

**Бюджетное учреждение высшего
образования Ханты-Мансийского
автономного округа – Югры**

**«СУРГУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»**

Политехнический институт

Кафедра прикладной математики

Гркиян Мисак Эдикович

Определенный интеграл

Дисциплина «Математический анализ»

направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

направленность (профиль): «Технологии программирования и анализ данных»

Преподаватель: Ряховский Алексей Васильевич

Доцент

Студент гр. № 601-31

Гркиян Мисак Эдикович

Сургут 2024 г.

Лабораторная работа №5. Определенный интеграл

Вариант №6

Задание

5. Для указанного определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ выполнить следующие задания:

1. Аналитически найти значение интеграла.
2. Найти значение интеграла при помощи функций для символьных вычислений из модуля sympy.
3. Написать программу, которая вычисляет интегральную сумму $\sigma = \sum_{k=1}^n f(\bar{x}_k) \Delta x_k$ Для вычисления интегральной суммы σ выбрать равномерное разбиение отрезка $[a, b]$ на $n = 7$ равных отрезков. В качестве точек \bar{x}_k выбрать середины отрезков разбиения.
4. Написать программу, которая на одном рисунке изображает график функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$, а также n прямоугольников, построенных на отрезках разбиения. Каждый прямоугольник имеет высоту $|f(\bar{x}_k)|$ и ширину Δx_k , $k = 1, \dots, n$. Прямоугольник строится вверх, если $f(\bar{x}_k)$ положительно, и строится вниз в противном случае

Аналитическое решение 5

$$\int_1^e \frac{dx}{x(\ln^2 x + 2)} = \left[\begin{array}{l} u = \ln x \\ x = 1 \Rightarrow u = 0 \\ x = e \Rightarrow u = 1 \\ dx = e^u du \end{array} \right] =$$
$$\int_0^1 \frac{e^u du}{e^u (u^2 + 2)} = \int_0^1 \frac{du}{u^2 + 2} = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{du}{\left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right)^2 + 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \int_0^1 \frac{d\left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right)}{\left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right)^2 + 1} =$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{arctg} \frac{u}{\sqrt{2}} \Big|_0^1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

Программное решение 5

```
import sympy
from sympy.abc import x
f = 1 / (x ** 2 + 2)
print(sympy.integrate(f, (x, 0, 1)))

# Интегральная сумма
import numpy as np

def f(x):
    return 1/(x**2 + 2) # Пример функции, которую мы интегрируем

# Интегральная сумма
def integral_sum(a, b, n):
    dx = (b - a) / n
    x = np.linspace(a, b, n+1)
    sum = 0
    for i in range(n):
        sum += f(x[i]) * dx
    return sum

a = 0 # Нижний предел интегрирования
b = 1 # Верхний предел интегрирования
n = 7 # Количество отрезков разбиения

result = integral_sum(a, b, n)
print(result)
```

График функции:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Функция под интегралом
def f(x):
    return 1 / (x ** 2 + 2)

# Границы интегрирования и количество разбиений
a = 0
b = 1
n = 7

# Шаг разбиения
dx = (b - a) / n

# Создаем фигуру и оси
fig, ax = plt.subplots()

# Генерируем точки для графика функции
x_vals = np.linspace(a, b, 400)
```

```

y_vals = f(x_vals)
ax.plot(x_vals, y_vals, label='f(x)', linewidth=2.5)

