreie Verfahren

- Im folgenden vorgestellte Verfahren:
  - Statistische Verfahren:
    - » Huffman-Codierung
    - » Arithmetische Codierung
  - Zeichenorientierte Verfahren:
    - » Lauflängencodierung (RLE Run Length Encoding)
    - » LZW-Codierung

Arithmetische Codierung (1)

- Gegeben: Zeichenvorrat und Häufigkeitsverteilung
- Ziel: Bessere Eignung für Häufigkeiten, die keine Kehrwerte von Zweierpotenzen sind
- Patentiertes Verfahren; nur mit Lizenz verwendbar
- Grundidee:
  - Code = Gleitkommazahl berechnet aus den Zeichenhäufigkeiten
  - Jedes Eingabezeichen bestimmt ein Teilintervall



Arithmetische Codierung (2)

Beispiel:

Zeichenindex i	1=Leerz.	2=I	3=M	4=S	5=W
Häufigkeit p_i	0.1	0.2	0.1	0.5	0.1
linker Rand L_i	0.0	0.1	0.3	0.4	0.9
rechter Rand R_i	0.1	0.3	0.4	0.9	1.0

Allgemein: $$L_i = \sum_{j=1}^{i-1} p_j \quad R_i = \sum_{j=1}^{i} p_j$$

Algorithmus:

real L = 0.0; **real** R = 1.0;
Solange Zeichen vorhanden **wiederhole**
  Lies Zeichen und bestimme Zeichenindex i;
  real B = (R–L);
  R = L + B*R_i;
  L = L + B*L_i;
Ende Wiederholung;
Code des Textes ist Zahl im Intervall (L, R]

Algorithmus in “Pseudocode”:

“**real**” Datentyp (Gleitkommazahl)

“=“ Zuweisung an Variable

Arithmetische Codierung (3)

- Beispieltext-Codierung ("SWISS_MISS")

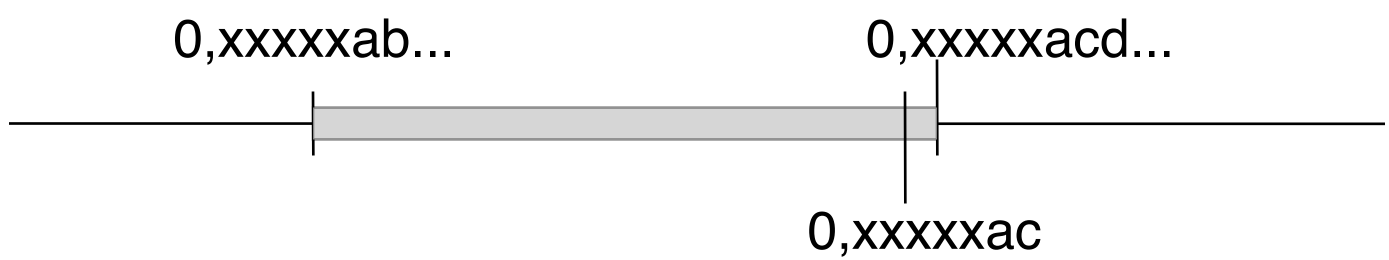
Zeichen	L	R
	0.0	1.0
S	0,4	0,9
W	0,85	0,9
I	0,855	0,865
S	0,859	0,864
S	0,861	0,8635
Leerz.	0,861	0,86125
M	0,861075	0,86110
I	0,8610775	0,8610782
S	0,86107778	0,86107813
S	0,86107792	0,861078095

real L = 0.0; **real** R = 1.0;
Solange Zeichen vorhanden **wiederhole**
  Lies Zeichen und bestimme Zeichenindex i;
  real B = (R–L);
  R = L + B*R_i;
  L = L + B*L_i;
Ende Wiederholung;

Zeichenindex i	1=Leerz.	2=I	3=M	4=S	5=W
Häufigkeit p_i	0.1	0.2	0.1	0.5	0.1
linker Rand L_i	0.0	0.1	0.3	0.4	0.9
rechter Rand R_i	0.1	0.3	0.4	0.9	1.0

Arithmetische Kodierung (4)

