

**Proposta de projeto de tese  
para o Doutorado em Mecatrônica da UFBA, como  
parte do processo de admissão discente em 2015.2.**

Navegação autônoma para robô de inspeção de linhas de transmissão de 138kV utilizando aprendizagem de redes bayesiana e Q-learning para detecção e transposição de objetos e tento partido.

---

**Marco Antonio dos Reis**

---

**Dr. Leizer Schnitman (Orientador)**

---

**Dr. Herman Augusto Lepikson (Co-orientador)**

Programa de Pós-graduação em Mecatrônica  
Linha de pesquisa em sistemas computacionais  
Universidade Federal da Bahia  
Salvador - Bahia  
janeiro de 2016



# **Navegação autônoma para robô de inspeção de linhas de transmissão de 138kV utilizando aprendizagem de redes bayesiana e Q-learning para detecção e transposição de objetos e tento partido.**

**Marco Antônio dos Reis**

## **Resumo**

Durante vários anos, a inspeção de linhas de transmissão de alta tensão tem sido feito regularmente por aeronaves tripuladas, realizando vôos a baixa altitude e perto de linhas de transmissão de alta tensão energizadas. Além de ser uma forma onerosa de inspeção, em alguns casos, devido às condições meteorológicas e outros fatores que dificultam o sobrevoo, a tripulação pode estar sujeita a riscos associados com a tarefa. Como alternativa para o uso de aeronaves, a inspeção por veículos terrestres é apresentada como uma inspeção limitada, devido ao acesso do terreno e do ângulo de visão desfavorável. Desta forma uma inspeção por sistemas robóticos torna-se uma solução vantajosa quanto à redução dos custos, riscos relacionados aos recursos e aumento de produtividade. Este projeto de tese tem como objetivo propor um sistema de navegação autônoma para detecção e transposição de objetos e tento partido realizando uma inspeção visual e térmica dos cabos das linhas de transmissão, identificando e registrando os pontos quentes presentes nos cabos e nos objetos, assim como transpondo objetos quando necessários para a sua locomoção de forma autônoma. O sistema será implementado na forma de uma simulação utilizando o framework ROS e o software GAZEBO. Com isso espera-se apresentar uma alternativa à metodologia de inspeção em linhas de transmissão energizadas utilizada hoje em dia. A continuidade da pesquisa no uso de uma solução mecânica já desenvolvida é algo vital para este projeto, logo será utilizado um sistema mecânico já utilizado

em pesquisas anteriores para inspeções em linhas de transmissão.

**Palavras chaves:** navegação autônoma, robô de inspeção de linhas de transmissão, aprendizagem de máquinas, redes bayesiana, Q-learning.

# Declaração

O projeto nesta proposta de tese é baseado na pesquisa realizada pelo Brazilian Institute of Robotics - BIR / Senai Cimatec. A pesquisa versa na área da inspeção de linhas de transmissão de alta tensão de 138kV. Esta proposta também faz parte como um dos subitens para uma prospecção de projeto junto a ANEEL. Referências contidas nela são estritamente de responsabilidade do autor.

**Copyright© 2016 by MARCO REIS.**

“Os direitos de autoria deste projeto recai sobre o autor. Citações não devem ser publicadas sem o consentimento prévio por escrito do autor e informações oriundas da mesma devem ser reconhecidas e referenciadas”.

# Sumário

|  |            |
|--|------------|
| <b>Resumo</b>  | <b>iii</b> |
| <b>Declaração</b>  | <b>v</b>   |
| <b>1 Introdução</b>  | <b>1</b>   |
| 1.1 Objetivos . . . . .  | 3          |
| 1.2 Objetivos específicos . . . . .                                    | 4          |
| <b>2 Caracterização do problema</b>                                    | <b>6</b>   |
| <b>3 Revisão bibliográfica</b>   | <b>9</b>   |
| 3.1 Projetos de relevância desenvolvidos . . . . .                     | 9          |
| 3.2 Navegação autônoma em robôs de inspeção de linhas de transmissão . | 10         |
| 3.3 Aprendizagem de máquinas . . . . .                                 | 11         |
| 3.4 Notations . . . . .  | 14         |
| 3.5 Practical Algorithms . . . . .                                     | 15         |
| 3.5.1 Iterative Method for Scheme 1 . . . . .                          | 15         |
| 3.6 Notation . . . . .   | 16         |
| 3.7 The Existence and Uniqueness of the Continuous Problem . . . . .   | 17         |
| <b>4 Metodologia do projeto</b>  | <b>20</b>  |
| 4.1 Fundamentação teórica . . . . .                                    | 20         |
| 4.2 Modelagem . . . . .  | 21         |
| 4.3 Desenvolvimento computacional . . . . .                            | 22         |
| 4.4 Simulação . . . . .  | 22         |
| 4.5 Desenvolvimento da tese . . . . .                                  | 22         |

