Universidad de las Américas
Cálculo Diferencial e Integral MAT 333
Junio 24, 2019.

Desarrollo Cátedra Recuperativa

Problema 1. $c(q) = 0.4q^2 + 4q + 5$

$c'(q) = 0.8q + 4$

$$c'(2) = 0.8 \cdot 2 + 4 = 1.6 + 4 = 5.6$$

Costo marginal: $c'(2) = 5.6$ millones de pesos/tonelada

Interpretación: Cuando la empresa produce 2 toneladas, producir 1 tonelada de dulce cuesta 5.6 millones de pesos.

Problema 2.

$$I(x,y) = 200 + 504x + 482y - 10x^2 - 20y^2$$

$C(x,y)$: costo de producir x toneladas de plástico de tipo A e y toneladas de plástico de tipo B.

$$C(x,y) = 4x + 2y$$

a. $G = G(x,y)$: Ganancia por producir x toneladas de plástico de tipo A e y toneladas de plástico de tipo B.

$$G(x,y) = I(x,y) - C(x,y)$$

$$G(x,y) = 200 + 504x + 482y - 10x^2 - 20y^2 - (4x + 2y)$$

$$G(x,y) = 200 + 500x + 480y - 10x^2 - 20y^2$$

b. $G_x = 500 - 20x$, $G_y = 480 - 40y$

$$\left\{\begin{array}{l} G_x = 0 \\ G_y = 0 \end{array}\right\} \text{ es equivalente a } \left\{\begin{array}{l} 500 - 20x = 0 \\ 480 - 40y = 0 \end{array}\right.$$

$$x = 25$$
$$y = 12$$

$G_{xx} = -20$, $G_{yy} = -40$, $G_{xy} = 0$

$$\Delta = G_{xx}(x,y)\, G_{yy}(x,y) - G_{xy}(x,y)^2$$

$$\Delta(25,12) = (-20)(-40) - 0 = 800 > 0$$

Como $\Delta(25,12) > 0$, $G_{xx}(25,12) = -20 < 0$, la función $G = G(x,y)$ se maximiza cuando $x = 25$, $y = 12$.

$$G(25, 12) = 200 + 500\cdot 25 + 480\cdot 12 - 10\cdot 25^2 - 20\cdot 12^2$$

$$= 9330$$

Conclusión: La empresa de Poliuretano maximiza su ganancia cuando se producen 25 toneladas de plástico de tipo A, 12 toneladas de plástico de tipo B. Su ganancia máxima es de \$ 9330 dólares.

Problema 3.

a.
$$P_O(x) = 0.1x^2 + x + 40$$
$$P_D(x) = -0.2x^2 + 60$$

Buscamos el precio de equilibrio:
$$P_O(x) = P_D(x)$$
$$0.1x^2 + x + 40 = -0.2x^2 + 60$$
$$0.3x^2 + x - 20 = 0$$

$$x_1 = -10$$
$$x_2 = \frac{20}{3}$$

$x_1 = -10$ no tiene sentido en el contexto del problema, luego $x_2 = \frac{20}{3}$ sirve.

Precio de equilibrio: $P_D\left(\frac{20}{3}\right) = \frac{460}{9}$

Sea:

E_P : Excedente del productor (oferta)

E_C : Excedente del consumidor (demanda)

$$E_P = \int_0^{20/3} \left((-0.2x^2 + 60) - \frac{460}{9} \right) dx = \int_0^{20/3} \left(-0.2x^2 + \frac{80}{9}\right) dx$$
$$= \left(-\frac{0.2}{3}x^3 + \frac{80}{9}x \right)\Bigg|_0^{20/3} \simeq 39.51$$

$$E_C = \int_0^{20/3} \left(\frac{460}{9} - (0.1x^2 + x + 40) \right) dx = \int_0^{20/3} \left(\frac{100}{9} - 0.1x^2 - x \right) dx$$
$$= \left(\frac{100}{9}x - \frac{0.1}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} \right)\Bigg|_0^{20/3} \simeq 41.98$$

Luego: El excedente del productor es 39.51 euros, mientras que el excedente del consumidor es de 41.98 euros.

b. Sea B el bienestar social:

$$B = E_p + E_c$$

$$B \approx 39.51 + 41.98 = 81.49$$

El bienestar social es de 81.49 euros.