

Modelación estadística para evaluar la entropía...

Por: Juan Andrés Sánchez García

A partir de: 12 nov 2024 9:46:59
6,916 words - 29 matches - 69 sources

Índice de similitud

81%

Modo: Seguimiento del contenido ▼

texto del trabajo:

Modelación estadística para evaluar la entropía en el territorio para el diseño urbano complejo Juan Andrés Sánchez García¹ Universidad Veracruzana. México 1 Juan Andrés Sánchez García. Universidad Veracruzana. juansanchez@uv.mx Cuerpo Académico Arquitectura y Urbanismo para el Desarrollo UVCA -452 <http://orcid.org/0000-0003-2217-2711>. Arquitecto por la Universidad Veracruzana, Especialista en Métodos estadísticos por la Universidad Veracruzana, Maestro en Procesos y Expresión Gráfica en la Proyectación Arquitectónica Urbana por la Universidad de Guadalajara, Doctor en Arquitectura y Urbanismo por la Universidad Veracruzana y Doctor en Arquitectura, Diseño y Urbanismo por la Universidad Autónoma del Estado de Morelos. Actualmente Posdosctorante en Vinculación con la Universidad de Xalapa y el Instituto de Investigaciones y Estudios Superiores Económicos y Sociales de la UV Resumen Ante el planteamiento de la evolución, transformaciones y reconfiguraciones del territorio, el estudio de las ciudades se ha vuelto un reto complejo que requiere herramientas de tal magnitud para poder determinar ciertos fenómenos que solo pueden ser explicados por otras disciplinas. El diseño y configuración de ciudades requiere una forma no solo de explicar sino de evaluar los comportamientos que transcurren en las urbes, por lo que estas transformaciones solo se pueden valorar bajo dos axiomas; el primero es determinar un concepto como la entropía que abone a explicar, en términos interdisciplinarios, el funcionamiento de un sistema complejo en el territorio bajo un vocabulario de la física; y el segundo es determinar la mejor manera de evaluar un fenómeno urbano a través de metodologías interdisciplinares. Por tal motivo este trabajo tiene como objetivo presentar la necesidad del urbanismo para dialogar con otras disciplinas y que se pueda evaluar la tendencia hacia el caos o al orden de un sistema metropolitano presentando el procedimiento estadístico que ayuda a validar el grado o magnitud de cambio analizado en dos periodos, por lo que esta modelación e instrumentación mantiene el nivel de significancia basado en la homogeneidad de variación para determinar el grado de caos al cual se adhiere un sistema metropolitano en un periodo de 10 años, tomando como ejemplo la Zona Metropolitana de Xalapa dividido en 7 municipios. Palabras clave: entropía, complejidad, diseño urbano, modelación. Abstract Given the approach of the evolution, transformations and reconfigurations of the territory, the study of cities has become a complex challenge that requires tools of such magnitude to be able to determine certain phenomena that can only be explained by other disciplines. The design and configuration of cities requires a way not only to explain but to evaluate the behaviors that occur in cities, so these transformations can only be evaluated under two axioms; The first is to determine a concept such as entropy that helps explain, in interdisciplinary terms, the functioning of a complex system in the territory under a vocabulary of physics; and the second is to determine the best way to evaluate the phenomenon through interdisciplinary methodologies. For this reason, this work aims to present the need for urban planning to dialogue with other disciplines and to evaluate the tendency towards chaos or order in a metropolitan system by presenting the statistical procedure that helps to validate the degree or

magnitude of change analyzed in two periods, so this modeling and instrumentation maintains the level of significance based on the level of homogeneity and centrality based on statistical tests. Keywords: entropy, complexity, urban design, modeling INTRODUCCIÓN

El estudio de las ciudades es un reto intelectual bastante amplio, no solo por la cantidad de disciplinas que se necesita para evidenciar los fenómenos que acontecen en ella, sino por el dinamismo de los procesos que la permean, es decir que el estudio de la ciudad no se trata de un objeto estático sino que es cambiante, evolutivo, mutante y que se transforma cuando la variable tiempo toca cada una de las perspectivas de análisis; por ello, no

se estudia a los fenómenos urbanos

de forma transversal sino de manera longitudinal para hacer énfasis en los procesos que van modificando su estatus inicial y así explicar los acontecimientos de manera secuencial. Todo territorio se encuentra inmerso en las dinámicas de fenómenos urbanos los cuales reflejan su constante transformación y muchos de los cuales están ligados a los tipos de concentraciones espaciales que definen su morfología, sobre todo en su área periférica; algunos de estos fenómenos son Periurbanización, Reurbanización, Reconversión de espacios industriales, Aparición de nuevas centralidades o núcleos financieros, comerciales o administrativos, siendo este último uno de los que en el siglo XXI ha dado de que hablar en función de nuevas concentraciones que modifican las dinámicas de las ciudades. Una de las principales dinámicas que proceden a estas transformaciones urbanas es la económica que manifiesta el impulso del desarrollo de cada una de ellas y de la región

Los procesos territoriales que han tenido relevancia en sus estudios en la segunda parte del siglo XX, propician que sus análisis no pertenezcan a un área de estudio exclusiva del urbanismo, por lo que sería un error dar explicación a los fenómenos urbanos y metropolitanos solamente desde la perspectiva de Urbanismo o de Arquitectura sino que debiese buscar, en otras disciplinas, argumentos, enfoques y métodos para explicar de manera dialógica los cuestionamientos que son limitados por una sola disciplina. Desde el punto de vista de la epistemología, los avances en la generación de conocimiento, sobre todo en la disciplina de Arquitectura y Urbanismo, han dejado entrever los cambios importantes en la concepción de la realidad, la manera en que se analiza, sintetiza y se explican los fenómenos que acontecen a nuestro alrededor. El mundo y el entorno que ha tocado vivir sitúa una dinámica importante en la generación de conocimiento ya que todo lo que está en el entorno se encuentra en movimiento, en un continuo temporal de transformación, y de cambio; así mismo, las perspectivas epistemológicas y heurísticas manifiestan también una conversión para afrontar ahora las

investigaciones que promuevan el uso de tecnologías contemporáneas, ya que son necesarias y permiten evidenciar los fenómenos urbano-metropolitanos. Ante la ausencia de nuevas metodologías y técnicas que competen a la disciplina del Urbanismo, el pensamiento actual exige la no fragmentación entre las distintas ciencias, disciplinas o prácticas destinadas a la generación del conocimiento, si no que por el contrario se pretende la interacción, la dialéctica y la hibridación de conceptos, variables y metodologías que permitan explicar fenómenos urbanos de una manera en conjunto y no aislada, esto no significa que las disciplinas o ciencias no las puedan explicar por si solas pero si limita la capacidad interpretativa de los procesos dinámicos