|       |                                     |    |
|-------|-------------------------------------|----|
| 4.5.1 | Cronograma das atividades . . . . . | 23 |
| 5     | Resultados esperados                | 26 |
|       | Referências Bibliográficas          | 27 |

# Lista de Figuras

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1.1 | Inspeção de linhas de transmissão feita por aeronaves tripuladas. [10].                                  | 2  |
| 1.2 | Inspeção de linhas de transmissão feita por aeronaves tripuladas. [10].                                  | 3  |
| 3.1 | Duas abordagens para o modelo Bayesiano baseado na aprendizagem de reforço, segundo Asmuth [10]. . . . . | 11 |
| 4.1 | Cronograma de atividades para o doutorado. . . . .   | 23 |



# Lista de Tabelas

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 4.1 | Principais atividades do projeto de tese. . . . . | 24 |
|-----|---|----|

# Capítulo 1

## Introdução

No Brasil, a eletricidade é gerada por hidrelétricas, termoelétricas, parques eólicos e usinas nucleares. Na maioria dos casos, devido a condições geográficas e de segurança, a energia gerada nem sempre é utilizada ou consumida no local de sua geração. Portanto, há a necessidade do uso de linhas de transmissão para transportar energia gerada na fonte geradora para a carga do consumidor (Brandão, 2009). O mercado consumidor brasileiro é composto de cerca de 47 milhões de unidades. Em termos de linhas de transmissão de energia, são cerca de 77.640 km, que devem estar operando 24 horas por dia, 7 dias por semana, 365 dias por ano e em perfeito estado de manutenção, para garantir eletricidade para os consumidores (ONS, 2006). No Brasil, há uma quantidade considerável de linhas de transmissão de alta tensão que já ultrapassaram a vida útil as quais foram destinadas. Com o envelhecimento dos cabos, a inspeção para manutenção preventiva é um fator de extrema relevância para garantir o perfeito funcionamento dos sistemas elétricos. De um modo geral, as inspeções nas linhas de transmissão de alta tensão são realizadas regularmente de forma visual, a fim de identificar a necessidade da realização de manutenções preventivas. As inspeções buscam verificar a integridade física dos componentes das linhas, em termos de fissuras, corrosão e eventuais danos que venham a prejudicar o fornecimento de energia elétrica. Essas inspeções envolvem a análise da integridade estrutural das torres, da condição dos isoladores, das conexões das linhas de transmissão, dentre outros, a fim de se verificar a existência de eventuais pontos de ruptura. Um dos métodos empregados para detecção de pontos quentes nos cabos

é o imageamento térmico, que é capaz de identificar uma elevação de temperatura nos cabos, o que é um indício de possíveis pontos de ruptura. A inspeção através de câmera térmica é uma importante ferramenta no campo das inspeções para manutenções preventivas. Outros pontos a serem inspecionados envolvem as condições do local onde as torres são instaladas, pois a vegetação e eventuais construções devem ser mantidas a uma distância mínima segura, tal que não ocorra nenhum contato entre quaisquer estruturas e as torres ou cabos de transmissão, evitando assim interferências no funcionamento da linha. Além disso, é essencial a garantia de dispor-se de um terreno em condições de trânsito de veículos para o transporte do pessoal de manutenção, transporte de ferramentas, dentre outros fatores. Durante vários anos, a inspeção de linhas de transmissão de alta tensão tem sido feita regularmente através de aeronaves tripuladas. As aeronaves executam vôos em baixa altitude e muito próximos das linhas de transmissão conforme mostrado na Figura 1 (Rangel, Kienitz, Brandão, 2009).

