Universidad de las Américas
Algebra II, MAT141
Abril 26, 2019.

Introducción a la programación lineal
Ejemplos Resueltos.

Problema. Compañía → Fabrica de pinturas ↗ Interiores (E)
↘ Exteriores (I)

Materias primas: A, disp. máxima 6 ton/diarias
B, disp. máxima 8 ton/diarias

	Interior (I)	Exterior (E)	Disp. materia prima
Materia prima A	2	1	6
Materia prima B	1	2	8

Necesidad diaria de materias primas.

x : cantidad de pintura de interiores (toneladas/diarias)
y : cantidad de pintura de exteriores (ton/diarias)

De la tabla:
$$\begin{cases} 2x + y \leq 6 \\ x + 2y \leq 8 \end{cases}$$

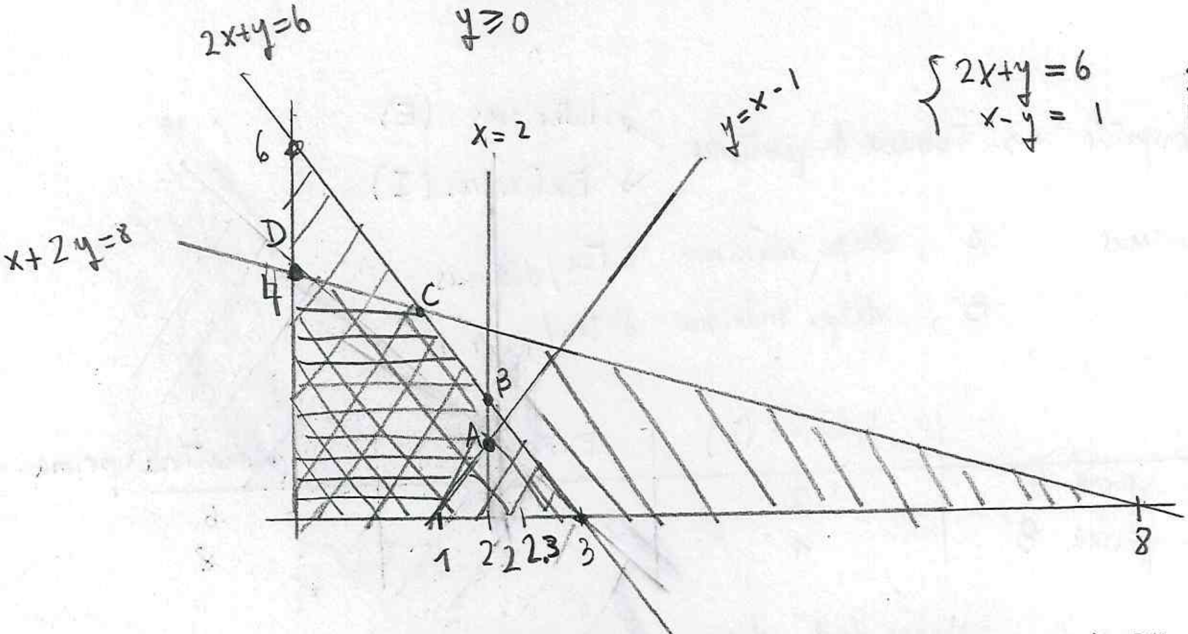
Además:
$$x \leq y + 1$$
$$x \leq 2$$

FO: $z = 2000x + 3000y$

En resumen:

FO: $z = 2000x + 3000y$

Restricciones:
$$\begin{aligned} 2x + y &\leq 6 \\ x + 2y &\leq 8 \\ x &\leq y + 1 \\ x &\leq 2 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$



$$\begin{cases} 2x+y=6 \\ x-y=1 \end{cases} \qquad 3x=7 \qquad \boxed{x=\frac{7}{3} \approx 2{,}3}$$

A: $\begin{cases} y=x-1 \\ x=2 \end{cases} \rightarrow y=1 \quad \therefore A=(2,1)$

