مروری بر ارزشگذاری اوراق مشتقه

محمد حسین احمدزاده

مرداد 1402

Course Outline

- Lecture 1- Introduction and Overview of Asset Classes
- Lecture 2- Stock, Options and Stochastics
- Lecture 3- Option Pricing and Simulation in Python
- Lecture 4- Implied Volatility
- Lecture 5- Jump Processes
- Lecture 6- Affine Jump Diffusion Processes
- Lecture 7- Stochastic Volatility Models
- Lecture 8- Fourier Transformation for Option Pricing
- Lecture 9- Monte Carlo Simulation
- Lecture 10- Monte Carlo Simulation of the Heston Model
- Lecture 11- Hedging and Monte Carlo Greeks
- Lecture 12- Forward Start Options and Model of Bates
- Lecture 13- Exotic Derivatives

01

- معامله و هج کردن آپشن
- ارزش گذاری اختیار خرید و فروش و هج کردن
- مدلسازی قیمت دارائی ها
- فرآیندهای تصادفی
- لم ایتو

کاربرد آپشن در معامله

فولاد مبارکه اصفهان (فولاد) - بازار اول (تابلوی اصلی) بورس

خرید	معامله		فروش
5,310	5,320 (30) [-0.56%]		5,320
اولین	پایانی		دیروز
5,350	**5,320** (30) [-0.56%]		5,350
تعداد معاملات		3,338	
حجم معاملات		58.904 M	
ارزش معاملات		313.332 B	
ارزش بازار		4,256,000 B	
آخرین اطلاعات قیمت		12:30:00	
وضعیت		مجاز	

- فرض کنید اکنون 650 هزار سهم فولاد را در اختیار دارید و میخواهید اول آذر 300 میلیون خرید کنید
- اگر قیمت سهم زیر 460 تومان بیاید دارائی شما کمتر از 300 میلیون شده و امکان خرید ندارید.
- راه حل: خرید بیمه برای تضمین فروش سهام به قیمت 460 تومان.
- اختیار فروش سهام (حق فروش دارائی به قیمت معین در آینده)
- هر چه بازار پر نوسان تر قیمت بیمه سهام بیشتر.

