Universidad de las Américas
Cálculo II, MAT171
Mayo 02, 2019

Desarrollo Cátedra 2.

Problema 1.

$$\int_1^2 x\ln(x)\,dx = \frac{x^2}{2}\ln(x)\Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{x^2}{2}\cdot\frac{1}{x}\,dx = \frac{x^2}{2}\ln(x)\Big|_1^2 - \frac{1}{2}\int_1^2 x\,dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\ln(x)\Big|_1^2 - \left(\frac{x^2}{4}\Big|_1^2\right)$$

$$= 2\ln(2) - \frac{1}{2}\ln(1) - \left[2 - \frac{1}{4}\right] = 2\ln(2) - \frac{7}{4}$$

Problema 2. Tenemos el PVI:

$$\begin{cases} D'(p) = -\dfrac{4000}{p^2} \\ D(8) = 504 \end{cases}$$

Por el Teorema fundamental del cálculo,

$$D(p) = \int_8^p -\frac{4000}{s^2}\,ds + 504$$

Desarrollando:

$$D(p) = \int_8^p -\frac{4000}{s^2}\,ds + 504 = -4000\int_8^p \frac{1}{s^2}\,ds + 504 = 4000\,\frac{1}{s}\Big|_8^p + 504$$

$$= \frac{4000}{p} - \frac{4000}{8} + 504 = \frac{4000}{p} + 4$$

Por lo tanto: $D(p) = \dfrac{4000}{p} + 4$

Problema 3. A : Area total a sembrar (en metros cuadrados)

P : Dinero total a gastar en semillas (en pesos)

Ecuación : $P = 6A$

Terreno limitado por las curvas : $\begin{cases} y = 9 - x^2 = f(x) \\ y = x + 3 = g(x) \end{cases}$

$$9 - x^2 = x + 3 \iff x^2 + x - 6 = 0 \iff (x+3)(x-2) = 0$$

$$x = -3, 2$$

	$-3 < x < 2$
$x - 2$	$-$
$x + 3$	$-$
$f(x) - g(x)$	$+$

$$A = \int_{-3}^{2} |f(x) - g(x)|\,dx = \int_{-3}^{2} (f(x) - g(x))\,dx = \int_{-3}^{2} (9 - x^2 - (x+3))\,dx$$

$$= \int_{-3}^{2} (-x^2 - x + 6)\,dx = \left(-\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 6x\right)\Bigg|_{-3}^{2}$$

$$= -\frac{8}{3} - 2 + 12 - \left(9 - \frac{9}{2} - 18\right) = \frac{125}{6} \quad \text{(metros cuadrados)}$$

Por lo tanto : $P = 6 \cdot \frac{125}{6} = 125$ (pesos)

Problema 4. a.

$$D(x) = -0.2x^2 + 60$$
$$O(x) = 0.1x^2 + x + 40$$

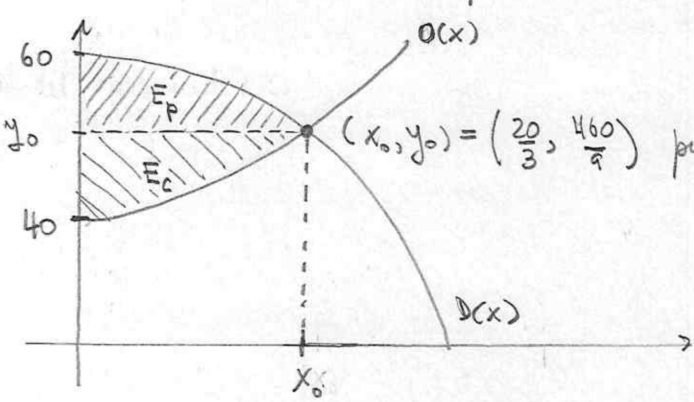
Buscamos punto de equilibrio:

$$D(x_0) = O(x_0) \iff 0.3x_0 + x_0 - 20 = 0$$

$$x_0 = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 0.3 \cdot (-20)}}{0.3 \cdot 2} \quad \begin{array}{l} \nearrow x_1 = -10 \\ \searrow x_2 = \frac{20}{3} \end{array}$$

Como $x_1 = -10$ no tiene sentido en el problema:

$$D\left(\frac{20}{3}\right) = -0.2\left(\frac{20}{3}\right)^2 + 60 = \frac{460}{9}$$



$(x_0, y_0) = \left(\frac{20}{3}, \frac{460}{9}\right)$ punto de equilibrio.

E_p : Excedente del productor

E_c : Excedente del consumidor.

$$E_p = \int_0^{20/3} \left((-0.2x^2+60) - \frac{460}{9}\right) dx = \int_0^{20/3} \left(-0.2x^2 + \frac{80}{9}\right) dx = \left(-\frac{0.2x^3}{3} + \frac{80}{9}\right)\Bigg|_0^{20/3} = \frac{3200}{81} \approx 39.51$$

$$E_c = \int_0^{20/3} \left(\frac{460}{9} - (0.1x^2 + x + 40)\right) dx = \int_0^{20/3} \left(\frac{100}{9} - 0.1x^2 - x\right) dx = \left(\frac{100}{9}x - 0.1\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^{20/3} = \frac{3400}{81} \approx 41.98$$

Finalmente:

$$E_p \approx 39.51 \quad \text{(Euros)}$$
$$E_c \approx 41.98 \quad \text{(Euros)}$$

b. Sea B el bienestar social:

$$B = E_p + E_c$$

$$B = \frac{3400}{81} + \frac{3200}{81} = \frac{6600}{81} = \frac{2200}{27} \approx 81.48 \quad (\text{Euros})$$