Si el estudio de la transformación espacial del territorio a través de las actividades económicas es complejo e incluso heterogéneo, la metodología debe ser compleja y articular distintas disciplinas cercanas a la comprensión de la misma; por lo tanto no se puede estudiar desde una perspectiva urbana como debiera ser, sino incluso debiera sostenerse desde una perspectiva de ciencias de la ciudad con el fin de enlazar saberes que inciden en los trabajos actuales, recordando que esta apertura epistemológica y del conocimiento permite contrastar una recursividad entre teorías que puedan explicar dichas dinámicas. Surge entonces la necesidad de crear metodologías que sean susceptibles al cambio para poder adecuarse a las variaciones del sistema y que, incluso, pueda abrir una apertura a nuevas técnicas que ya no tengan el rol de analizar como elementos estáticos sino de sintetizar las relaciones, los patrones de movimiento e incluso la predicción de crecimiento. Con esto se entiende que la ciencia no es aislada o individual (pequeña ciencia como lo refiere Maldonado 2015) sino que este concepto va transformando la manera de generar conocimiento complementario y articulado entre disciplinas y ciencias, por lo tanto se está ante un escenario de cambio cuya necesidad radica en la generación de redes de aportaciones al conocimiento, evitando lo que en su momento fue para la ciencia occidental el concepto de “análisis” (dividir y fragmentar), misma estructura en la que hemos sido educados en la universidad; prueba de ello son las especializaciones en el ámbito de la educación en universidades cuando, en términos del Dr. Carlos Maldonado, la nueva ciencia apunta a una conocimiento de “síntesis”, de “integración” o de “diálogo” como evolución o cambio, donde la ciencia que estaba definida por un objeto ha quedado en el pasado, donde hoy la interdisciplinariedad esta en pugna y establecida por campos y áreas y en donde el futuro nos muestra una complejidad definida por los problemas

Las tendencias hacia la construcción de la manera de evaluar o valorar a la ciudad, enmarcada por elementos medibles, requiere de una disciplina a la cual no ha sido enseñado el arquitecto-urbanista, que colabore a la

manipulación de datos y su interpretación lógica para obtener información fidedigna; una de ellas es la estadística, que es utilizada en la obtención de inferencias basadas en los cálculos de probabilidades. Lo importante de ser auxiliados por la estadística es saber discernir que el dato que se maneje o se obtenga durante la investigación, carece de relevancia en el urbanismo si su interpretación no es la adecuada es decir que, al trabajar con modelos e inferencias, deben ser estos solo el sustento de argumentos para explicar los fenómenos desde el urbanismo. Los aportes interdisciplinarios que tienen cabida en el urbanismo y en este trabajo remiten a la vertiente de estadística descriptiva como una explicación del comportamiento de los datos y la estadística inferencial como una deducción de los posibles escenarios basado en la probabilidad. Aunado a estos también se absorbe los supuestos y validaciones que tienen que cumplirse para que la aseveración de los argumentos tenga sustento y se refleje en la relevancia del trabajo; con ello se tienen herramientas y técnicas sólidas para corroborar que lo urbano puede ser medido e inferido en mira hacia la urbanometría

Al explorar la estadística como disciplina auxiliar es contundente afirmar que no es suficiente la gráfica, el modelo y la validación de supuestos, sino que es necesario visualizar la gama de procedimientos que de ella emana, por lo que se debiera explicar mejor en términos de la ciencia de datos como un campo multidisciplinario e interdisciplinario que contiene métodos científicos, procedimientos, técnicas, procesos que ayudan a entender y explicar los datos. La ciencia de datos ya no solo abarca a la estadística sino también indaga en otras áreas como la minería de datos, la analítica predictiva o el aprendizaje automático. La ciencia de datos también puede entenderse como “un concepto para unificar estadísticas, análisis de datos, aprendizaje automático, y sus métodos relacionados, a efectos de comprender y analizar fenómenos reales” (Hayashi, 1998), lo que abarca más allá de simplemente la evaluación estadística. Aunque se entiende que la ciencia de datos ha sido para muchos una disciplina de reciente creación, lo cierto es que John W. Tukey en su artículo The Future of Data Analysis (1962) introdujo este término para explicar la evolución de la estadística matemática y definió a la análisis de datos como

“procedimientos para analizar datos, técnicas para interpretar los resultados de dichos procedimientos, formas de planificar la recopilación de datos para hacer un análisis más fácil, más preciso o acertado”.

Esta propuesta disciplinar de ciencia de datos se utilizó por primera vez por el danés Peter Naur que en 1974 y quien publicó el libro Concise Survey of Computer Methods para exponerlo ante la comunidad académica y, hasta 1997, fue el término utilizado por Chien-Fu Jeff Wu quien, en su charla Statistics = Data Science?, describió el trabajo estadístico como una trilogía conformada por la recolección de datos, análisis y modelado de datos, y

toma de decisiones haciendo la propuesta de que la estadística fuera nombrada como ciencia de datos y los estadísticos como científicos de datos

También es necesario hacer mención que el profesor de estadística William S. Cleveland (2001), de la Purdue University, realiza el artículo Data science: an action plan for expanding the technical areas of the field of statistics donde explica que la ciencia de datos es una disciplina independiente que vincula a la estadística con las ciencias de la computación para trabajar en distintas investigaciones multidisciplinares a través de modelos y métodos de datos, computación de datos, enseñanza con los datos o incluso la generación de teorías con los mismos datos (Cleveland, 2001). Así pues, los trabajos e institutos que abogan por esta disciplina, como el International Council for Science: Committe on Data for Science and Technology, en 2002 comienzan a publicar el Data Science Journal para dialogar sobre temas enfocados a los sistemas de datos; en 2003 la Universidad de Columbia comienza a publicar The Journal of Data Science; en 2005 The National Science Board; en 2009 Yangyoing Zhu y Yun Xiong del Research Center for Dataology and Data Science publicaron Introduction to Dataology and Data Science para proponer el objeto de estudio de la Datalogía y la Ciencia de Datos y, a partir del 2013, los nuevos estudios se enmarcan destinados al análisis de big data. Lo importante es que la Ciencia de Datos engloba esta necesidad de generar métodos como formas de análisis y modelos como formas de síntesis para ayudar a estudiar la realidad y los fenómenos que se incluyen, por lo que la certeza que promueve esta disciplina ayuda a los cuantificar y medir las dinámicas que se producen en el territorio

. DESARROLLO Entre Orden y desorden de un sistema complejo.