D: $\begin{cases} x+2y=8 \\ x=0 \end{cases} \rightarrow y=4 \quad \therefore D=(0,4)$

B: $\begin{cases} 2x+y=6 \\ x=2 \end{cases} \rightarrow y=2 \quad \therefore B=(2,2)$

C: $\begin{cases} x+2y=8 \\ 2x+y=6 \end{cases} \rightarrow x=\frac{-4}{-3}=\frac{4}{3}, \quad y=\frac{-10}{-3}=\frac{10}{3}$

$z(2,1) = 4000 + 3000 = 7000$

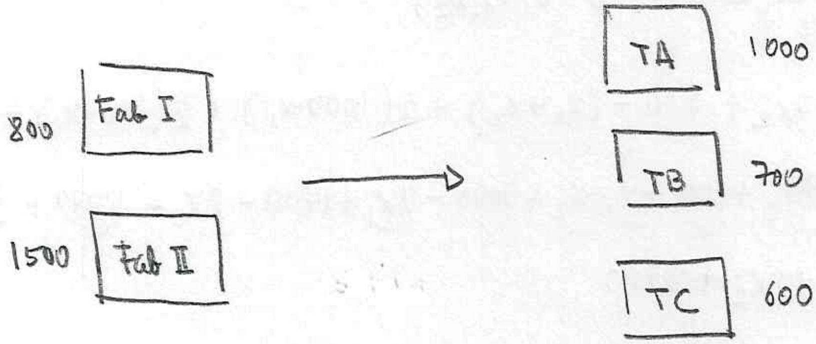
$z(2,2) = 4000 + 6000 = 10000$

$z\left(\frac{4}{3}, \frac{10}{3}\right) = \frac{8000}{3} + 10000 = \frac{38000}{3} \approx 12667$

$z(0,4) = 12000$

Respuesta: La función se maximiza en $x=\frac{4}{3}$, $y=\frac{10}{3}$. $z\left(\frac{4}{3}, \frac{10}{3}\right) \approx 12667$.

Problema



	Tienda A	Tienda B	Tienda C
Fábrica I	3	7	1
Fábrica II	2	2	6

$\begin{cases} x_1: \text{ cantidad piezas fab. I en tienda A} \\ x_2: \text{ '' '' I '' B} \\ x_3: \text{ '' '' I '' C} \end{cases}$

Se cumple: $x_1 + x_2 + x_3 = 800$

$$x_3 = 800 - x_1 - x_2$$

$\begin{cases} y_1: \text{ cantidad piezas fab II en tienda A} \\ y_2: \text{ '' '' II '' B} \\ y_3: \text{ '' '' II '' C} \end{cases}$

Se cumple: $y_1 + y_2 + y_3 = 1500$

Además: $\begin{cases} x_1 + y_1 = 1000 \\ x_2 + y_2 = 700 \\ x_3 + y_3 = 600 \end{cases}$ equiv: $\begin{cases} y_1 = 1000 - x_1 \\ y_2 = 700 - x_2 \\ y_3 = 600 - x_3 = 600 - 800 + (x_1 + x_2) \\ \quad = -200 + x_1 + x_2 \end{cases}$

	TA	TB	TC	
F(I)	x_1	x_2	$800-(x_1+x_2)$	800
F(II)	$1000-x_1$	$700-x_2$	$-200+(x_1+x_2)$	1500
	1000	700	600	

