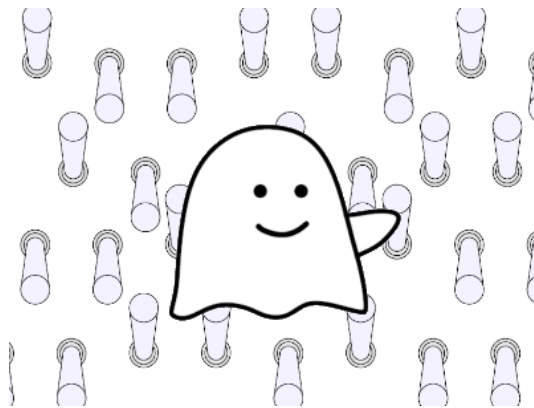


トグル問題

© 2013 結城浩

<http://www.hyuki.com/codeiq/>

2013 年 5 月



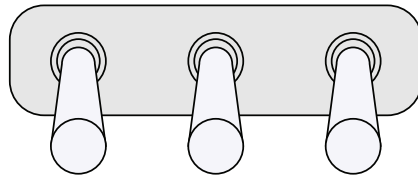
1 概要

あなたはトグル星の作業員として雇われてきました。作業の内容は「作業場でトグルスイッチをパチパチ切り換えるだけの簡単なお仕事」だそうです。お給料は、与えられたトグルスイッチの切り換え回数によって支払われるとのこと。できるだけ切り換える回数を増やしてたくさん稼ぐのがあなたのミッションなのです！

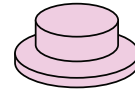
2 会話

あなた「トグルスイッチをパチパチ切り換える作業と聞きましたが」

管理者「簡単に説明しましょう。この机に3個のトグルスイッチと送信ボタンがあります」





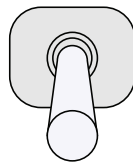
《トグルスイッチ》3個



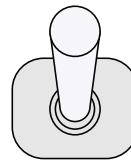
《送信ボタン》

あなた「はい、ありますね」



管理者「トグルスイッチは、1個ずつ  と  を切り換えることができます」



オフ



オン

あなた「なるほど。  と  をパチパチ切り換えられるんですね」

管理者「そうです。3個並んだトグルスイッチをパチパチと切り換えて、目的のパターンを作ったら、送信ボタンを押します。送信ボタンを押すと、あなたが作ったパターンが情報センターに送信されます。情報センターは、送信されたパターンによって、あなたの作業を把握します」

あなた「なるほど。送信ボタンを押すごとに    や    のようなパターンが、情報センターに送信されるわけですか」

管理者「そうです。ところで、3個のトグルスイッチならぜんぶで何通りのパターンがあるかわかりますか」

あなた「はい、 $2^3 = 8$ 通りです」

管理者「けっこうです。並んだトグルスイッチで作れるすべてのパターンを情報センターに送信したら、あなたの一日の作業は完了です」

あなた「なるほど。よくわかりました。もしも、その日に送信したことのあるパターンと同じパターンを再送信したらどうなりますか」

管理者「その日に送信したことのあったパターンを再送信したらエラーになります。その時点であなたの一日の仕事は終了となり、給料は支払われません」

あなた「え！」

管理者「規則ですの」

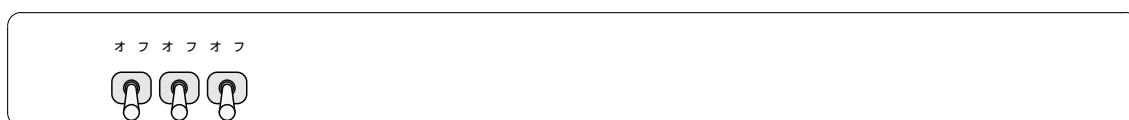
あなた「そうですか……ところで、そもそも私の給料はどのように決まるのですか」

管理者「切り換えたトグルスイッチの総数が給料になります。給料はわが星の通貨であるトグルで支払います」

あなた「そのところをもう少し詳しく教えてください」

管理者「では、この3個のトグルスイッチを使って具体的にお話ししましょう」

1. あなたが朝出勤すると、トグルスイッチはすべて^{オフ}の状態でいます。



2. あなたが右端のトグルスイッチを^{オン}にすると、^{オフ}^{オフ}^{オン}という状態になります。ここで送信ボタンを押すと、情報センターには^{オフ}^{オフ}^{オン}というパターンが送信されます。



3. 最初の^{オフ}^{オフ}^{オフ}から^{オフ}^{オフ}^{オン}の間で切り換えられたトグルスイッチは1個ですね。これであなたは「1 トグル」を得ます。