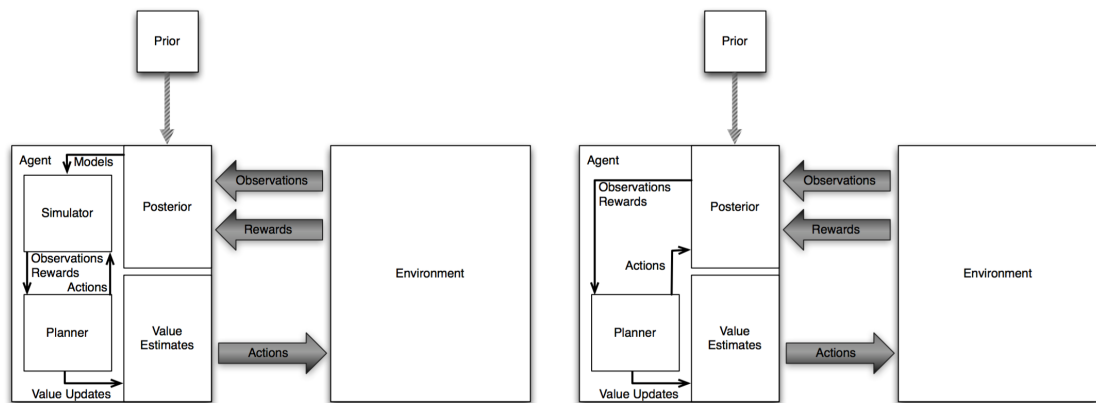


Figura 1.1: Inspeção de linhas de transmissão feita por aeronaves tripuladas. [10].

Em alguns casos, devido às características geográficas da região, condições climáticas e outros fatores que venham a dificultar o sobrevôo, há uma grande exposição dos tripulantes a riscos associados à tarefa. Além dos perigos aos quais os tripulantes são expostos, a inspeção feita com aeronaves tem um custo bastante elevado. Outra forma alternativa de inspeção é o uso de veículos terrestres, porém essa forma é muito limitada, pois boa parte das linhas de transmissão está localizada em áreas de difícil acesso terrestre, muitas vezes restritas pelas características geográficas da

região. Além disso, o ângulo de visão é, muitas vezes, desfavorável para a realização da inspeção. Outra maneira de inspecionar as linhas de transmissão é através de eletricitistas que literalmente caminham sobre os cabos de linhas de transmissão de alta tensão (Figura 2), realizando inspeção visual e termográfica. Esse tipo de inspeção é lenta e não é viável, tendo em vista que o país possui milhares de quilômetros de linhas de transmissão.

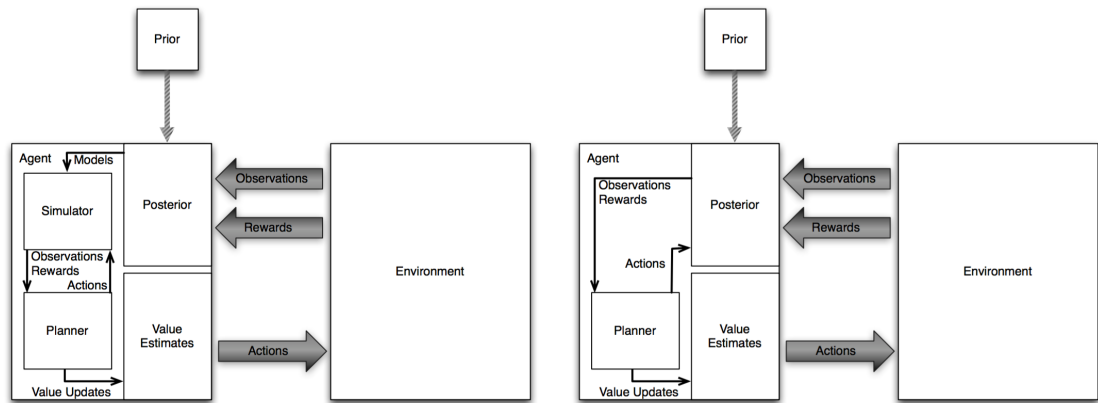


Figura 1.2: Inspeção de linhas de transmissão feita por aeronaves tripuladas. [10].

Neste contexto vários robôs de inspeção de linhas de transmissão foram desenvolvidos, porém poucos deles consistiram em projetos de engenharia que sejam aplicáveis no mundo real, além disso a maioria eram robôs teleoperados, ou seja robôs controlados por seres humanos. Um dos pontos diferenciais deste projeto de tese é a proposição de um desenvolvimento de uma navegação autônoma utilizando técnicas de aprendizagem de máquinas até então não utilizadas em robôs de inspeção de linhas de transmissão de alta tensão.