- Problem Gleitkomma-Arithmetik:
  - Konversion in Ganzzahl-Bereich durch "Skalieren"
- Welcher Binärcode:
  - Ober- und Untergrenze binär codieren
  - Code = Oberer Wert, abgebrochen nach der ersten Stelle, die verschieden vom unteren Wert ist



Kompressionsverfahren: Übersicht

- Klassifikationen:
  - Universell vs. speziell (für bestimmte Informationstypen)
  - Verlustfrei vs. verlustbehaftet
  - In diesem Kapitel: nur universelle & verlustfreie Verfahren

- Im folgenden vorgestellte Verfahren:
  - Statistische Verfahren:
    - » Huffman-Codierung
    - » Arithmetische Codierung
  - Zeichenorientierte Verfahren:
    - » Lauflängencodierung (RLE Run Length Encoding)
    - » LZW-Codierung

Lauflängencodierung

- Unkomprimierte Repräsentationen von Information enthalten häufig Wiederholungen desselben Zeichens
(z.B. lange Folgen von x00- oder xFF-Bytes)
- Idee: Ersetzen einer Folge gleicher Zeichen durch 1 Zeichen + Zähler
- Eingesetzt z.B. in Fax-Standards

- Beispiel:

  aaaabcdeeefggghiabtttiikkkddde

  ersetzt durch

  #a4bcd#e3f#g4hiab#t3#i2#k3#d3e

- Probleme:
  - Bei geringer Häufigkeit von Wiederholungen ineffektiv (verschlechternd)
  - Syntaktische Trennung von Wiederholungsindikatoren und unverändertem Code

Kompressionsverfahren: Übersicht

- Klassifikationen:
  - Universell vs. speziell (für bestimmte Informationstypen)
  - Verlustfrei vs. verlustbehaftet
  - In diesem Kapitel: nur universelle & verlustfreie Verfahren

- Im folgenden vorgestellte Verfahren:
  - Statistische Verfahren:
    - » Huffman-Codierung
    - » Arithmetische Codierung
  - Zeichenorientierte Verfahren:
    - » Lauflängencodierung (RLE Run Length Encoding)
    - » LZW-Codierung

Wörterbuch-Kompressionen

- Grundidee:
  - Suche nach dem „Vokabular“ des Dokuments, d.h. nach sich wiederholenden Teilsequenzen
  - Erstelle Tabelle: Index --> Teilsequenz („Wort“)
  - Tabelle wird dynamisch während der Kodierung aufgebaut
  - Codiere Original als Folge von Indizes

- Praktische Algorithmen:
  - Abraham Lempel, Jacob Ziv (Israel), Ende 70er-Jahre
    - » LZ77- und LZ78-Algorithmen
  - Verbessert 1984 von A. Welch = „LZW“-Algorithmus (Lempel/Ziv/Welch)
  - Basis vieler semantikunabhängiger Kompressionsverfahren (z.B. UNIX „compress“, Zip, gzip, V42.bis)
  - Verwendet in vielen Multimedia-Datenformaten (z.B. GIF)

Prinzip der LZW-Codierung

- Nicht alle Teilworte ins Wörterbuch, sondern nur eine "Kette" von Teilworten, die sich um je ein Zeichen überschneiden.
- Sequentieller Aufbau:
  Neu einzutragendes Teilwort = Kürzestes ("erstes") noch nicht eingetragenes Teilwort
- Beispiel:

b a n a n e n a n b a u

ba | an | na | ane | en | nan | nb | bau

- Codierung:

b a n a n e n a n b a u

Neu ins Wörterbuch einzutragen, codiert nach altem Wb.-Zustand

LZW-Codierung (1)

- Tabelle mit Abbildung Zeichenreihe -> Indizes
  - Vorbesetzung der Tabelle mit fest vereinbarten Codes für Einzelzeichen (muß nicht explizit gespeichert und übertragen werden)
- Prinzipieller Ablauf:

```
SeqChar p = < NächstesEingabezeichen >;
Char k = NächstesEingabezeichen;
Wiederhole:
        Falls p & < k > in Tabelle enthalten
                dann  p = p & < k >
                sonst trage p & <k> neu in Tabelle ein
                      (und erzeuge neuen Index dafür);
                      Schreibe Tabellenindex von p auf Ausgabe;
                      p = < k >;
        Ende Fallunterscheidung;
        k = NächstesEingabezeichen;
solange bis Eingabeende
Schreibe Tabellenindex von p auf Ausgabe;
```

