Universidad de las Américas
Calculo II, MAT171
Mayo 08, 2019.

Aplicaciones de la integral.

Problema 1 (Excedente consumidor v/s excedente productor)

Empresa vende televisores LED, donde la demanda y oferta de la compañía por x televisores es:

$$D(x) = 20 - 0.05x$$
$$O(x) = 2 + 0.0002x^2$$

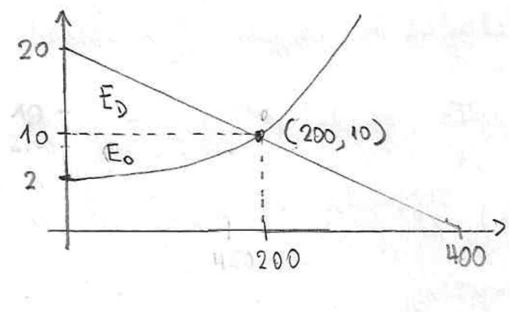
1. Calcule el excedente del consumidor y el excedente del productor.

Desarrollo. Primero buscamos el punto de equilibrio

$$D(x) = O(x) \iff 20 - 0.05x = 2 + 0.0002x^2$$
$$\iff 0.0002x^2 + 0.05x - 18 = 0$$
$$\iff x_1 = 200,\ x_2 = -450$$

Pto de equilibrio es $(200, 10)$.

Graficamos para entender el contexto:



E_D: Excedente de demanda (consumidor)
E_O: Excedente de oferta (productor)

$$E_D = \int_0^{200} (D(x) - 10)\,dx = 1000$$

$$E_O = \int_0^{200} (10 - O(x))\,dx = \frac{3200}{3} \approx 1067.$$

Problema 2. (Cambio de variable).

Calcule la integral definida $\int_1^2 \frac{e^x}{e^x+1}\,dx$

Desarrollo. Mediante el cambio de variable $e^x = u$

$$du = e^x\,dx = u\,dx$$

También se deben cambiar los límites de integración:

x	u
1	$e^1 = e$
2	e^2

Luego la integral queda de la siguiente manera:

$$\int_1^2 \frac{e^x}{e^x+1}\,dx = \int_e^{e^2} \frac{du}{u+1} = \ln|u+1|\Big|_e^{e^2} = \ln|e^2+1| - \ln|e+1|$$

$$= \ln\left|\frac{e^2+1}{e+1}\right| = \ln\left(\frac{e^2+1}{e+1}\right)$$

ya que $\frac{e^2+1}{e+1} > 0$

Problema 3 (Integración por partes). Calcular la integral $\int_0^1 x\cos(x)\,dx$

Desarrollo. Mediante integración por partes, queda lo siguiente:

$$\int_0^1 x\cos(x)\,dx = x\,\mathrm{sen}(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 \mathrm{sen}(x)\,dx$$

$$= x\,\mathrm{sen}(x)\Big|_0^1 - (-\cos(x))\Big|_0^1$$

$$= x\,\mathrm{sen}(x)\Big|_0^1 + \cos(x)\Big|_0^1$$

$$= \left(1\,\mathrm{sen}(1) - 0\,\mathrm{sen}(0)\right) + \left(\cos(1) - \cos(0)\right)$$

$$= \mathrm{sen}(1) + \cos(1) - 1. \quad //$$