## 1.1 Objetivos

Neste contexto o objetivo principal deste projeto de tese será o de simular um ambiente de inspeção a ser realizado por um robô, onde o mesmo seja capaz de navegar de forma autônoma detectando e transpondo os objetos e tentos partidos encontrados na linha de transmissão de alta tensão. Durante a etapa de detecção o robô deverá ser capaz de reconhecer um ponto quente nos cabos ou nos objetos e

fotografá-los, além disso durante o processo de inspeção e navegação o robô deverá realizar uma filmagem da faixa de servidão referenciando geometricamente a posição e coletando informações da distância entre a linha de transmissão e o obstáculo mais próximo em relação ao solo.

## 1.2 Objetivos específicos

O objetivo do projeto de tese será o desenvolvimento, em três anos, de uma simulação de um robô com navegação autônoma, com as seguintes características:

- capacidade de deslocar-se em linha de transmissão de alta tensão e transpor objetos, tais como cadeia de isoladores, esferas de sinalização, estabilizadores, jumpers e outros componentes;
- funcionamento independente de operadores;
- propulsão realizada com motores elétricos, movidos por bateria ;
- sensores de temperatura e termógrafos para levantamento dos pontos quentes e da temperatura do cabo;
- câmeras de espectro visível para inspeção visual da linha, cadeia de isoladores e faixa de servidão;
- características mecânicas compatíveis com os movimentos necessários para o deslocamento na linha de transmissão;
- sistema mecânica de baixo peso e design que permita um procedimentos simples e seguro na sua instalação e remoção na linha de transmissão.

Neste quesito, a busca para a completude do objetivo principal se faz necessário o alcance de alguns objetivos específicos:

- pesquisa e levantamento bibliográfico e do estado da arte: framework ROS, simulador GAZEBO, aprendizagem de máquinas, sistema mecânico a ser utilizado, ambiente de atuação do robô;

- definição dos sistemas de localização, sensoriamento e motorização;
- desenvolvimento da arquitetura de hardware e software do robô;
- definição dos sensores e atuadores;
- definição das ações do robô e das inspeções a serem realizadas;
- modelagem do ambiente e do robô;
- desenvolvimento do módulo de controle da aprendizagem;
- proposição de um algoritmo de controle para detecção de objetos e tento partido;
- proposição de um algoritmo de controle para transposição de objetos e tento partido;
- simulação do robô no ambiente de atuação;
- produção de um artigo a ser apresentado em um congresso;
- produção de dois artigos em jornais acadêmicos;

## Capítulo 2

### Caracterização do problema

A inspeção de linhas de transmissão de alta tensão é uma tarefa difícil e altamente perigosa, atualmente esta inspeção é realizada através do auxílio de helicópteros os quais percorrem trajetórias próximas às linhas de transmissão e utilizam câmeras termográficas as quais medem a temperatura nos cabos a partir da associação da quantidade de radiação emitida em determinada faixa de comprimento de onda com uma determinada temperatura. Porém os gastos com este tipo de inspeção são extremamente elevados, como consequência, as empresas responsáveis pela transmissão de energia não monitoram continuamente as condições dos cabos, e realizam inspeções nas linhas de transmissão em intervalos grandes. Outro modo de inspecionar as linhas de transmissão é através de eletricitas que literalmente andam sobre os cabos das linhas de transmissão de alta voltagem fazendo uma inspeção visual e podendo levar algum equipamento para medição de temperatura ao longo da linha, porém este tipo de inspeção é lenta e é inviável verificar milhares de quilômetros de linhas de transmissão utilizando este método. Ambos os modos de inspeção de linhas de transmissão são arriscados, trazem perigos para as pessoas que estão a bordo do helicóptero; já que, este tem de voar próximo às linhas de transmissão e trazem perigos para o eletricitista que irá andar sobre os cabos inspecionando-os visualmente ou com auxílio de algum equipamento, além de desconhecer-se completamente o efeito dos campos eletromagnéticos intensos desta região sobre a saúde destes eletricitistas. Como consequência, realizar a inspeção de linhas de transmissão através da utilização de robôs móveis é algo que vem ganhando destaque no século

