Universidad de las Américas

Cálculo II, MAT171

Agosto 21, 2019.

Desarrollo Cátedra 1

Problema 1.

$$f(1,4)=60 \quad , \quad f(3,2)=50 \quad , \quad f(2,2)=80 \quad , \quad f(4,4)=70$$

La ecuación cuadrática queda de la siguiente manera:

$$\frac{f(1,4)}{f(3,2)}x^2+f(2,2)x+\frac{f(4,4)}{10}=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{60}{50}x^2+80x+\frac{70}{10}=0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{6}{5}x^2+80x+7=0 \quad /\cdot 5$$

$$\Rightarrow \quad 6x^2+400x+35=0$$

Las soluciones de la ecuación $6x^2+400x+35=0$ son:

$$x_1=-0.088$$

$$x_2=-66.58$$

Problema 2.

$$X = 200\left(5 - e^{-0.002A}\right)\left(1-e^{-t}\right)$$

$$\frac{\partial x}{\partial A} = 200\left(0.002\, e^{-0.002A}\right)\left(1-e^{-t}\right)$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = 200\left(5 - e^{-0.002A}\right) e^{-t}$$

Evaluando en $A=400$ (millones de pesos), $t=3$ (horas)

$$\left.\frac{\partial x}{\partial A}\right|_{\substack{A=400\\ t=3}} = 200\left(0.002\, e^{-0.002\cdot 400}\right)\left(1-e^{-3}\right) \approx 0.171 \left(\text{miles celulares}/\text{millon de pesos}\right)$$

$$\left.\frac{\partial x}{\partial t}\right|_{\substack{A=400\\ t=3}} = 200\left(5-e^{-0.002\cdot 400}\right)e^{-3} \approx 45.31 \left(\text{miles de celulares}/\text{hora}\right)$$

Interpretación: Al momento pasado 3 horas y 400 millones de pesos invertidos en publicidad, ocurre:

- $\left.\frac{\partial x}{\partial A}\right|_{\substack{A=400\\ t=3}} \approx 0.171 \left(\text{miles celulares}/\text{millón de pesos}\right)$ quiere decir que por cada millon de pesos extra invertido en publicidad, la compania ven aproximadamente 171 celulares.

- $\left.\frac{\partial x}{\partial t}\right|_{\substack{A=400\\ t=3}} \approx 45.31 \left(\text{miles celulares}/\text{hora}\right)$ quiere decir que por cada hora que pasa, se venden 45310 celulares nuevos.

Problema 3.

a. $U = -3p_1^2 - 5p_2^2 + 6p_1p_2 - 90p_1 + 590p_2 - 28800$

$$\frac{\partial U}{\partial p_1} = 6p_2 - 6p_1 - 90 \quad , \quad \frac{\partial U}{\partial p_2} = 6p_1 - 10p_2 + 590$$

Calculamos puntos críticos de U mediante el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial p_1} = 0 \\ \dfrac{\partial U}{\partial p_2} = 0 \end{cases}$$

o sea:
$$\begin{cases} 6p_2 - 6p_1 - 90 = 0 \\ 6p_1 - 10p_2 + 590 = 0 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, obtenemos $p_1 = 110$ (centavos), $p_2 = 125$ (centavos).

Mediante el argumento del Hessiano, se comprueba que U se maximiza cuando $p_1 = 110$, $p_2 = 125$:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial p_1^2} = -6 \; , \quad \frac{\partial^2 U}{\partial p_2^2} = -10 \; , \quad \frac{\partial^2 U}{\partial p_1 \partial p_2} = 6$$

$$\Delta = (-6)(-10) - 6^2 = 60 - 36 = 24 > 0$$

Efectivamente, U alcanza el máximo cuando $p_1 = 110$, $p_2 = 125$

b. Calcular la utilidad máxima de la corporación:

$$U(110, 125) = -3 \cdot 110^2 - 5 \cdot 125^2 + 6 \cdot 110 \cdot 125 - 90 \cdot 110 + 590 \cdot 125 - 28800$$
$$= 3125 \quad (\text{dólares})$$

La utilidad de la corporación es el \$ 3125 dólares.