

Бюджетное учреждение высшего образования Ханты-Мансийского автономного округа – Югры

«СУРГУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Политехнический институт

Кафедра прикладной математики

Гркиян Мисак Эдикович

Линии уровня и градиент

Дисциплина «Математический анализ»

направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

направленность (профиль): «Технологии программирования и анализ данных»

Преподаватель: Ряховский Алексей Васильевич

Доцент

Студент гр. № 601-31

Гркиян Мисак Эдикович

Сургут 2024 г.

Лабораторная работа №6. Линии уровня и градиент.

Вариант №6

Задание

6. Для заданной функции $z = f(x, y)$ в квадрате $[-2, 2] \times [-2, 2]$ построить линии уровня, проходящие через точки $A = (0.9, 0)$, $B = (1, 1)$, $C = (-1.1, 0)$, $D = (0, -1.3)$. В каждой из точек A , B , C и D изобразить вектор, сонаправленный вектору градиента $\nabla f(x, y)$ в соответствующей точке. Длину этих векторов можно выбрать произвольной, из соображений наглядности рисунка. На рисунке также должны быть подписаны координатные оси, а также все точки A , B , C и D . Учесть случаи, когда линии уровня совпадают или когда линия уровня вырождается в точку. Также в отчете привести все вычисления, связанные с вычислением частных производных f'_x и f'_y функции $f(x, y)$ в точках A , B , C и D .

Аналитическое решение

Вычисление частных производных функции

Для функции $f(x, y) = \sin(2x) \cdot \cos(3y - 1)$ частные производные вычисляются следующим образом:

$$f'_x(x, y) = 2 \cdot \cos(2x) \cdot \cos(3y - 1)$$

$$f'_y(x, y) = -3 \cdot \sin(2x) \cdot \sin(3y - 1)$$

Для точки $A = (0.9, 0)$:

$$f'_x(0.9, 0) = 2 \cdot \cos(1.8) \cdot \cos(-1) = -0,245516$$

$$f'_y(0.9, 0) = -3 \cdot \sin(1.8) \cdot \sin(-1) = 2,45839$$

Для точки $B = (1, 1)$:

$$f'_x(1, 1) = 2 \cdot \cos(2) \cdot \cos(2) = 0,346356$$

$$f'_y(1, 1) = -3 \cdot \sin(2) \cdot \sin(2) = -2,48047$$

Для точки $C = (-1.1, 0)$:

$$f'_x(-1.1, 0) = 2 \cdot \cos(-2.2) \cdot \cos(-1) = -0,635937$$

$$f'_y(-1.1, 0) = -3 \cdot \sin(-2.2) \cdot \sin(-1) = -2,04098$$

Для точки $D = (0, -1.3)$:

$$f'_x(0, -1.3) = 2 \cdot \cos(0) \cdot \cos(-4.9) = 0,373025$$

$$f'_y(0, -1.3) = -3 \cdot \sin(0) \cdot \sin(-4.9) = 0$$

Программное решение

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def f(x, y):
    return np.sin(2*x) * np.cos(3*y - 1)

# Создание сетки
x = np.linspace(-2, 2, 100)
y = np.linspace(-2, 2, 100)
X, Y = np.meshgrid(x, y)

# Вычисление частных производных в заданных точках
A = (0.9, 0)
B = (1, 1)
C = (-1.1, 0)
D = (0, -1.3)

f_x_A = 2*np.cos(2*A[0])*np.cos(3*A[1] - 1)
f_y_A = -3*np.sin(2*A[0])*np.sin(3*A[1] - 1)

f_x_B = 2*np.cos(2*B[0])*np.cos(3*B[1] - 1)
f_y_B = -3*np.sin(2*B[0])*np.sin(3*B[1] - 1)

f_x_C = 2*np.cos(2*C[0])*np.cos(3*C[1] - 1)
f_y_C = -3*np.sin(2*C[0])*np.sin(3*C[1] - 1)

f_x_D = 2*np.cos(2*D[0])*np.cos(3*D[1] - 1)
f_y_D = -3*np.sin(2*D[0])*np.sin(3*D[1] - 1)

# Построение графика
plt.figure(figsize=(9, 9))
levels = sorted([f(A[0], A[1]), f(B[0], B[1]), f(C[0], C[1]), f(D[0], D[1])])
```