XXI. Isto somente foi possível por causa dos avanços tecnológicos como sistema de localização global, os sistemas de transmissão de informação sem fio, a construção de microcontroladores mais baratos, rápidos e com maior capacidade de processamento, além dos grandes avanços que a computação e a microeletrônica têm obtido. Com isso as tarefas que seres humanos executam em ambientes insalubres, perigosos ou inóspitos poderão ser substituídas por uma mão-de-obra automatizada. Além disso, a aplicação da robótica móvel pode ser utilizada para a redução de custos. No caso específico deste trabalho, a utilização de robôs de inspeção para linhas de transmissão atende a ambos os aspectos. Um robô de inspeção de linhas de transmissão deve ser capaz de desviar de obstáculos como grampos de suspensão, grampos terminal passante, emendas a compreensão, emenda total preformada, tentos partidos, cabos amassados e dispositivos anti-vibração como amortecedores e festão. Estes obstáculos devem ser transpostos por sequências de movimentos executadas pelo robô. Além disso, idealmente o robô deve apresentar o menor peso, comprimento, altura, ter perfeita aerodinâmica, um formato desprovido de pontas, a maior autonomia possível, baixo custo, além de apresentar uma blindagem eletromagnética que deve impedir que os intensos campos magnéticos e elétricos, devido às elevadas correntes que passam nas linhas de transmissão, danifiquem os componentes eletrônicos, além disso, deve apresentar um sistema de comunicação wireless que não seja influenciado pelo elevado campo eletromagnético ao redor dos cabos, além de apresentar motores com elevado rendimento mecânico e elétrico, não apresentar derrapagem quando o mecanismo para movimentação das rodas for acionado, dentre outros.

Pagnano et. al [6] conclui que uma das principais buscas em futuros projetos devem estar centradas no desenvolvimento de detecção e transposição de obstáculos de forma autônoma, ou seja, não mais atribuir sequências de movimentos para os robôs mas desenvolver algoritmos de controle para que a detecção e ultrapassagem seja realizada de forma autônoma. Outro ponto a se observar é a completa abrangência de autonomia do robô durante sua navegação.

Embora respondam por um número pequeno de ocorrências, se comparadas com as ocorrências em linhas de distribuição, um evento em uma linha de transmissão impacta de maneira desproporcionalmente mais severa, visto que a quantidade de



clientes atendidos pelas linhas de transmissão é bem superior ao da linha de distribuição, afinal estas últimas são alimentadas pelas linhas de transmissão.

A manutenção preventiva é o procedimento mais adequado para aumentar a confiabilidade e evitar ocorrências indesejáveis em linhas de transmissão. No entanto, devido ao maior nível de tensão e conseqüentemente de maior escala das estruturas físicas da linha; efetuar a manutenção preventiva de maneira manual é uma tarefa muito difícil, custosa, por vezes requerendo o desligamento da linha.

O uso de uma ferramenta automatizada para a inspeção destas linhas possibilitará uma redução no número e na freqüência de eventos em linhas de transmissão, aumentando a confiabilidade do sistema elétrico e reduzindo as perdas de energia; contribuindo para a melhoria do processo interno e a qualidade do serviço oferecido ao consumidor final, o que resulta em ganho financeiro para as concessionárias. Além deste benefício, é importante ressaltar que interrupções no fornecimento, mesmo que por curto espaço de tempo, têm como conseqüência impactos negativos sobre a sociedade e sobre a imagem da concessionária, sujeita à exposição na mídia.

Porém, a prática mostra que a idealização de soluções para os problemas levantados é algo distante da realidade, isto porque, além de ser fisicamente impossível de representar-se de forma exata situações ideais na prática; devido às perdas de energia e às inúmeras variáveis que teriam de ser abordadas para representar um problema de forma exata, mesmo que fosse possível construir um modelo muito próximo a realidade, o custo iria ser um dos fatores que iria inviabilizar a escolha dos melhores materiais e dos melhores dispositivos. Assim deve-se observar que, em geral, os robôs devem atender as características conforme certos requisitos de projeto, de modo que se aproxime ao máximo da condição ideal, desde que o custo permaneça abaixo de um valor aceitável.