کاربرد آپشن در معامله

		اختیار معاملات خرید								اختیار معاملات فروش				
		بهترین سفارش ...	بهترین سفارش ...							بهترین سفارش ...	بهترین سفارش ...			
نـ	نام	قیمت	قیمت	اندازه قرارداد	روزهای باقیمانده ...	قیمت اعمال	قیمت مبنای دارایی...	قیمت	قیمت	قیمت	قیمت آخری...	نام	نماد
۷۰۲۰۱	اختیارخ فولاد-۳...			۱,۵۰۹	۶۷	۲,۱۵۳	۵,۳۲۰					اختیارف فولاد-۲۱۵۳-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۲۰۱
۷۰۲۱۱	اختیارخ فولاد-۱۹...			۱,۵۰۹	۶۷	۲,۳۱۹	۵,۳۲۰					اختیارف فولاد-۲۳۱۹-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۲۱۱
۷۰۲۲۱	اختیارخ فولاد-۴...	۲,۵۰۴		۱,۵۰۹	۶۷	۲,۴۸۴	۵,۳۲۰					اختیارف فولاد-۲۴۸۴-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۲۲۱
۷۰۲۳۱	اختیارخ فولاد-۵۰...			۱,۵۰۹	۶۷	۲,۶۵۰	۵,۳۲۰					اختیارف فولاد-۲۶۵۰-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۲۳۱
۷۰۲۴۱	اختیارخ فولاد-۸۱...	۲,۶۵۳		۱,۵۰۹	۶۷	۲,۹۸۱	۵,۳۲۰					اختیارف فولاد-۲۹۸۱-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۲۴۱
۷۰۲۵۱	اختیارخ فولاد-۱۳...			۱,۵۰۹	۶۷	۳,۳۱۳	۵,۳۲۰	۱۴				اختیارف فولاد-۳۳۱۳-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۲۵۱
۷۰۲۶۱	اختیارخ فولاد-۴...	۲,۲۷۰		۱,۵۰۹	۶۷	۳,۶۴۴	۵,۳۲۰	۵۲۰				اختیارف فولاد-۳۶۴۴-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۲۶۱
۷۰۲۷۱	اختیارخ فولاد-۵...	۱,۰۴۰		۱,۵۰۹	۶۷	۳,۹۷۵	۵,۳۲۰					اختیارف فولاد-۳۹۷۵-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۲۷۱
۷۰۲۸۱	اختیارخ فولاد-۰۶...			۱,۵۰۹	۶۷	۴,۳۰۶	۵,۳۲۰					اختیارف فولاد-۴۳۰۶-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۲۸۱
۷۰۲۹۱	اختیارخ فولاد-۸...	۱,۰۲۳		۱,۵۰۹	۶۷	۴,۶۳۸	۵,۳۲۰					اختیارف فولاد-۴۶۳۸-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۲۹۱
۷۰۳۰۱	اختیارخ فولاد-۶۹...			۱,۵۰۹	۶۷	۴,۹۶۹	۵,۳۲۰	۴۰				اختیارف فولاد-۴۹۶۹-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۳۰۱
۷۰۳۱۱	اختیارخ فولاد-۰۰...	۱۷۶		۱,۰۰۰	۶۷	۸,۰۰۰	۵,۳۲۰					اختیارف فولاد-۸۰۰۰-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۳۱۱
۷۰۳۲۱	اختیارخ فولاد-۰۰...	۱		۱,۰۰۰	۶۷	۹,۰۰۰	۵,۳۲۰			۱۵۳		اختیارف فولاد-۹۰۰۰-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۳۲۱
۷۰۳۳۱	اختیارخ فولاد-۵...	۱		۱,۵۰۹	۶۷	۶,۶۲۵	۵,۳۲۰			۸۱۵		اختیارف فولاد-۶۶۲۵-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۳۳۱
۷۰۳۴۱	اختیارخ فولاد-۸...	۱		۱,۵۰۹	۶۷	۷,۲۸۸	۵,۳۲۰			۱,۴۷۸		اختیارف فولاد-۷۲۸۸-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۳۴۱
۷۰۳۵۱	اختیارخ فولاد-۰۰...			۱,۵۰۹	۶۷	۷,۵۰۰	۵,۳۲۰					اختیارف فولاد-۷۵۰۰-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۳۵۱
۷۰۳۶۱	اختیارخ فولاد-۰۰...			۱,۵۰۹	۶۷	۸,۰۰۰	۵,۳۲۰					اختیارف فولاد-۸۰۰۰-۱۴۰۲/۰۷/۲۶	طفلا۷۰۳۶۱

کاربرد آپشن در معامله

- فرض کنید که S برگه سهم و Vp عدد قرارداد اختیار فروش داریم اگر قیمت سهام تغییر کند ارزش پرتفو بستگی به نسبت S/Vp دارد.
- نسبتی وجود دارد که تغییر قیمت سهام باعث تغییر ارزش پرتفو نمیشود.
- به این عمل کاهش ریسک که حاصل ترکیب خرید سهام و اوراق اختیار فروش هست هج کردن میگویند.
- هدف فروشنده اختیار فروش چیست؟
-

کاربرد آپشن در معامله

Calls | Index Price: 29,400 | 2023-08-12 | Time to Expiry: 15:50:41 | Puts

Open (USDT)	Delta	Bid / IV	Mark / IV	Ask / IV	Position	Strike	Position	Bid / IV	Mark / IV	Ask / IV	Delta	Open (USDT)
3,234.24	0.87429	1,425 75.11%	1,480 101.90%	1,560 128.70%	--	28000	--	0 --%	14 66.67%	5 55.84%	-0.04141	171,414.92
0.00	0.82553	955 66.11%	994 79.44%	1,040 92.76%	--	28500	--	5 38.17%	9 42.60%	15 47.03%	-0.04232	1,248,712.14
294.02	0.69285	425 29.37%	563 65.67%	730 101.97%	--	29000	--	35 32.74%	39 34.31%	45 35.88%	-0.17226	2,154,006.39
508,658.34	0.38267	80 24.75%	87 26.33%	95 27.90%	--	29399 29500	--	180 24.70%	192 27.31%	205 29.93%	-0.61309	281,379.21
449,265.87	0.19312	35 29.69%	42 31.89%	50 34.08%	--	29750	--	410 36.73%	443 45.21%	480 53.69%	-0.72790	0.00
324,012.42	0.10842	20 36.07%	24 38.22%	30 40.38%	--	30000	--	560 0.00%	627 39.15%	705 63.30%	-0.89004	30,578.30
60,274.54	0.06232	10 40.13%	14 43.39%	20 46.65%	--	30250	--	795 0.00%	863 42.44%	930 69.88%	-0.94188	0.00
1,095,526.59	0.07881	0 --%	26 60.58%	5 43.66%	--	30500	--	1,150 71.30%	1,182 83.20%	1,220 95.09%	-0.84634	122,313.22