Algorithmus-Beschreibung (“Pseudo-Code”)

- Variablen (ähnlich zu C/Java-Syntax):
  - Datentyp fett geschrieben, gefolgt vom Namen der Variablen
  - Zuweisung an Variable mit “=“
- Datentypen:
  - **int**: Ganze Zahlen
  - **Char**: Zeichen (Buchstaben, Zahlen, Sonderzeichen)
  - **SeqChar**: Zeichenreihen (Sequenzen von Zeichen)
    - » Einelementige Zeichenreihe aus einem Zeichen: < x >
    - » Aneinanderreihung (Konkatenation) mit &
- NächstesEingabezeichen:
  - Liefert nächstes Zeichen der Eingabe und schaltet Leseposition im Eingabepuffer um ein Zeichen weiter

LZW-Codierung (2)

- Vorbesetzte Tabelle (z.B. mit ASCII-Codes):
  [(<a>, 97), (<b>, 98), (<c>, 99), (<d>, 100), (<e>, 101), (<f>, 102), (<g>, 103),
  (<h>, 104), (<i>, 105), (<j>, 106), (<k>, 107), (<l>, 108), (<m>, 109),
  (<n>, 110), (<o>, 111), (<p>, 112), (<q>, 113), (<r>, 114), (<s>, 115),
  (<t>, 116), (<u>, 117), (<v>, 118), (<w>, 119), (<x>, 120), (<y>, 121),
  (<z>, 122)]

- Für neue Einträge z.B. Nummern von 256 aufwärts verwendet.

LZW-Codierung (3)

Beispieltext: “bananenanbau"

Ablauf:

Lesen (k)	Codetabelle schreiben (p & <k>)	Ausgabe	Puffer füllen (p)
			<b>
a	(<ba>, 256)	98	<a>
n	(<an>, 257)	97	<n>
a	(<na>, 258)	110	<a>
n			<an>
e	(<ane>, 259)	257	<e>
n	(<en>, 260)	101	<n>
a			<na>
n	(<nan>, 261)	258	<n>
b	(<nb>, 262)	110	<b>
a			<ba>
u	(<bau>, 263)	256	<u>
EOF		117	

LZW-Decodierung bei bekannter Tabelle

Wiederhole solange Eingabe nicht leer:

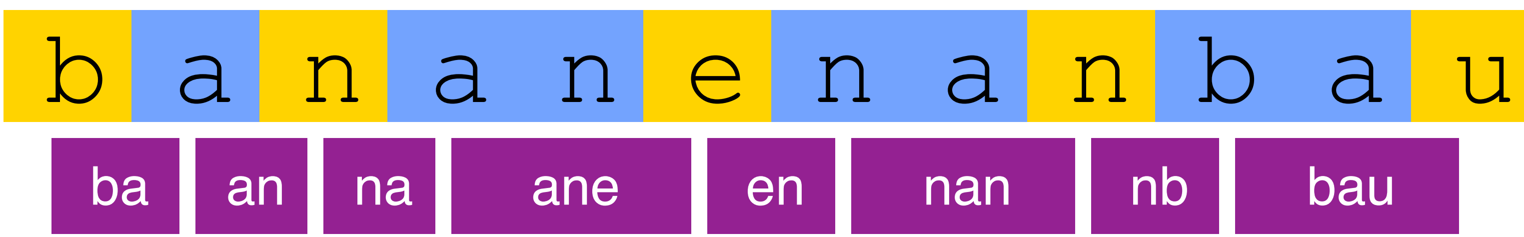
k = NächsteEingabezahl;

Schreibe Zeichenreihe mit Tabellenindex k auf Ausgabe;

Ende Wiederholung;

LZW-Decodierung (1)