# Capítulo 3

## Revisão bibliográfica

As concessionárias de energia elétrica e diversas instituições de pesquisa, nos últimos anos vêm trabalhando na busca de uma solução para a inspeção de linhas de transmissão de alta tensão. A abrangência de suas pesquisas perfazem em grande parte no desenvolvimento de robôs para realizar a inspeção. Este projeto de tese utilizará de um sistema mecânico desenvolvido no projeto do primeiro robô de inspeção de linha de transmissão brasileiro de baixo peso, apresentado no VII Congresso de Inovação Tecnológica em Energia Elétrica (ref). A escolha no uso desta solução mecânica deve-se aos resultados alcançados por este projeto diante dos desafios de uma inspeção de linhas de transmissão. Denominado projeto D311 e sob o código Aneel PD-4950-0311/2011, teve como objetivo Apesar de alcançar os objetivos inicialmente traçados, o sistema de navegação do robô não era autônomo, seu deslocamento e transposição era baseado em reconhecimentos de padrões e todos os algoritmos pré-estabelecidos eram acionados quando do reconhecimento do padrão. O presente projeto de tese propõe ser uma proposta inovadora em relação aos resultados alcançados descritos atualmente na literatura, atingindo uma navegação autônoma através do uso de técnicas de aprendizagem de máquinas.

### 3.1 Projetos de relevância desenvolvidos

Diante dos desafios e objetivos propostos neste projeto de tese, será exposto de forma sucinta alguns projetos e trabalhos desenvolvidos no âmbito dos robôs de inspeção

de linha de transmissão.

Além dos projetos apresentados anteriormente, Pagnano et. al [6] se propõe a descrever um roadmap para o desenvolvimento futuro dos robôs de inspeção em linha de transmissão, reforçando o aspecto da autonomia dos robôs e sua confiabilidade na execução das transposições dos obstáculos.

## **3.2 Navegação autônoma em robôs de inspeção de linhas de transmissão**

Localização e Mapeamento Simultâneos (SLAM) é um dos problemas fundamentais para a navegação autônoma de robôs [7], e por isso é um campo da robótica que vem sofrendo intensa pesquisa. Esse problema pode ser encarado como a dificuldade que um robô possui de, partindo de uma posição desconhecida, em um ambiente também desconhecido, construir um mapa dos locais já visitados e simultaneamente ser capaz de se localizar dentro desse mapa. Uma solução para esse problema permitiria o surgimento de robôs verdadeiramente autônomos, capazes de navegar de maneira segura por ambientes desconhecidos e cumprir objetivos sem a necessidade de auxílio externo de espécie alguma [8]. O mapeamento é um problema que consiste na integração de informações obtidas pelos sensores de um robô dentro de uma determinada representação. Este problema pode ser descrito pela pergunta "Com que o mundo se parece?". Os aspectos centrais de mapeamento são a representação do ambiente e a interpretação dos dados do sensor. Em contraste com isso, a localização é o problema de estimar a posição do robô em relação a um mapa. Em outras palavras, o robô tem de responder à questão: "Onde eu estou?". Normalmente, distingue-se entre uma posição de trajetória, onde a posição inicial do robô é conhecida, e localização global, em que não é dado nenhum conhecimento a priori sobre a posição de partida. SLAM é definido como o problema de construção de um mapa e, ao mesmo tempo, localizar o robô dentro desse mapa. Na prática, esses dois problemas não podem ser resolvidos de forma independente um do outro. Antes que um robô possa responder à questão com qual ambiente este se parece, a partir de um determinado conjunto de observações, ele precisa saber de que locais

essas observacoes foram feitas. Ao mesmo tempo, e dificil estimar a posicao atual de um robo sem um mapa. Portanto, SLAM e muitas vezes referido como o problema do ovo e da galinha: Um bom mapa e necessario para a localizacao, enquanto uma estimativa exata da posicao e necessaria para construir um mapa.

### 3.3 Aprendizagem de máquinas

O aspecto interativo do aprendizado de máquinas é importante porque, conforme os modelos são expostos a novos dados, eles são capazes de se adaptar de forma independente. Eles aprendem com os cálculos anteriores para produzir decisões e resultados confiáveis e reproduzíveis. O aprendizado de máquinas não é uma ciência nova, mas que está ganhando um novo impulso nestes últimos anos. Asmuth [10] aponta a importância de ressaltar que o conceito de aprendizado está relacionado com a melhoria do desempenho da rede segundo algum critério preestabelecido, no caso a abordagem bayesiana combinando informações anteriores com informações posteriores baseada nas observações obtidas por sensores. Os estudos de Asmuth [10] levaram a discussão de dois algoritmos de aprendizagem por reforço: BOSS (Best Of Sampled Set) e BFS3 (Bayesian Forward Search Sparse Sampling), fundamentados no modelo bayesiano. A figura 3.1 apresenta resumidamente a composição dos dois algoritmos.