کاربرد آپشن در معامله

آمار معاملات اختیار معامله

صفحه اصلی | معرفی بورس | بازارها | نمای بازارها | آمارها | کالاها | ابزارها | ذیفعان | قوانین ومقررات | آموزش | سهامداران | املاک ومستغلات | خودرو | شمش طلا | جستجو

قراردادهای فعال | از 1402/05/13 | تا 1402/05/20 | انواع اختیار | انتخاب همه | نمایش

قرارداد	شرح	حجم	ارزش(ریال)	بالاترین(ریال)	پایین ترین(ریال)	آخرین(ریال)	اولین(ریال)	موقعیتهای باز	درصد تغییر	تعداد مشتریان فعال	تعداد کارگزاران فعال	تعداد خریداران	تعداد فروشندگان	قیمت تسویه (ریال)	درصد تغییر قیمت تسویه	تاریخ	تاریخ اعمال	#ارزش معاملات مشتریان حقیقی(خرید) (ریال)	#ارزش معاملات مشتریان حقیقی(فروش) (ریال)
GCSH02P29000	قرارداد اختیار معامله فروش سکه طلا سررسید شهریور ماه 1402 با قیمت اعمال 290،000،000ریال	145	733099400	6000000	5000000	5000000	5500100	478	141	19	11	7	3	5055858	26.62-	1402/05/15	1402/06/18	733099400	28999400
GCSH02P29000	قرارداد اختیار معامله فروش سکه طلا سررسید شهریور ماه 1402 با قیمت اعمال 290،000،000ریال	86	592499100	7000000	5000000	5000000	6000000	337	74	17	9	6	6	6889524	77.82	1402/05/14	1402/06/18	592499100	100499100
KBME02C25	قرارداد اختیار معامله خرید واحدهای سرمایه گذاری صندوق طلای کهربا سررسید مهر ماه 1402 با قیمت اعمال 25،000ریال	50	199347000	4036	3550	3700	4036	399	24	11	7	4	4	3987	19.87	1402/05/14	1402/07/30	151052000	55395000
KBME02C29	قرارداد اختیار معامله خرید واحدهای سرمایه گذاری صندوق طلای کهربا سررسید مهر ماه 1402 با قیمت اعمال 29،000ریال	87	109100000	1300	1250	1300	1250	24	57-	8	6	4	4	1254	4.78-	1402/05/14	1402/07/30	12850000	102750000
FSSH02C47	قرارداد اختیار معامله خرید مبتنی بر قرارداد آتی زعفران نگین سررسید شهریور ماه 1402 با قیمت اعمال 470،000 ریال	21	73499900	3500000	3499900	3500000	3499900	299	5	12	5	3	3	3499995	30.32	1402/05/14	1402/06/20	73499900	73499900

کاربرد آپشن در معامله

> یک نیروگاه تولید برق (مثلا بادی) را در نظر بگیرید

- ریسک های احتمالی این نیروگاه: تعمیرات، خرابی، وزش باد و ...
- در یک بازار انرژی نیروگاه ها و استفاده کنندگان آن میتوانند برای مقابله با این عدم اطمینان ها بیمه بخرند

> شرکت تولیدی(صادراتی) ایرانی و صادرات به روسیه خرید به ریال و فروش به روبل

- جنگ روسیه به هم ریختن نسبت روبل/ریال --> ضرر
- بیمه دلار و تمرکز روی عملیات

مشتقات، اوراق اختیار

- 26 آوریل 1973 اولین معامله اوراق اختیار خرید در شیکاگو روی 16 سهام و معرفی اختیار فروش در سال 1977