- Grundidee („symmetrische Codierung"):
  - Das aufgebaute Wörterbuch muß *nicht* zum Empfänger übertragen werden.
  - Das Wörterbuch wird nach dem gleichen Prinzip wie bei der Codierung bei der Decodierung dynamisch aufgebaut.
  - Das funktioniert, weil bei der Codierung immer *zuerst* der neue Eintrag für das Wörterbuch nach bekannten Regeln aus dem schon gelesenen Text aufgebaut wird, bevor der neue Eintrag in der Ausgabe verwendet wird.
- Algorithmusidee:
  - Neu einzutragendes Teilwort = letztes Teilwort plus erstes Zeichen des aktuellen Teilworts



LZW-Decodierung (2)

Prinzipieller Algorithmus:

SeqChar *p* := <>;
int *k* = NächsteEingabezahl;
Schreibe Zeichenreihe mit Tabellenindex *k* auf Ausgabe;
int *old* = *k*;
Wiederhole solange Eingabe nicht leer:
    k = NächsteEingabezahl;
    SeqChar *akt* = Zeichenreihe mit Tabellenindex *k*;
    Schreibe Zeichenreihe *akt* auf Ausgabe;
    p = Zeichenreihe mit Tabellenindex *old* (letztes Teilwort);
    Char *q* = erstes Zeichen von *akt*;
    Trage *p* & <*q*> in Tabelle ein (und erzeuge neuen Index dafür);
    old = *k*;
Ende Wiederholung;

LZW-Decodierung (3)

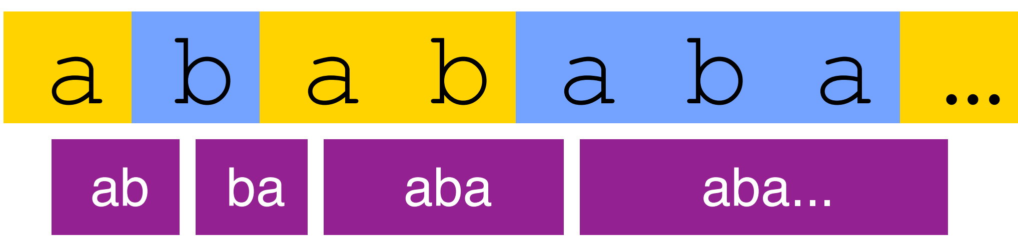
- Beispielzeichenreihe: “98-97-110-257-101-258-110-256-117"
- Ablauf:

Lesen (k)	**Ausgabe** (q ist jeweils unterstrichen)	**Puffer füllen (p)**	**Codetabelle schreiben (p & <q>)**	**Merken (old)**
98	b			98
97	**a**	b	(<ba>, 256)	97
110	**n**	a	(<an>, 257)	110
257	**a**n	n	(<na>, 258)	257
101	**e**	an	(<ane>, 259)	101
258	**n**a	e	(<en>, 260)	258
110	**n**	na	(<nan>, 261)	110
256	**b**a	n	(<nb>, 262)	256
117	**u**	ba	(<bau>, 263)	117
EOF				

LZW-Decodierung (4)

- Beispielzeichenreihe: “abababa...“, Beispielcode: “97-98-256-258“
- Ablauf:

Lesen (k)	**Ausgabe** (q ist jeweils unterstrichen)	**Puffer füllen (p)**	**Codetabelle schreiben (p & <q>)**	**Merken (old)**
97	a			97
98	**b**	a	(<ab>, 256)	98
256	**a**b	b	(<ba>, 257)	256
258	**???**			



Decodierung ist so noch nicht korrekt!

LZW-Decodierung, vollständige Fassung

```
SeqChar p := <>;
int k = NächsteEingabezahl;
Schreibe Zeichenreihe mit Tabellenindex k auf Ausgabe;
int old = k;
Wiederhole solange Eingabe nicht leer:
    k = NächsteEingabezahl;
    SeqChar akt = Zeichenreihe mit Tabellenindex k;
    p = Zeichenreihe mit Tabellenindex old (letztes Teilwort);
    Falls Index k in Tabelle enthalten
        dann    Char q = erstes Zeichen von akt;
                Schreibe Zeichenreihe akt auf Ausgabe;
        sonst   Char q = erstes Zeichen von p;
                Schreibe Zeichenreihe p & <q> auf Ausgabe;
    Ende Fallunterscheidung;
    Trage p & <q> in Tabelle ein
    (und erzeuge neuen Index dafür);
    old = k;
Ende Wiederholung;
```