Cálculo de la función de Costo $\quad C = C(x_1, x_2)$

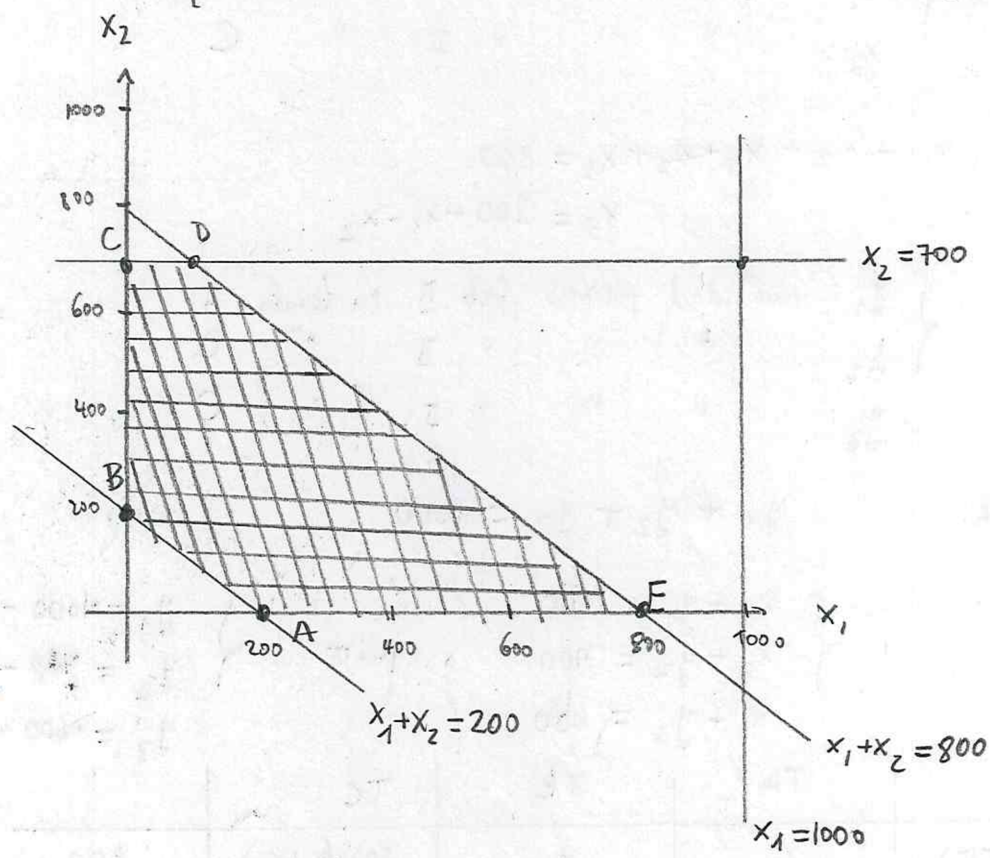
$$C(x_1,x_2) = 3x_1 + 7x_2 + 800 - (x_1+x_2) + 2(1000-x_1) + 2(700-x_2) + 6(-200+x_1+x_2)$$

$$= 3x_1 + 7x_2 + 800 - x_1 - x_2 + 2000 - 2x_1 + 1400 - 2x_2 - 1200 + 6x_1 + 6x_2$$

$$= 6x_1 + 10x_2 + 3000$$

Restricciones:

$$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ 800 - (x_1+x_2) \geq 0 \\ 1000 - x_1 \geq 0 \\ 700 - x_2 \geq 0 \\ -200 + x_1 + x_2 \geq 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_2 \leq 800 \\ x_1 \leq 1000 \\ x_2 \leq 700 \\ x_1 + x_2 \geq 200 \end{cases}$$



$A = (200, 0)$

$B = (0, 200)$

$C = (0, 700)$

$D: \begin{cases} 0x_1 + x_2 = 700 \\ x_1 + x_2 = 800 \end{cases} \rightarrow (x_1, x_2) = (100, 700)$

$E = (800, 0)$

Buscamos dónde se reduce el costo de envío:

$C(200,0) = 4000$ $\quad$ $C(0,700) = 7000$ $\quad$ $C(800,0) = 7800$

$C(0,200) = 5000$ $\quad$ $C(100,700) = 10600$

El costo se reduce cuando $x_1 = 0$, $x_2 = 200$.

	T. A	T. B	T. C	
F. I	200	0	600	800
F. II	800	700	0	1500
	1000	700	600	