Es común contextualizar los términos de orden y desorden de una estructura con el término denominado sistema complejo, porque precisamente este tipo de sistemas emplean el desorden como parte de su complejidad; sin embargo, es necesario evaluar que este concepto no aplica para esta investigación en función de ciertas características que permiten descartar esta línea de trabajo. Partiendo de la complejidad, desde el punto de vista de Edgar Morín, ésta “se impone de entrada a la imposibilidad de simplificar” (Morín, 1977, pág. 377), por lo que un reto es organizar e intentar simplificar lo que en apariencia no se puede. Esta oposición antagónica de simplicidad contra complejidad muestra una tendencia epistemológica sobre cómo deben ser los sistemas complejos. Carlos Reynoso (2006), tomando el tratado de Morín, presenta una noción de diferencia entre simplicidad y complejidad entre lo que destaca que mientras el principio de simplicidad manifiesta ideas claras y netas, discurso monológico, subsunción a leyes, invariancias, constancias y principio de causalidad lineal exterior a los objetos, el paradigma de complejidad muestra diálogo y macro-conceptos, causalidad compleja y endo-causalidad y la inevitabilidad de organización y auto-organización (pág.176). Esta diferencia es

complementada con la combinación de elementos y la cantidad de interacciones que forman una estructura que representa la complejidad de un sistema, sin embargo, para este trabajo se visualiza que el sistema complejo también cuenta con otras características específicas como dinámica, aleatoriedad, estacionariedad, entre otros, mismos que antes de ser aplicados al territorio y se debe cuestionar de manera imperante ¿Cómo se mide la complejidad de un sistema? Una de las respuestas al cuestionamiento anterior está planteada por el catedrático Fernando Sancho Caparrini de la Universidad de Sevilla quien menciona en su blog : La búsqueda de estas medidas de complejidad toca muchos temas interesantes de la teoría de sistemas dinámicos y ha dado lugar a una serie de potentes herramientas. (...) Los sistemas dinámicos complejos muestran una gran variedad de comportamientos cualitativamente diferentes (que es una de las razones por las que la teoría de sistemas complejos es tan fascinante), y no parece apropiado intentar meter todos los sistemas complejos en una sola bolsa para medir su grado de complejidad siguiendo un único criterio (Sancho Caparrini, 2015). Sancho Caparrini (2015) presenta también una serie de axiomas para determinar qué tan complejo es un sistema, por ejemplo: Complejidad frente a Aleatoriedad basado en la entropía de Shannon, La complejidad de los sistemas formados por muchas componentes, Procesos Dinámicos Estacionarios y Complejidad y predictibilidad; estos parámetros complementan, desde el punto de vista de las matemáticas, a lo establecido por Rolando García (2006). Lo importante es cuestionar que una de las características para determinar si un sistema es complejo, es a través del cambio de estado que pasa de lo fijo, lo periódico, lo complejo a lo caótico, como lo muestra el diagrama de Langton (Reynoso, 2006, pág. 206

).

Otros procedimientos para medir la complejidad de un sistema a los que hace referencia Reynoso (2006) son: Entropía (Gibbs y Boltzman), Complejidad algorítmica (kolmogorow,Solomonoff), Contenido de información algorítmica (Chaitin), Información de Fisher, Entropía de Renyi, Información de Chernoff, Longitud de descripción mínima (Rissanen), Número de parámetros, o de grados de libertad, Complejidad de Lempel-Ziv, Información mutua máxima o capacidad de canal (Broomhead y Sidirov), Correlación, Información almacenada (Shaw), Dimensión fractal (Mandelbrot), Entropía Métrica (Kolmogorov-Sinai), Dimensión de Autosimilitud (Liu, Geiger, Kohn), Complejidad estocástica (Rissanen), Complejidad Jerárquica (Simon), Auto-organización (Turing), Distancia de Fisher (Wagner –Fisher), entre otras

Este planteamiento manifiesta que la imposibilidad de la obtención de datos observables y de hechos es un reto que adquiere de manera a priori, incluso aún debatido por el método inductivo y el empírico, sin embargo,

García (2006) también plantea ciertos argumentos para que muestran que el tratamiento de sistemas complejos puede hacer que el investigador caiga en el error

Consecuente a esto, la bibliografía marca a Raymond Boudon en el libro *Place du désordre, critique des théories de changement social* (1984)

),

Francis Affergan y *La pluralité des mondes* (1997) y Michel Forsé con *L'Ondre improbable, entropie et processus ciauz* (1986). Este último coloca en su trabajo a la sociedad y al universo material e imagina, termodinámicamente, un porvenir de máximo desorden, en el cual desaparezcan las jerarquías, las diferencias, las estructuras, las oblicaciones, etc., y plantea un cuadro de oposiciones relacionadas con el orden y desorden (Reynoso, 2006).

Tabla 1 Oposiciones de Michel Forsé Obtenido de Reynoso (2006, pág. 146)

Orden	Desorden	Desequilibrio	Equilibrio	Heterogeneidad	Homogeneidad	Desigualdad	Igualdad	Coacción
Libertad	Inestabilidad							

Estabilidad Estas categorías de Forsé refieren a dos grupos antagónicos para describir dos estados opuestos de cualquier sistema, por lo que cada uno de ellos refleja condiciones que se pueden evaluar como principio de complejidad, es decir que el transcurso de un estado a otro puede determinar la magnitud de lo complejo en función con la tendencia al desorden y al caos

