Universidad de las Américas
Cálculo Diferencial e Integral
Junio 14, 2019

Desarrollo Cátedra III

Problema 1.

Búsqueda del precio de equilibrio:

$$\mathcal{O}(x) = D(x)$$

$$x^2 = (x-4)^2$$

$$\Rightarrow \quad x^2 = x^2 - 8x + 16 \quad \Rightarrow \quad 8x = 16 \quad \Rightarrow \quad x = 2.$$

P_0 : precio de equilibrio $\Rightarrow \quad \mathcal{O}(2) = 4$

$E_{\mathcal{O}}$: excedente del productor (oferta)

E_D : excedente del consumidor (demanda).

$$E_{\mathcal{O}} = \int_0^2 (4 - \mathcal{O}(x))\,dx = \int_0^2 (4 - x^2)\,dx = \int_0^2 4\,dx - \int_0^2 x^2\,dx = 4x\Big|_0^2 - \frac{x^3}{3}\Big|_0^2$$

$$= 8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3} \approx 5.3$$

$$E_D = \int_0^2 (D(x) - 4)\,dx = \int_0^2 (x^2 - 8x + 16 - 4)\,dx = \int_0^2 (x^2 - 8x + 12)\,dx$$

$$= \int_0^2 x^2\,dx - \int_0^2 8x\,dx + \int_0^2 12\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^2 - 4x^2\Big|_0^2 + 12x\Big|_0^2 = \frac{8}{3} - 16 + 24 = \frac{32}{3} \approx 10.67$$

Respuesta: El excedente del productor es de 5.3 dólares y el excedente del consumidor es de 10.67 dólares.

Problema 2.

$$D'(p) = -\frac{4000}{p^2} \quad / \int dp$$

$$\int D'(p)\,dp = \int -\frac{4000}{p^2}\,dp$$

$$D(p) = \frac{4000}{p} + C$$

Por condición del problema : $D(8) = 504$

$$504 = D(8) = \frac{4000}{8} + C = 500 + C$$

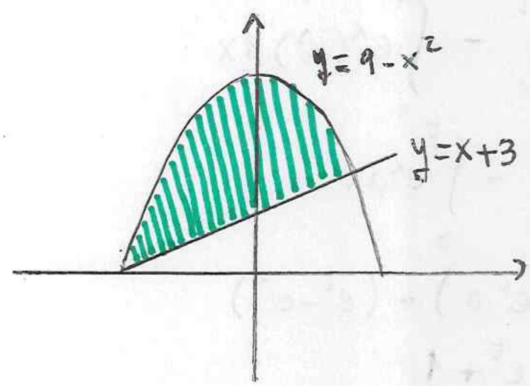
$$C = 4$$

La función de demanda es : $D(p) = \frac{4000}{p} + 4$

Problema 3.

A : Area total a sembrar (en metros cuadrados)
P : Dinero total a gastar en semillas (en pesos)

Ecuación : $P = 38400\, A$



Buscamos punto de intersección entre las curvas :

$9 - x^2 = x + 3 \Rightarrow 0 = x^2 + x + 3 - 9$.
$\Rightarrow 0 = x^2 + x - 6$
$\Rightarrow x = -3, 2$

$$A = \int_{-3}^{2} (9 - x^2 - (x+3))dx = \int_{-3}^{2} (-x^2 - x + 6)dx$$
$$= -\frac{x^3}{3}\Big|_{-3}^{2} - \frac{x^2}{2}\Big|_{-3}^{2} + 6x\Big|_{-3}^{2} = \frac{125}{6}$$

Por lo tanto : $P = 38400 \cdot \frac{125}{6} = 800.000$

Conclusión : El cliente debe cancelar 800000 pesos .

Problema 4

$$G(t) = \int_0^t 400 e^x x \, dx = 400 \int_0^t e^x x \, dx$$

Ocupando regla de integración por partes sobre la integral $\int_0^t e^x x \, dx$

$$\int_0^t e^x x \, dx = e^x x \Big|_0^t - \int_0^t e^x (x') \, dx$$

$$= e^x x \Big|_0^t - \int_0^t e^x dx$$

$$= (e^t t - e^0 \cdot 0) - (e^t - e^0)$$

$$= e^t t - e^t + 1$$

El gasto total es $G(t) = e^t t - e^t + 1$

Gasto total en los primeros 10 años : $G(10)$

$$G(10) = e^{10} \cdot 10 - e^{10} + 1 \approx 198239.19$$

Conclusión : El gasto total de la empresa durante los primeros 10 años es de aproximadamente 198239.19 dólares.