4. 次に、あなたが真ん中のトグルスイッチを^{オン}にし、右端のトグルスイッチを^{オフ}にしたとします。これで^{オフ}^{オン}^{オフ}という状態になります。ここで送信ボタンを押すと、情報センターには^{オフ}^{オン}^{オフ}というパターンが送信されます。






5. ^{オフ}^{オフ}^{オン}から^{オン}^{オフ}^{オン}の間で切り換えられたトグルスイッチは2個ですね。これであなたは「2 トグル」を得ます。

6. 次に全部のトグルスイッチを反転したとします。これで^{オン}^{オフ}^{オン}という状態になります。ここで送信ボタンを押すと、情報センターには^{オン}^{オフ}^{オン}が送信されます。




7. ^{オフ オン オフ}    から ^{オン オフ オン}    の間で切り換えられたトグルスイッチは 3 個ですね。これであなたは「3 トグル」を得ます。

8. これを繰り返して、8 通りすべてのパターンを情報センターに送信します。一日の最後に送信されるパターンは必ず ^{オフ オフ オフ}    になります。もちろん、この最後の送信のときもトグルスイッチの切り換えの個数分だけあなたはトグルを得ます。

9. すべてのパターンを送ったら一日の仕事は完了です。送信の途中であなたが得たトグルの総数があなたの給料となります。

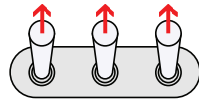
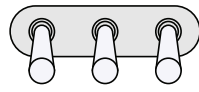
あなた「前回送信したパターンと、今回送信したパターンの違いの個数、それがトグルとして得られるのですね」

管理者「そうです。ただし、その日の最初の送信だけは例外です。最初の送信には『前回送信したパターン』というものはありませんから、すべてが ^{オフ}  であるパターンとの違いを考えます」

あなた「なるほど、わかりました。もう一つ質問です。その日に送信したパターンを再送信するとエラーで終了し、すべてのパターンを送信したときに一日の作業が完了になるということは、エラーなしで一日の作業が完了したとき、送信ボタンはちょうど 8 回押したことになりますね？」

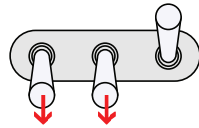
管理者「トグルスイッチが 3 個の場合にはその通りです。他に質問は」

あなた「確認させてください。以下のようにトグルスイッチを切り換えると、最高金額の「20 トグル」がいただけますね？」

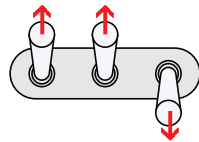


得たトグル

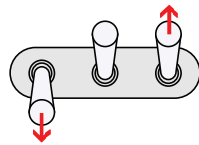
3



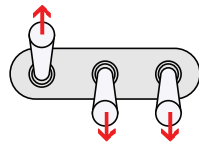
2



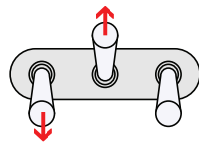
3



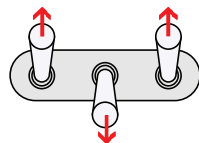
2



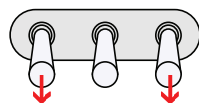
3



2



3



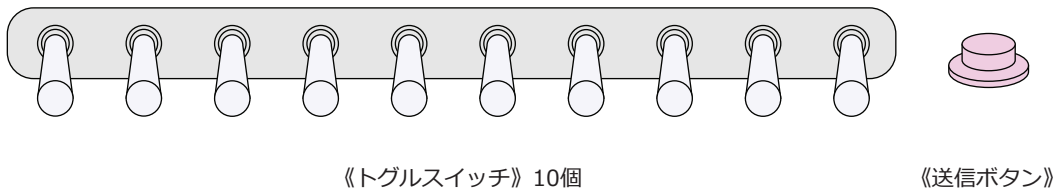
2

$$3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 = 20$$

管理者「はい。トグルスイッチが 3 個の場合は確かにそれで最高金額の 20 トグルになります」

あなた「わかりました。ところで先ほどから、『トグルスイッチが 3 個の場合は』とおっしゃっていますが、私の作業はトグルスイッチ 3 個ではないのでしょうか」

管理者「これまでトグルスイッチ 3 個でお話ししてきたのは、作業を理解していただくためです。あなたの机はこちらです」



あなた「ちょっと待ってください。トグルスイッチが 10 個もありますよ！」

管理者「すべてのパターンが何通りあるかはわかりますね。10 個ですから……」

あなた「 $2^{10} = 1024$ 通りのパターンですか！」

管理者「よろしく願いいたします」

ミッションはこのようにして始まりました……。