Estos preceptos que menciona Balandier muestran la aparición de una la teoría del Caos en donde la complejidad puede llegar a su máxima expresión, que muestra el acontecimiento de lo no-lineal, de la sorpresa, en otras palabras, de esperar lo inesperado. En este estadio, y relacionado con la teoría de fractales, se exponen los fenómenos con comportamientos complejos y caóticos, en esencia no es necesario buscar patrones en los sistemas. Por ello al referir que una pequeña perturbación puede llegar a producir cambios dramáticos en el sistema a través del tiempo rompe con el supuesto de predictibilidad y carecería de validez, término que se busca lograr en esta investigación. El caos por sí solo muestra un estadio más allá de los sistemas estáticos y de

los periódicos ya que conforma parte de los sistemas no-lineales. Este concepto se ha mantenido en constante abordaje ya que inicia con los postulados de Isaac Newton a través de las leyes de movimiento y gravitación universal; continúa con Pierre Simon de Laplace (1771) y su determinismo laplaciano aplicado al futuro de sistemas una vez conociendo sus estados iniciales; más tarde Henri Poincaré (1903) y el principio del caos a través del azar; Edward Lorenz (1963) y el atractor de Lorenz con resultados de simulaciones diferentes ante condiciones iniciales muy próximas por lo que introdujo que variaciones tenues en un sistema puede llevar a futuros muy distintos; y finalmente la teoría de fluidos de David Ruelle y Floris Takens (1971). Cabe hacer mención que el que un sistema sea caótico no significa que no siga patrones por lo que suele a ver un conjunto de valores hacia los que el sistema tiende y este conjunto se llama atractor; así Lorenz (1963) describió un sistema relativamente simple de ecuaciones que dieron lugar a un patrón de complejidad infinita llamado atractor de Lorenz. La teoría del caos, como parte de las matemáticas, biología, física, entre otras ciencias, trata no solo de sistemas complejos sino también de sistemas dinámicos que son sensibles a las variaciones con respecto a las condiciones iniciales. Estas variaciones permiten valorar cambios sustanciales en un periodo de tiempo y lo que se buscaría en este trabajo es que la valoración de estos cambios pueda ser deterministas al colocar las barreras de límite, tiempo, entre otras. La Teoría del Caos presenta un estado del sistema que va más allá del estable y del inestable para convertirse en uno caótico donde la injerencia del concepto de caos determinista lleva consigo la aparición de nuevo del término sistema dinámico que no es más que un sistema que evoluciona con el tiempo y que ha sido aplicado a modelos económicos, matemáticos y de otros sistemas abstractos y cuyo comportamiento de estos sistemas solo puede ser visibles si se determina el límite del sistema, los elementos y sus relaciones para poder elaborar modelos que representen la realidad con base en patrones determinados. Los sistemas dinámicos pertenecen en parte al caos determinista, así como las ecuaciones diferenciales o la mecánica clásica. Intrínsecamente el caos determinista se centra en trayectorias asociadas a la evolución temporal de forma irregular pero que se pueden determinar por lo que, lejos de buscar una imposibilidad, se debe generar un cambio preciso que quizás el estudio de un sistema complejo no puede otorgar; por lo tanto, el aterrizaje al concepto de sistemas dinámicos muestra un determinismo latente para ser evaluado y expresado en este trabajo. Los sistemas dinámicos son sistemas cuyos parámetros internos (variables de estado) siguen una serie de reglas temporales. Se llaman sistemas porque están descritos por un conjunto de ecuaciones (sistema) y dinámicos porque sus parámetros varían con respecto a alguna variable que generalmente es el tiempo (Manso Martos, 2012) o, visto de otra manera, un sistema dinámico es una familia infinita de funciones (homeomorfismos locales) de un espacio (métrico) en sí mismo, cerrada bajo composiciones, siempre que éstas tengan sentido (Seade Kuri, 1994). Lo que hace atractivo al concepto de sistemas dinámicos es precisamente la interacción con el tiempo, es decir que ante esta articulación es posible medir el grado o nivel de cambio que sufrió el sistema en función de su estructura y organización, por lo que una manera una posible manera de entender la transformación es a través de un concepto de la física denominado entropía. El concepto de entropía que aparece para la directriz de evaluar a un sistema dinámico, hace referencia a una necesidad de evaluar la dispersión de un sistema o el grado de desorden, por lo que se retomará en el momento adecuado para articularse con el análisis pertinente. Entropía; medida orden-desorden del sistema La

entropía es una manera de medir que tan ordenado o desordenado es un sistema, entendiendo que entre mayor entropía mayor desorden existe en él. Para explicar la entropía primero es necesario cuestionar la segunda ley de la Termodinámica como un principio elemental para la física que estipula que cualquier proceso dinámico aumenta la entropía del universo, es decir que la energía del universo tiende a dispersarse, como se propuso en las estructuras disipativas. La entropía es una palabra griega y significa transformación o cambio es la medida de qué tan distribuida está la energía en un sistema o qué tan dispersa, entendiendo a la energía como una fuerza de trabajo que crece como una consecuencia de las matemáticas, específicamente de la estadística, ya que se describe desde la probabilidad. Los primeros trabajos relacionados con la Entropía pertenecen al físico austriaco Ludwig Eduard Boltzmann (1844-1906), quien también es autor de la constante de Boltzmann desde la perspectiva de la probabilidad en los estados microscópicos y macroscópicos, y su expresión matemática es la siguiente: Ecuación 1 Entropía de Boltzman $S = k \log W$ Donde: S es la entropía K es la constante de Boltzman equivalente a $1.3806488 \times 10^{-23}$ Log W es el número de preguntas para determinar el número de estados en que puede estar el sistema. Este término, colocado en contexto, no era comprendido a principios del siglo XX por los miembros de la academia, al grado de llevar a Boltzmann al suicidio en 1906, pero para cuestiones de este trabajo la comprensión del término solo se remite a la concepción que permite entender la dinámica espacial que conforman las ciudades dentro de un sistema metropolitano, por lo que representación gráfica de la entropía es la que aporta mayor descripción en esta investigación. En realidad, la entropía no es más que un contador de estados posibles de configuraciones de estados basados en las diferentes combinatorias de la siguiente manera: Ecuación 2 Fórmula de combinatorias

$$C_{mm} = (mm)! = m! m! (m - m)!$$

Esto concluye que entre más grande es el número de elementos dentro de un sistema (n) mayor es el número de configuraciones, por lo que es entendible que el número de posibilidades en que los elementos estén en un orden es de 1 o cercano a este dígito, mientras

2

Concepto a las diferentes formas que puede adquirir un sistema a través de su estructura

que el de configuraciones donde existe el desorden es un número muy grande debido a la distribución improbable dentro del sistema, por lo que la naturaleza del sistema es ejercer un desorden dado el número

grande de probabilidad a este estado, por lo que Boltzmann inició una rama de la física llamada mecánica estadística que se enlaza a la estadística; esto ayuda a expresar los comportamientos de sistemas constituidos por una cantidad estadísticamente significativa de componentes a partir de las partículas y sus interacciones de modo que, conociendo el comportamiento de uno, es posible averiguar el comportamiento de varios, por lo que su aplicación en reacciones nucleares, sistemas biológicos, químicos, neurológicos ha generado vetas de nuevo conocimiento