انواع اوراق اختیار

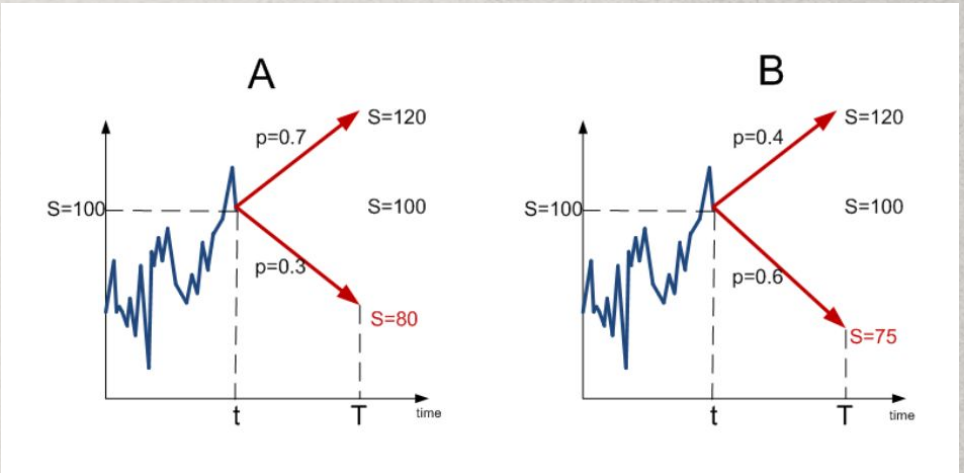
- اروپائی
- آمریکائی
- برمودایی
- نامتداول (exotic)

اختیار خرید اروپایی

- در زمان معینی در آینده (تاریخ سررسید) حق دارد دارائی مشخصی را به قیمت معینی خریداری کند. (قیمت اعمال)
- پرتفو: مجموعه ای از داراییها (سهام، اوراق اختیار و ...)
- وظیفه مهندس مالی: انتخاب اوراق مشتقه مناسب برای ایجاد پرتفو بهینه

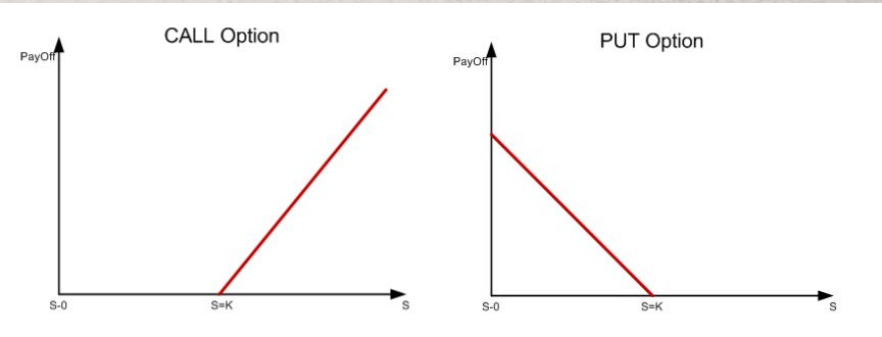
- سوال؟ : یک شخص برای خرید این اوراق چه مقدار پول پرداخت کند؟ (ارزش این اوراق چقدر است؟)
- فروشنده این اوراق چگونه میتواند ریسک خود را کاهش دهد؟

ارزش اختیار



- سوال؟ : قیمت کدام بیشتر است؟
- $V_c^A > V_c^B, V_c^A = V_c^B, V_c^A < V_c^B$

ارزش اختیار



ارزش اختیار خرید اروپایی در روز سر رسید

$$V_C(T, S(T)) = max(S(T) - K, 0)$$

ارزش اختیار فروش اروپایی در روز سر رسید

$$V_P(T, S(T)) = max(K - S(T), 0).$$

ارزش اختیار

- فروشنده برای اینکه ریسک خود را از بین ببرد باید Δ تا سهم بخرد لذا داریم

$$\Pi(0) = V_{C,0} - \Delta \cdot S_0$$

دو سناریو وجود دارد:

1- قیمت صعود $\Pi_{up}(T) = V_{C,0} - \Delta \cdot S_0 + \Delta \cdot S_T^{up} - \max\left(S_T^{up} - k,\, 0\right)$

۲-قیمت نزول $\Pi_{down}(T) = V_{C,0} - \Delta \cdot S_0 + \Delta \cdot S_T^{down} - \max\left(S_T^{down} - k,\, 0\right)$

