Universidad de las Américas
Cálculo Diferencial e Integral
Agosto 19, 2019

Desarrollo Cátedra 1.

Problema 1.

$$I(x) = 0.01x(1000-x)$$
$$= 10x - 0.01x^2$$

$$I(250) = 10\cdot 250 - 0.01\cdot 250^2 = 1875 \quad (\text{dólares})$$
$$I(350) = 10\cdot 350 - 0.01\cdot 350^2 = 2275 \quad (\text{dólares})$$

Incremento del ingreso:

$$\Delta x = 100 \quad (\text{pares de calzado})$$

$$\Delta I = I(250+\Delta x) - I(250)$$
$$= I(250+100) - I(250)$$
$$= I(350) - I(250)$$
$$= 2275 - 1875$$
$$= 400 \quad (\text{dólares})$$

Interpretación: Cuando aumenta la venta, de 250 a 350 pares de calzado, por cada par de calzado extra vendido, el ingreso de la fábrica aumenta en 400 dólares.

Problema 2.

$$C(I) = 10\sqrt{I} + 0.7\sqrt{I^3} - 0.2I$$
$$= 10I^{1/2} + 0.7I^{3/2} - 0.2I$$

Consumo marginal $\frac{dC}{dI}$,

$$\frac{dC}{dI} = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot I^{-1/2} + 0.7 \cdot \frac{3}{2} I^{1/2} - 0.2 = 5I^{-1/2} + 1.05I^{1/2} - 0.2$$

Consumo marginal cuando el ingreso es $I = 10000$ (millones de dólares)

$$\frac{dC}{dI}(10) = 4.7 \quad (\text{miles de toneladas / millones de dólares})$$

$$= 4700 \quad (\text{toneladas / millones de dólares})$$

Interpretación: Cuando el ingreso de la población es de 10 millones de dólares, por cada millón extra el consumo de cereal aumenta en 4700 toneladas.

Problema 3.

a. $$C(x) = 1000 + \frac{2000000}{x} + x^2$$

$$= 1000 + 2000000x^{-1} + x^2$$

$$C'(x) = -2\,000\,000x^{-2} + 2x$$

Pto crítico de $C(x)$:

$$C'(x) = 0 \iff -2\,000\,000x^{-2} + 2x = 0 \quad / \cdot x^2$$

$$\iff -2000000 + 2x^3 = 0 \quad / : 2$$

$$\iff -1000000 + x^3 = 0$$

$$x^3 = 1000000$$

$$x = \sqrt[3]{1000000} = 100$$

Comprobamos que efectivamente $C = C(x)$ se minimiza en $x = 100$

$$C''(x) = 4000000x^{-3} + 2$$

$$C''(100) = 4000000 \cdot 100^{-3} + 2 = 6 > 0$$

Conclusión: El costo de producción se minimiza cuando se fabrican 100 parlantes.

b. Menor costo de producción generado

$$C(100) = 1000 + \frac{2\,000\,000}{100} + 100^2$$

$$= 31000 \quad (\text{dólares})$$

El menor costo de producción es de 31000 dólares.

Problema 4.

- La función es creciente en los intervalos $[-0.5, 0.5]$ y $[1.5, 2]$
- La función es decreciente en los intervalos $[-1, -0.5]$ y $[0.5, 1.5]$
- Maximo local de f

  Lo alcanza en , valor

  $x = 0.5$ $\quad f(0.5) = 21$

- Mínimo local de f

  Lo alcanza en , valor

  $x = -0.5$ $\quad f(0.5) = 19$

  $x = 1.5$ $\quad f(1.5) = 14$