Con lo dicho anteriormente se concluye que en un sistema aislado la entropía, o el grado de desorden, siempre aumenta ya que el estado ordenado solo es 1 e improbable y es más probable establecer cientos de configuraciones donde el estado está desordenado, por lo que es propiedad de la naturaleza es tender hacia el desorden como un huevo romperse o hielos derretirse, en otras palabras es más fácil deshacer que hacer, destruir que construir ya que esta propiedad permite distinguir el pasado del futuro. Cabe hacer mención que no se inhibe una variable importante que impacta en la entropía y es el tiempo, ya que el cambio que postula la entropía no es espontáneo³, así que se intenta en adelante traducir este concepto a leyes espaciales-urbanas en un lapso de tiempo para evidenciar el cambio producido en el sistema aislado. El sistema de ciudades, entendido como una estructura que tiene una organización espacial específica, determina un cambio de estado inicial a uno final a través de un tiempo por lo que, para entender este proceso y el concepto de entropía de una manera clara, se coloca el siguiente ejemplo en química: se tienen partículas de tres gases distintos que pasan de un estado ordenado al estar separadas a un estado caótico cuando se mezclan en un recipiente ya que al mezclarse producen uno de los millones de estados posibles en que pudieron haberse combinado; este caso hace referencia a dos términos que se acuñan en la Geoestadística que son la dispersión y la concentración como un equivalente a la entropía sin ser el mismo caso

. 3

Como la energía libre Gibbs (G) que mide la espontaneidad que se da en el Universo

Hay que aclarar que la concentración y dispersión en estadística están explicados en parte por los conceptos de varianza y desviación estándar como una medida para determinar qué tan alejados están los datos del punto

central o media aritmética pero que no son directamente analogías del orden y desorden

Para este trabajo, el grado de orden impacta en la manera en que el territorio se ve organizado, es decir que se espera un orden donde la homogeneidad prevalezca en los puntos de los municipios donde cada uno de ellos tenga la misma actividad económica para determinar si el sistema forma una unidad o, en caso contrario, la diferencia de actividades económicas predominantes en el sistema metropolitano sea tan heterogéneo y entrópico que tienen características específicas y necesitan ser analizados de manera distinta

Dicho lo anterior, la gama de posturas disciplinares ha llevado a este trabajo a no solo manejar conceptos, como el de sistema, sino formas y maneras de entender el territorio, incluso principios y axiomas de comportamiento que ayudan a retomar metodologías para determinar lo que se quiere medir y las propiedades que hacen que estas medidas se conviertan en una base de análisis sobre supuestos teóricos. Este recorrido, al tomar prestados conceptos de otras disciplinas, lleva a medir el grado de cambio de un sistema, básicamente en su estructura como forma tangible y en su organización como forma intangible hacia una urbanometría, pero emerge la siguiente interrogante ¿de qué manera se puede sintetizar y representar los cambios en estructuras y organizaciones a través del tiempo?. La respuesta posiblemente haya sido resuelta por el urbanismo, pero sustentada teorías de la geografía como una disciplina que aboga hacia la grafía, es decir a la representación

. Cambio de estado en la concentración espacial desde la entropía

Lo que hace atractivo al concepto de sistemas dinámicos es precisamente la interacción con el tiempo, es decir que ante esta articulación es posible medir el grado o nivel de cambio que sufrió el sistema en función de su estructura y organización, por lo que una manera una posible manera de entender la transformación es a través la entropía. La entropía es una manera de medir que tan ordenado o desordenado es un sistema, entendiendo que entre mayor entropía mayor desorden existe en él, y un parámetro para medir este concepto es la dispersión de una serie de elementos dentro de un sistema. La entropía muestra el grado de desorden de un sistema, lo se hace referencia a la afirmación de que entre más heterogéneo sea un sistema más desequilibrado se comporta, por lo tanto, más entrópico es y tiende al desorden. El cambio o la variación que ocurrió del periodo A al periodo B se evidencia en la cantidad de Teselas que aumentaron; en 2010 se presentaron 52 teselas

mientras que en 2020 se conjuntaron 69 teselas, esto bajo la lógica de que las unidades económicas, en función de su crecimiento, formalizaron apariciones que dieron vida las nuevas teselas

. Figura 1 Comparación de proceso de constelación urbana desde las teselas hexagonales. Fuente: Elaboración Propia

El análisis en este punto se vuelven 2 muestras independientes no pareadas y de diferentes tamaños, asumiendo que de las 52 teselas que habían, 4 desaparecieron y se agregaron 21 para configurar las 69 finales. En este proceso se evalúa si el comportamiento de los polígonos generó una variación significativa y determinar su grado de entropía. Tabla 2 Estadísticas descriptivas de la concentración de Unidades económicas en Teselas de 2010 y 2020 Fuente : Elaboración propia. Variable N Media Desv. Est. Varianza Coef. Variación Concentración_2010 52 236 479.9 230,305.9 203.36 Concentración_2020 69 571 1200 1,440,676.0 210.36 Lo que se observa en la tabla anterior es que la media aritmética varió en demasiado por tener mayor cantidad de UE como se esperaba en 2020; la varianza es muy grande por la cantidad de dispersión que existe entre las teselas del mismo periodo4 pero el valor que ayuda a visualizar con mayor certeza el cambio es el referente al Coeficiente de Variación que permite comparar las dispersiones de dos distribuciones distintas, siempre que sus medias sean positivas y se expresan en porcentajes. En estadística las medidas de dispersión, como se han trabajado en puntos anteriores, son números que indican si una variable se mueve mucho, poco, más o menos que otra y una de estas medidas es el coeficiente de variación que "es una medida estadística que nos informa acerca de la dispersión relativa de un conjunto de datos" (Economipedia, 2021), y cuyo cálculo se obtiene de dividir la desviación típica entre el valor absoluto de la media del conjunto y por lo general se expresa en porcentaje para su mejor comprensión de la siguiente manera: Ecuación 3 Coeficiente de Variación $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$ Algunas propiedades de este coeficiente de variación es que no posee unidades ya que es adimensional, es insensible a cambios de escalas y generalmente es un valor menor a 1. Dado el planteamiento anterior, surge la pregunta de qué tan homogénea es la muestra y si esta