لذا داریم

$$\Pi_{up}(T) = \Pi_{down}(T)$$

ارزش اختیار

- با مساوی گذاشتن طرفین داریم

$$\Delta = \frac{20}{S_{up}(T) - S_{down}(T)}$$

$$\Downarrow$$

$$A: \ \Delta = 0.500, \ V_{C,0} = 10;$$
$$B: \ \Delta = 0.444, \ V_{C,0} = 11.1;$$

ارزش اختیار

چه متغیر هایی ارزش اختیار را معین میکنند؟

- قیمت سهام در تاریخ خرید(فروش) اختیار
- مدت زمان باقی مانده تا سررسید
- میزان نوسان دارائی پایه

اصول کلی

- هر چه زمان طولانی تر باشد سهام زمان بیشتری برای بالا و پایین رفتن دارد
- هر چه نوسان بیشتر باشد احتمال بیشتری برای بالا و پایین شدن قیمت سهام وجود دارد.

Put-Call Parity

رابطه بین قیمت اختیار خرید و فروش اروپایی با سررسید و قیمت اعمال یکسان

$$V_C(t, S(t)) + Ke^{r(T-t)} = V_P(t, S(t)) + S(t)$$

اثبات: دو پرتفولیو را در نظر بگیرید

Π_A : شامل یک برگ اختیار خرید و (K*e^-rT) وجه نقد

Π_B : شامل یک برگ اختیار فروش و یک برگه سهام

$$max(S(T) - K, 0) + K$$

$$max(K - S(T), 0) + S(T)$$

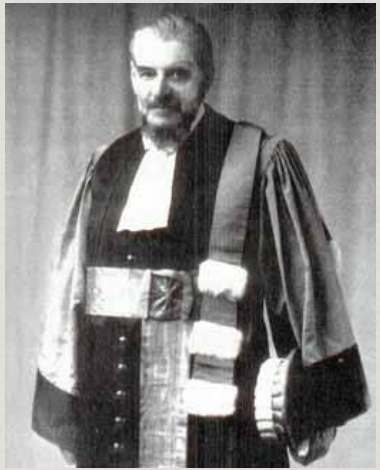
$$max(K, S(T))$$

Randomness

تصادفی

lack of definite pattern or predictability in information.

ذات رفتار بازارهای مالی تصادفی است. این امر نتیجه میدهد که برای بررسی رفتار بازارها و ابزارهای مالی نیاز به مدل های احتمالاتی داریم.

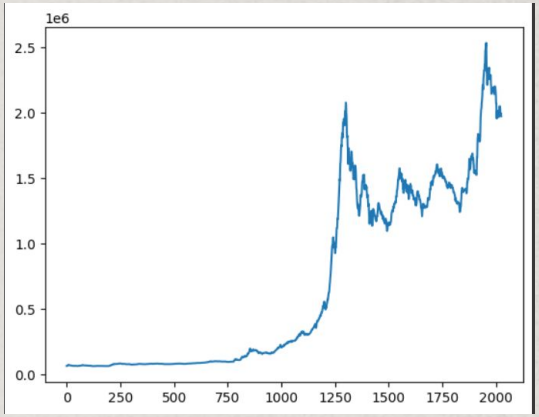


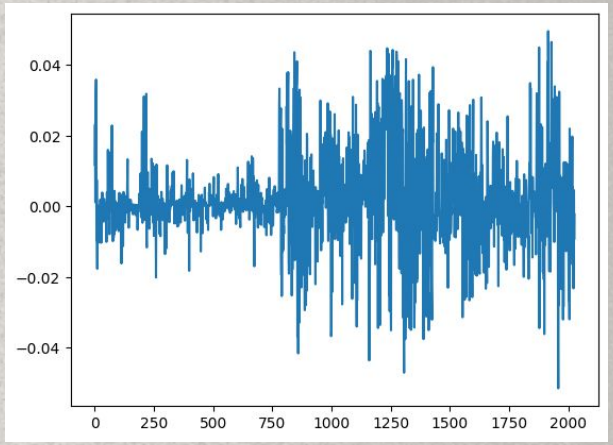
یکی از اولین مدل ها برای مدلسازی سهام حرکت هندسی براونی است.