```
plt.contour(X, Y, f(X, Y), levels=levels, colors='k')
plt.quiver(A[0], A[1], f_x_A, f_y_A, color='r', scale=40)
plt.quiver(B[0], B[1], f_x_B, f_y_B, color='r', scale=40)
plt.quiver(C[0], C[1], f_x_C, f_y_C, color='r', scale=40)
plt.quiver(D[0], D[1], f_x_D, f_y_D, color='r', scale=40)
plt.plot(A[0], A[1], 'ro', markersize=1.5, linewidth=1)
plt.plot(B[0], B[1], 'ro', markersize=1.5, linewidth=1)
plt.plot(C[0], C[1], 'ro', markersize=1.5, linewidth=1)
plt.plot(D[0], D[1], 'ro', markersize=1.5, linewidth=1)
plt.text(A[0], A[1], 'A', fontsize=20)
plt.text(B[0], B[1], 'B', fontsize=20)
plt.text(C[0], C[1], 'C', fontsize=20)
plt.text(D[0], D[1], 'D', fontsize=20)
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.show()
```

Иллюстрация решения

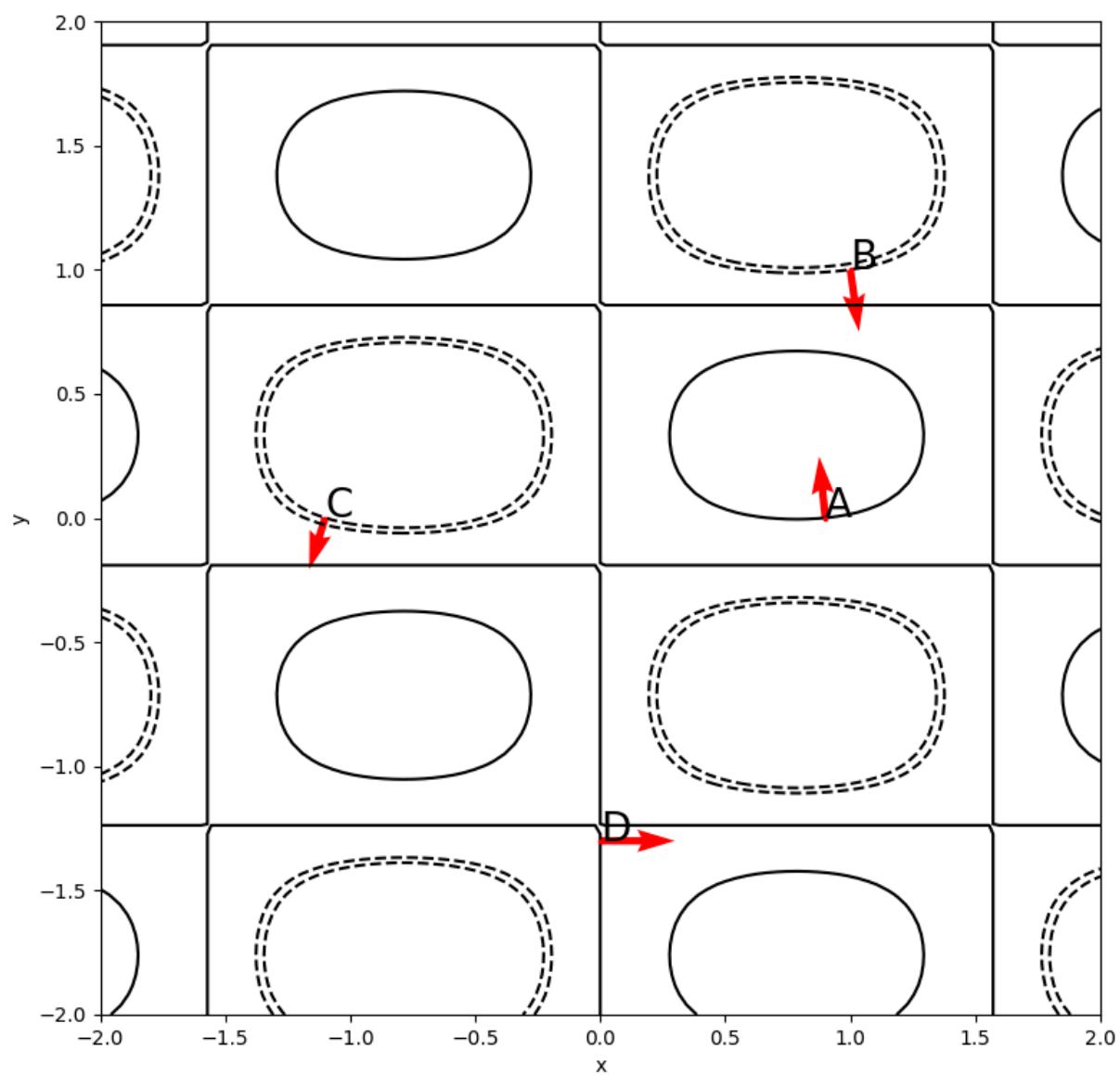


Рис. 1. Иллюстрация решения задачи.