4 Es decir, existen teselas con muchas concentraciones y otras tienen muy pocas.

distribución permaneció o cambió en el periodo B. Cabe hacer mención que existen algunos parámetros para determinar el grado de homogeneidad como lo siguientes: CV es <5% la distribución es muy homogénea, 5% <CV<25% distribución homogénea, 25%<CU<50% distribución heterogénea y Cv > 50% la distribución es muy heterogénea, sin embargo, como se mencionó en los análisis exploratorios, esta distribución es heterogénea por la variabilidad con la que se encuentra cada estado del sistema. El coeficiente antes mencionado refiere a la relación de su dispersión que, en un sistema, alude a que la manera en que los elementos o partículas están

distribuidas en un contenedor, en este caso en distintos polígonos, por lo que se deduce que si aumentó la dispersión en 2020 es equiparable a que su entropía aumentó y tiende al desorden o al caos

En las estadísticas descriptivas de la tabla 35 se muestra que el coeficiente de variación del sistema aumentó de 203.36 a 210.36, lo que evidencia que la dispersión se hizo mayor, pero el ruido de los valores es muy grande al haber grandes diferencias en las medidas de centralidad, por lo que una vez más se estandarizan en proporciones para disminuir la variabilidad de los datos obteniendo los siguientes resultados Tabla 3

Estadísticas descriptivas del porcentaje de concentración de UE en Teselas 2010 y 2020. Fuente :

Elaboración propia. Variable N Media Desv. Est. Varianza Coef. Variación %Concentración_2010 52 1.652 3.360 11.292 203.36 %Concentración_2020 69 1.379 2.900 8.409 210.36 Al estandarizar los datos y equiparar las variabilidades se muestra que la media aritmética disminuyó y se explica porque, al aparecer teselas en el modelo hexagonal, la distribución total se reparte entre más elementos cuyo valor es cercano al 1%, es decir en los polígonos periféricos, al ser estos valores muy pequeños pero pertenecientes al porcentaje total, existen más teselas con poco porcentaje, lo que hace que la variabilidad también baje; sin embargo, es importante destacar que aunque se estandaricen los datos, el C.V se mantiene igual por lo que funciona como un valor para determinar que hubo mayor distribución en 2020 por la aparición de nuevos polígonos en el modelo territorial. Estableciendo el panorama exploratorio, se realiza una prueba T-Student para determinar si hubo variación significativa entre sus medias aun teniendo distinta cantidad de elementos estadísticos, por lo que la prueba se corre con los valores estandarizados en porcentajes obteniendo los siguientes resultados bajo la prueba de hipótesis: $H_0: \mu_1 = \mu_2$ (las medias son iguales) vs $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$ (las medias no son iguales) Tabla 4

Resultados de la prueba de T para dos muestras independientes de Teselas en 2010 y 2020 Fuente :

Elaboración propia. N Media Desv. Est. Error Estándar de la Media Teselas en 2010 52 1.68 3.36 0.47 Teselas en 2020 69 1.38 2.90 0.35 Valor T Valor p GL 0.47 0.639 100 Gráfica de caja de medias %2010 vs %2020 20 15

Porcentajes 10 5 0 %2010 %2020 Figura 2 Igualdad de medias entre %2010 y %2020 Fuente :

Elaboración propia. Con la prueba de hipótesis anterior se concluye que se no se rechaza la Hipótesis nula, con un $\alpha = 0.05$ y un valor de confiabilidad del 95%, y se acepta que las medias se mantuvieron significativamente igual en el cambio de estado del sistema. Para evaluar el cambio de concentración espacial, se realiza la prueba de homogeneidad de varianza bajo dos métodos estadísticos: Prueba de intervalos de confianza de Bonnet y el método de cálculo para la prueba de Levene ya antes mencionada. El método de cálculo para la prueba de Levene se basa en la modificación del procedimiento de Levene hecha por Brown y Forsythe. Este método considera las distancias de las observaciones con respecto a la mediana de la muestra en lugar de la media de la muestra. Utilizar la misma mediana en lugar de la media de la muestra hace que la prueba sea más robusta para muestras más pequeñas (Minitab18, 2021), mientras que el método de cálculo para los intervalos de confianza de Bonett utiliza un algoritmo de cálculo alternativo y se calcula invirtiendo los intervalos de confianza corregidos. El

objetivo de estas pruebas es determinar si la distribución de UE en el territorio cambió significativamente para explorar si el cambio fue con mayor dispersión (Heterogéneo) o tuvo tendencia a la concentración (Homogéneo) bajo la siguiente prueba de Hipótesis con un intervalo de confianza de 95%: $H_0 : \sigma_{21} = \sigma$

22 (

las varianzas son iguales) vs $H_a : \sigma_{21} \neq \sigma_{22}$ (las varianzas no son iguales) Tabla 5 Resultados de prueba de Levene y de Bonnet para prueba de homogenidad de varianza para concentración 2010 y 2020 Fuente : Elaboración propia. Método IC para relación de Desv. Est. Ic para relación de varianza Bonett (0.456, 2.737) (0.208, 7.491) Levene (0.527, 3.069) (0.277, 9.421) Método GL1 GL2 Estadística de Valor P prueba Bonett --- 0.039 Levene 1 119 3.59 0.060

Figura 3 Resultados

gráficos de prueba de homogeneidad de varianza de Bonnet y Levene para concentración en 2010 y 2020. Fuente : Elaboración propia. Basados en los resultados, con un α de 0.05 y un nivel de confiabilidad de 95%, la prueba de Bonett refiere que se rechaza H_0 y se acepta que hay una diferencia en la variabilidad y existe dispersión de datos, mientras que la prueba de Leven no rechaza H_0 y acepta que existe homogeneidad de varianza. Ante estos resultados se decide hacer el mismo procedimiento, pero con las muestras estandarizadas para disminuir el ruido que produce la diferencia de concentraciones en ambos períodos