مدلسازی دارائی های مالی

یکی از پارامترهای اصلی هنگام مدلسازی بازده سهم است

$$Return = \frac{S(t+\Delta) - S(t)}{S(t)}$$





تصادفی بودن دینامیک سهام

بازده روزانه شاخص شبیه یک نویز به نظر میرسد. –> میتوانیم نویز را شبیه سازی کنیم.

فرایند وینر، یک فرایند تصادفی پیوسته در زمان در ریاضیات است که به افتخار نوربرت وینر نامگذاری شده‌است.

فرایند وینر Wt با مشخصه زیر تعیین می‌شود:[۱]

به صورت قریب به یقین ۰ = W0

W رشد مستقل داشته باشد: یعنی Wt+u - Wt مستقل از σ(Ws: s ≤ t) برای ۰ ≤ u

W رشد گوسی داشته باشد: یعنی Wt+u - Wt توزیع نرمال با میانگین ۰ و واریانس u باشد.Wt+u−Wt ~ N(0, u)

W مسیر پیوسته باشد: یعنی با احتمال ۱تابع Wt در t پیوسته باشد.

رشد مستقل داشته باشد به این معنی است که اگر ۰ ≤ s1 <t1 ≤ s2 <t2 آنگاه Wt1−Ws1 و Wt2−Ws2 متغیر تصادفی مستقل باشند.

فرآیند تصادفی

«فرایند تصادفی» (Stochastic Process)، براساس دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی شکل می‌گیرد که برحسب یک شاخص دارای ترتیب رخ‌داد هستند.

$$(X(t), t \in T) = (X(t)(\omega), t \in T, \omega \in \Omega)$$

مدلسازی سهام / حرکت براونی هندسی

معادله دیفرانسیل تصادفی متناظر

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t)$$

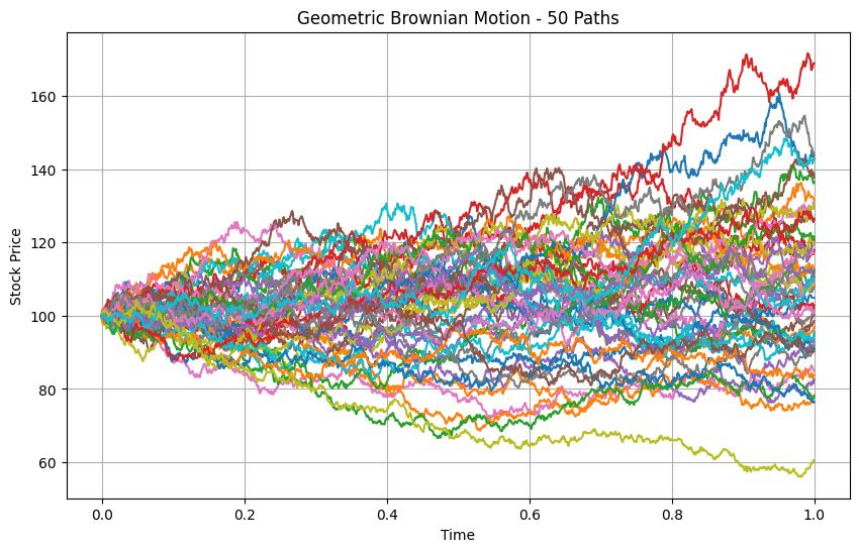
$$S(t) = S0 + \int_{t_0}^{t} \mu(s, S(s))ds + \int_{t_0}^{t} \sigma(s, S(s))dW(s)$$

گسسته سازی شده معادله

$$S(t + \Delta t) = S(t) + \mu S(t)\Delta t + \sigma S(t)(W(t + \Delta t) - W(t))$$

فرآیند تصادفی

$$S(t+\Delta t) = S(t) + \mu S(t)\Delta t + \sigma S(t)(W(t+\Delta t) - W(t))$$



مدلسازی سهام

$$dX(t) = \mu dt + \sigma dW(t),$$

$$dX(t) = \mu X(t) dt + \sigma X(t) dW(t),$$

$$dX(t) = \kappa(\theta - X(t)) dt + \sigma dW(t),$$

لم ایتو

	dt	dw
dt	0	0
dw	0	dt

مثال

$$g(t, S) = logS$$

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t)$$

$$dg\,?$$