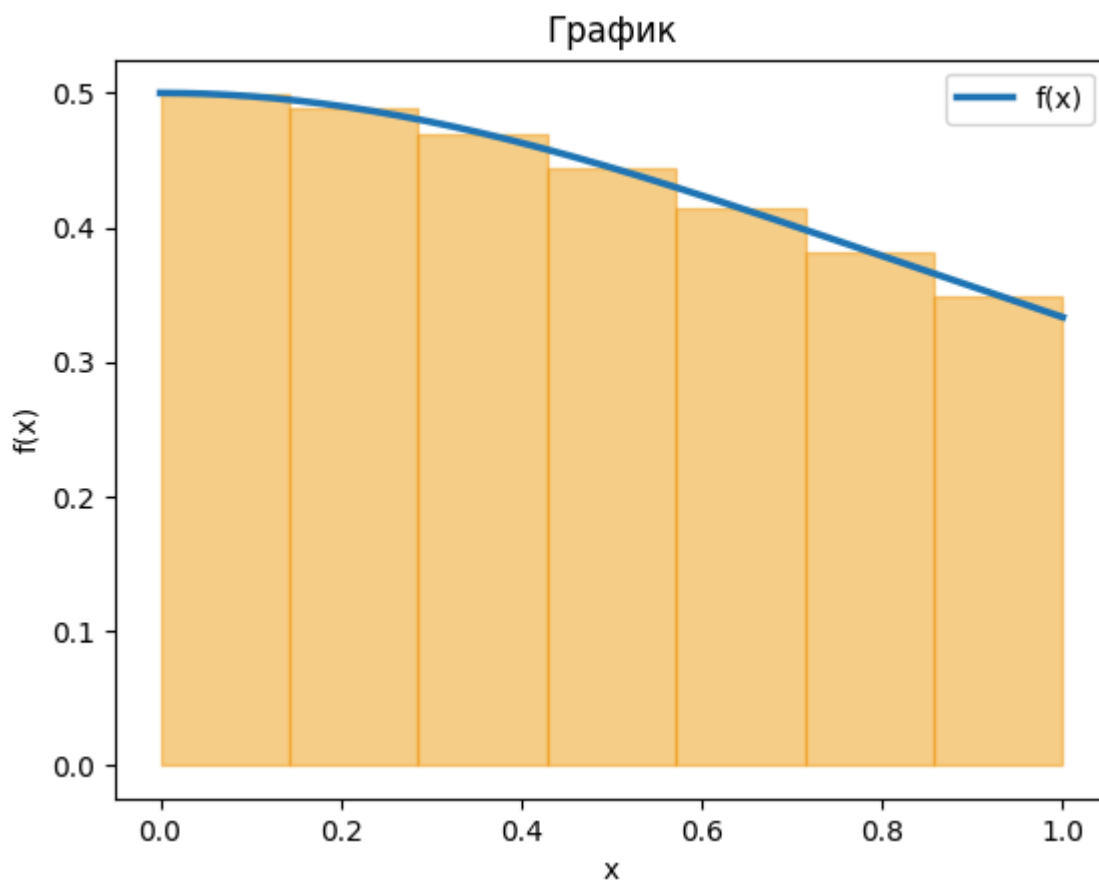
# Добавляем прямоугольники
for k in range(1, n+1):
    # Середина каждого отрезка
    x_k = a + (k - 0.5) * dx
    # Значение функции в середине отрезка
    f_x_k = f(x_k)
    # Цвет прямоугольника в зависимости от знака f(x_k)
    color = 'blue' if f_x_k < 0 else '#F39C12'
    # Добавляем прямоугольник
    ax.add_patch(plt.Rectangle((x_k - dx/2, 0), dx, f_x_k, color=color, alpha=0.5))

# Настройки графика
ax.set_xlabel('x')
ax.set_ylabel('f(x)')
ax.set_title('График')
ax.legend()

# Показываем график
plt.show()

```

Иллюстрация решения



```
acer@DESKTOP-GU9PK4S MINGW64 ~/Desktop/matan/lab5 (main)
$ python app1.py
sqrt(2)*atan(sqrt(2)/2)/2
0.4467365377114679

acer@DESKTOP-GU9PK4S MINGW64 ~/Desktop/matan/lab5 (main)
$
```

Ctrl + F to search a command • Ctrl + J to submit

Рис. 5. Иллюстрация решения задачи.