. CONCLUSIÓN La transformación y evolución de las ciudades en el transcurso del tiempo es una forma inherente al desarrollo territorial, al cual todas las ciudades están inscritas. La complejidad de las ciudades radica en poder evaluar la inestabilidad, la imprevisibilidad y las variaciones en los crecimientos de las ciudades con cualquier variable que implique una dispersión, en este caso las actividades económicas. Los trabajos metodológicos que abonan a la medición de fenómenos urbanos pueden no ser siempre los mejores y propios de la disciplina ya que los análisis de las ciudades requieren métodos complejos que ayuden a determinar los crecimientos que afrontan las urbes y zonas metropolitanas en los estudios territoriales. Ante esta situación es imprescindible que para determinar la complejidad de una ciudad se necesitan dos elementos importantes: uno es el concepto complejo que se requiere evaluar y otro el parámetro de evaluación. Este trabajo se centró en evaluar el concepto de entropía, cuya línea rectora es determinar la tendencia al orden o caos de cualquier sistema evaluado, explicado por el coeficiente de variación, mismo que no puede ser entendido si no se transita por el diálogo disciplinar que en este caso fue la física, la estadística y la geografía matemática. Por otro lado, el parámetro de evaluación se centró en la evaluación de heterogeneidad de dispersión basado en las pruebas de medias y de homogeneidad de varianza para determinar si en el tiempo hubo una transformación, la cual se da como en cualquier sistema, pero no fue significativa, por lo que se asume que existe una tendencia al caos, pero dos períodos o un lapso de 10

años no son suficiente para determinar una tendencia al desorden. Es innegable que la interpretación no es que no exista el caos, sino que al evaluar un sistema completo de ciudades se debe asumir que el centro de las ciudades se mantiene constantes y las zonas periféricas con las que tienden a la transformación por lo que para efectos de futuros trabajos se requiere que separen los sistemas céntricos a los periurbanos para separar comportamientos de sistemas y buscar la estabilidad solo en zonas de transformaciones. Lo cierto es que el procedimiento anterior muestra una forma de evaluar estas transformaciones que pueden ser aplicadas al diseño de ciudades como una manera de evaluar con exactitud los cambios de magnitudes territoriales basados en intervalos de confianza y en graficación para la presentación de resultados. En este sentido la interdisciplina muestra como un modelo estadístico-matemático, que proviene de la perspectiva de la física y geografía, representa una forma de evaluar al urbanismo para representar las complejidades entre el caos y el orden para la obtención de procedimientos que ayudan a medir los sistemas entrópicos en las ciudades. Esta perspectiva ayuda a la concepción de estudiar a profundidad las maestrías y las graffías del procedimiento urbano que ayuda al mantenimiento de estándares para valorar y evaluar los procedimientos evolutivos en las ciudades.

REFERENCIAS

Seade Kuri, J. (1994). Una Introducción a los Sistemas Dinámicos. Ciencias(34), 23-29.

Boudon, R. (1984). La place du désordre, critique des theories du changement social. Paris: P.U.F.

Cleveland, W. S. (2001). Data science: an action plan for expanding the technical areas of the field of statistics. International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique, 21-26.

De Mattos, C. (2004). Santiago de Chile de cara a la globalización, ¿Otra Ciudad? En PRocesos metropolitanos y grandes ciudades; Dinámicas recientes en México y otros países (págs. 19-53). Conocer para decidir. Economipedia. (08 de 01 de 2021). Obtenido de <https://economipedia.com/definiciones/coeficiente-de-variacion.html>

Forsé, M. (1986). L'Ordre improbable, entropie et processus sociaux. París: Universidad René Descartes.

García, R. (2006). Sistemas complejos; Conceptos, método y fundamentacion epistemológica de la investigación interdisciplinaria. Barcelona: Gedisa.

Hayashi, C. (1998). Studies in Classification, Data Analysis, and Knowledge Organization. 40-51.

Maldonado, C. (23 de Febrero de 2015). Introducción al pensamiento científico de punta. Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=oqzVLq6zn0o&t=2573s>

Manso Martos, I. (2012). Simulación Numérica de Sistemas de. Sevilla: UNIVERSIDAD DE SEVILLA. Minitab18. (25 de marzo de 2021). support.minitab18.com. Obtenido de <https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/statistics/basic-statistics/supporting-topics/tests-of-proportions-and-variances/bonett-s-method-or-levene-s-method/>

Morín, E. (1977). La Méthode. Paris: Editions du seuil.

Ratzel, F. (1903). Die geographische Lage der großen. Die Grossstadt.

Sancho Caparrini, F. (07 de 06 de 2015). Blog Investigador Fernando Sancho Caparrini; . (D. d. Artificial, Editor) Recuperado el 2018, de Cómo medir la complejidad: <http://www.cs.us.es/~fsancho/?e=81>

Tukey, J. W. (1962). The future of Data Analysis. The Annals of Mathematical Statistics, 1- 67.

Velt, P. (2000). Le Nouveau monde industriel. París: Editions Gallimard.

fuentes:

5,585 words / 81% - de 19-sept-2023 12:00a. m.
cdigital.uv.mx

5,585 words / 81% - Internet de 19-may-2022 12:00a. m.
cdigital.uv.mx

510 words / 7% - Internet de 19-oct-2022 12:00a. m.
riaa.uaem.mx ↗

391 words / 6% - Internet de 04-oct-2022 12:00a. m.
pa.upc.edu ↗

224 words / 3% - de 13-jul-2024 12:00a. m.
dspace.palermo.edu ↗

75 words / 1% - Internet de 01-ene-2024 12:00a. m.
["Ciencia de datos", Wikipedia, es, 2024](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=%22Ciencia_de_datos%22&oldid=11500000) ↗

75 words / 1% - Internet de 13-dic-2020 12:00a. m.
[es.wikipedia.org](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Linkfang&oldid=10000000) ↗

75 words / 1% - Internet de 30-nov-2020 12:00a. m.
[es.m.wikipedia.org](https://es.m.wikipedia.org/w/index.php?title=Linkfang&oldid=10000000) ↗

75 words / 1% - Internet de 13-may-2021 12:00a. m.
es.linkfang.org ↗

75 words / 1% - Internet de 13-dic-2021 12:00a. m.
[gruporosevi.blogspot.com](https://gruporosevi.blogspot.com/2021/12/que-es-linkfang.html) ↗

75 words / 1% - de 08-abr-2024 12:00a. m.
[bookpedia.co](https://bookpedia.co/book/que-es-linkfang) ↗

70 words / 1% - de 09-ene-2024 12:00a. m.
[support.minitab.com](https://support.minitab.com/English/What-is-linkfang.htm) ↗

70 words / 1% - Internet de 01-ago-2022 12:00a. m.
[support.minitab.com](https://support.minitab.com/English/What-is-linkfang.htm) ↗

70 words / 1% - Internet de 14-dic-2019 12:00a. m.
[support.minitab.com](https://support.minitab.com/English/What-is-linkfang.htm) ↗

