Universidad de las Américas
Cálculo Diferencial MAT170
Agosto 20, 2019

Desarrollo Cátedra 1

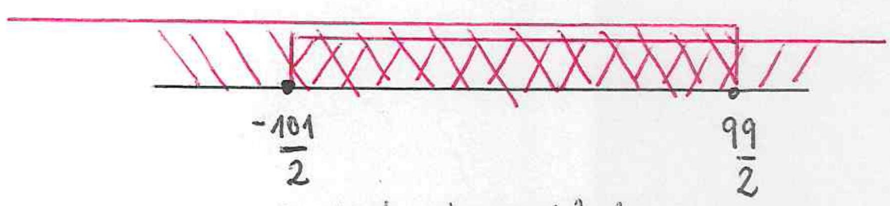
Problema 1.

$$|2x+1| \leq 100 \iff -100 \leq 2x+1 \;\wedge\; 2x+1 \leq 100$$

$$-100 \leq 2x+1 \Rightarrow -100-1 \leq 2x$$
$$\Rightarrow -101 \leq 2x$$
$$\Rightarrow -\frac{101}{2} \leq x$$

$$2x+1 \leq 100 \Rightarrow 2x \leq 100-1$$
$$\Rightarrow 2x \leq 99$$
$$\Rightarrow x \leq 99/2$$

Geométricamente:



Conjunto solución de la desigualdad $|2x+1| \leq 100$:

$$\left[-\frac{101}{2}, \frac{99}{2}\right].$$

Problema 2.

a. $h(t) = 13t - 4.9t^2$

Altura en $t = 2$ (s) : $h(2) = 13 \cdot 2 - 4.9 \cdot 2^2 = 6.4$ (m)

Respuesta : A los 2 segundos, la piedra está a 6.4 metros de altura.

b. Sea $t = t_0$ el tiempo en que la piedra está en el su

Algebraicamente : $h(t_0) = 0$

$$h(t_0) = 0 \iff 13t_0 - 4.9t_0^2 = 0$$

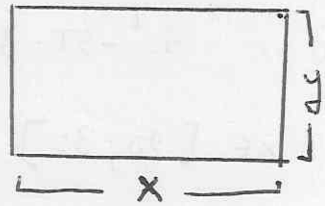
$$\iff 4.9t_0\left(\frac{13}{4.9} - t_0\right) = 0$$

$$h(t_0) = 0 \implies t_0 = 0 \text{ (s)} \vee t_0 = \frac{13}{4.9} \approx 2.65 \text{ (s)}$$

Respuesta : La piedra está en el aire durante 2.65 segundos.

Problema 3.

Terreno rectangular:



$x > 0$
$y > 0$

Primera ecuación: $2x + 2y = 100$

$$y = 50 - x$$

Segunda inecuación: $xy \geq 600$

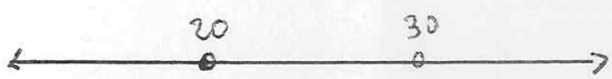
Reemplazando: $xy \geq 600 \iff x(50-x) \geq 600$

$$x(50-x) \geq 600 \Rightarrow -x^2 + 50x \geq 600$$
$$\Rightarrow -x^2 + 50x - 600 \geq 0 \quad / \cdot (-1)$$
$$\Rightarrow x^2 - 50x + 600 \leq 0$$

Como $x^2 - 50x + 600 \leq 0$ es una inecuación no lineal (cuadrática), ocupamos criterio de calculo de puntos críticos para estudiarla:

$$x^2 - 50x + 600 \leq 0 \iff (x-20)(x-30) \leq 0$$

Puntos críticos: $x = 20, 30$,



$x-20$	$-$	$+$	$+$
$x-30$	$-$	$-$	$+$
$x^2-50x+600$	$+$	$-$	$+$

Luego : $x \in \,]20, 30[$; pero como $x = 20, 30$ cumplen :

$x = 20$: $20^2 - 50 \cdot 20 + 600 \leq 0$

$x = 30$: $30^2 - 50 \cdot 30 + 600 \leq 0$

Se tiene $x \in [20, 30]$.

Por otro lado : $20 \leq x \Rightarrow -x \leq -20 \quad / +50$

$\Rightarrow 50 - x \leq 50 - 20$

$\Rightarrow \underbrace{50 - x}_{y} \leq 30$

$x \leq 30 \Rightarrow -30 \leq -x \quad / +50$

$\Rightarrow 50 - 30 \leq 50 - x$

$\Rightarrow 20 \leq \underbrace{50 - x}_{y}$

Por lo tanto : $20 \leq y \wedge y \leq 30$, o sea , $y \in [20, 30]$.

Conclusión : la medida de x debe estar entre 20 pies y 30 pies, mientras que la medida de y debe estar entre 20 pies y 30 pies.

Problema 4.

a. $L = L(T)$: longitud de la barra (en cm)

T : temperatura de la barra (en °C)

Datos : $L(75) = 76.4$, $L(100) = 76.55$

Cálculo de $L = L(T)$:

$$L(T) = \frac{L(100) - L(75)}{100 - 75}(T-75) + 76.4$$

$$L(T) = \frac{76.55 - 76.4}{25}(T-75) + 76.4$$

$$L(T) = \frac{3}{500}(T-75) + 76.4$$

$$\boxed{L(T) = 0{,}006\,T + 75.95}$$

b. La longitud de la barra cuando su temperatura es de $T = 150°C$, es $L(150)$ (cm).

$$L(150) = 0.006 \cdot 150 + 75.95 = 76{,}85 \text{ (cm)}$$

Conclusión: La longitud de la barra es de 76.85 (cm).

Problema 5.

a. El dominio de f es el conjunto

$$[-10, -5[\cup [-3, 10]$$

b. El recorrido de f es el conjunto

$$]-10, 0[\cup]2, 10]$$

c. $f(-3) = 4$

$f(0) = -3$

$f(2) = 10$

$f(7) = -7$

$f(10) = -4$

Luego:

$$\frac{f(-3) + 2\cdot f(0) - f(2)}{f(7) + f(10)} = \frac{4 + 2\cdot(-3) - 10}{-7 - 4}$$

$$= \frac{-12}{-11} = \frac{12}{11}.$$