67 words / 1% - Internet de 26-dic-2022 12:00a. m.
[doczz.es](https://doczz.es/que-es-linkfang) ↗

53 words / 1% - Internet de 02-sept-2016 12:00a. m.
[www.scribd.com](https://www.scribd.com/doc/3798/que-es-linkfang) ↗

53 words / 1% - Internet de 27-jul-2016 12:00a. m.
www.scribd.com 

53 words / 1% - Internet de 24-feb-2023 12:00a. m.
www.researchgate.net 

53 words / 1% - Internet de 02-jun-2020 12:00a. m.
pt.scribd.com 

53 words / 1% - Internet de 14-dic-2019 12:00a. m.
pt.scribd.com 

53 words / 1% - Internet de 31-oct-2016 12:00a. m.
pt.scribd.com 

53 words / 1% - Internet de 25-jul-2016 12:00a. m.
pt.scribd.com 

53 words / 1% - Internet de 11-sept-2022 12:00a. m.
icono14.net 

52 words / 1% - Internet de 26-sept-2022 12:00a. m.
icono14.net 

52 words / 1% - Internet
[Lope Salvador, Víctor, Mamaqi, Xhevrie, Vidal Bordes, Javier. "La Inteligência Artificial", 'Asociacion Cientifica ICONO14', 2020](http://Lope Salvador, Víctor, Mamaqi, Xhevrie, Vidal Bordes, Javier.) 

53 words / 1% - Internet de 24-agosto-2016 12:00a. m.
es.scribd.com 

52 words / 1% - Crossref
[Víctor Lope Salvador, Xhevrie Mamaqi, Javier Vidal Bordes. "La inteligencia artificial", Revista ICONO14 Revista científica de Comunicación y Tecnologías emergentes, 2020](http://Víctor Lope Salvador, Xhevrie Mamaqi, Javier Vidal Bordes.) 

52 words / 1% - Internet de 14-ene-2023 12:00a. m.
core.ac.uk 

48 words / 1% - de 05-mayo-2023 12:00a. m.
tusconsejosrapidos.com 

48 words / 1% - de 18-jun-2024 12:00a. m.

aawyx.com 

47 words / 1% - Internet de 12-dic-2020 12:00a. m.

www.mindmeister.com 

47 words / 1% - de 02-jul-2023 12:00a. m.

simplebooklet.com 

47 words / 1% - Internet de 12-dic-2020 12:00a. m.

brainly.lat 

46 words / 1% - Internet de 02-sept-2021 12:00a. m.

www.studocu.com 

46 words / 1% - Internet de 04-ago-2022 12:00a. m.

www.goconqr.com 

46 words / 1% - Internet de 19-abr-2022 12:00a. m.

www.goconqr.com 

46 words / 1% - Internet de 19-abr-2022 12:00a. m.

www.goconqr.com 

46 words / 1% - Internet de 09-ene-2023 12:00a. m.

la-respuesta.com 

46 words / 1% - Internet de 30-nov-2020 12:00a. m.

coggle.it 

45 words / 1% - Internet de 06-mar-2023 12:00a. m.

vdocuments.es 

45 words / 1% - Internet de 04-oct-2021 12:00a. m.

www.slideshare.net 

45 words / 1% - Internet de 18-oct-2022 12:00a. m.

www.coursehero.com 

44 words / 1% - de 06-abr-2023 12:00a. m.

WWW.coursehero.com 

44 words / 1% - Internet de 02-nov-2021 12:00a. m.
www.coursehero.com 

35 words / 1% - Internet de 01-abr-2022 12:00a. m.
www.coursehero.com 

45 words / 1% - Internet de 09-mar-2023 12:00a. m.
orgosis.wordpress.com 

45 words / 1% - de 19-dic-2023 12:00a. m.
fdocuments.es 

45 words / 1% - de 30-nov-2023 12:00a. m.
fdocuments.es 

45 words / 1% - Internet de 26-dic-2022 12:00a. m.
fdocuments.ec 

45 words / 1% - Internet de 16-ene-2023 12:00a. m.
es.slideshare.net 

44 words / 1% - Internet
[Martínez Hernández, Tanayi. "Mejora del proceso de abastecimiento interno aplicando optimización vía simulación", 2020](http://Martínez Hernández, Tanayi.) 

44 words / 1% - Internet
[Arroyo Garza, Santiago. "Análisis de estabilidad y seguimiento de trayectorias de sistemas dinámicos complejos y con retardo en el tiempo usando redes neuronales adaptables", 2015](http://Arroyo Garza, Santiago.) 

45 words / 1% - Internet de 29-ene-2023 12:00a. m.
de.slideshare.net 

44 words / 1% - Internet de 29-ene-2023 12:00a. m.
de.slideshare.net 

45 words / 1% - de 19-jul-2024 12:00a. m.
docplayer.es 

45 words / 1% - de 28-jul-2024 12:00a. m.
docplayer.es 

45 words / 1% - Internet de 17-ene-2023 12:00a. m.
biblus.us.es 

45 words / 1% - de 19-ene-2024 12:00a. m.
1library.co 

44 words / 1% - de 09-may-2024 12:00a. m.
www.clubensayos.com 

44 words / 1% - Internet de 22-ene-2022 12:00a. m.
repository.udistrital.edu.co 

44 words / 1% - Internet de 02-nov-2022 12:00a. m.
repositorio.ucp.edu.co 

44 words / 1% - Internet de 15-ene-2021 12:00a. m.
posgrado.lapaz.tecnm.mx 

44 words / 1% - Internet de 17-oct-2022 12:00a. m.
inaoe.repositorioinstitucional.mx 

41 words / 1% - Internet de 05-dic-2022 12:00a. m.
tesis.ipn.mx 

38 words / 1% - Internet de 29-dic-2016 12:00a. m.
prezi.com 

38 words / 1% - Internet de 23-agosto-2016 12:00a. m.
prezi.com 

40 words / 1% - Internet de 18-ene-2023 12:00a. m.
publications.pelotajara.com 

39 words / 1% - Internet de 14-dic-2020 12:00a. m.
pensamisist.blogspot.com 

39 words / 1% - Internet
[Cabrera Hernández, Iñaki. "Estudio de las ocasiones de gol en La Liga durante la temporada 2019/2020", 'Edicions de la Universitat de Barcelona', 2023](https://www.upf.edu/~ihernan/estudio-de-las-ocasiones-de-gol-en-la-liga-durante-la-temporada-2019-2020.pdf) 