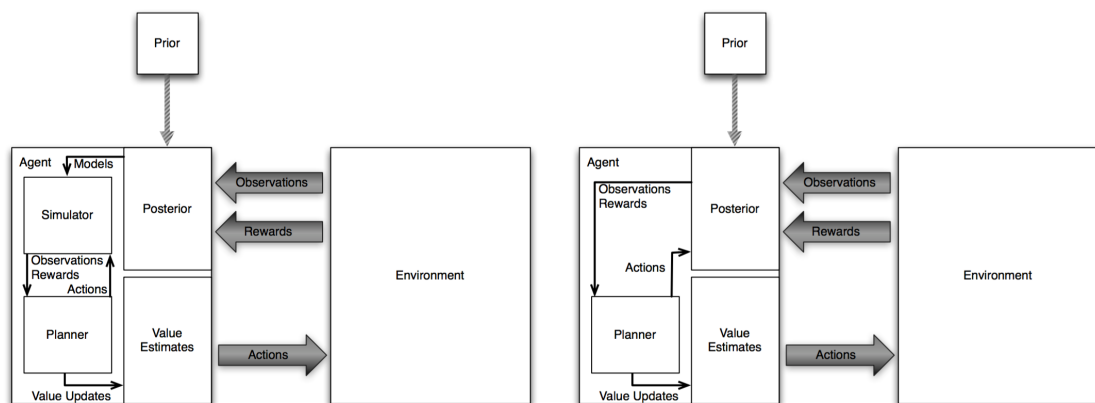


Figura 3.1: Duas abordagens para o modelo Bayesiano baseado na aprendizagem de reforço, segundo Asmuth [10].

Um outro modelo de reforço a ser investigado neste projeto de tese e que perfaz o tema central, é o Q-learning.

Q-learning é um algoritmo de aprendizado por reforço, atuando por diferença temporal. É um dos métodos mais simples de ser implementado. Sua regra de atualização é dada pela equação 3.3.1

$$Q(s, a) = Q(s, a) + \alpha(r + \gamma \max_{a'} Q(s', a') - Q(s, a)) \quad (3.3.1)$$

Dessa forma, quando o robô percorre o espaço de estados do ambiente e explora seu espaço de ações, uma tabela com os valores de  $Q$  é construída. Dessa busca-se provar que os valores de  $Q$  convergem para os valores  $Q^*$ , caso o binômio (estado, ação) sejam visitados infinitas vezes. Com valores maiores, a probabilidade de se atingir máximos locais é maior. Benicasa [11] mostra que o uso da técnica Q-learning mostra um retorno de convergência mais rápido quando comparado com outras técnicas, devido a sua maximização da recompensa média. Os testes realizados com a técnica Q-learning foram gerados através do algoritmo apresentado abaixo:

---

---

ALGORITMO Q-learning

---

---

```

Inicie  $Q(s, a)$  arbitrariamente;
for cada episódio do
    obtenha o estado atual  $s$  do ambiente;
    for cada passo do episódio do
        selecione uma ação  $a \in \mathbf{A}(s)$ ;

        execute a ação  $a$ ;
        observe os valores de  $s'$  e  $r$ ;
        atualize o valor de  $Q(s, a)$ ;
         $s \leftarrow s'$ ;
    end
end

```

Segundo Benicasa [11], com a implementação do algoritmo Q-learning a conver-

gência do aprendizado Q-learning é muito mais rápida do que outras técnicas de aprendizagem.

O aprendizado supervisionado é baseado em um conjunto de exemplos de treinamento, em que as respostas desejadas são fornecidas. Com base neste conjunto, os algoritmos em geral generalizam para responder corretamente a todas as entradas possíveis. Marsland [9] denomina este tipo de aprendizado de utilização a partir de exemplos.

O aprendizado supervisionado se aplica a problemas em que se deseja obter um mapeamento entre padrões de entradas e saídas, a utilização neste projeto de tese será a aprendizagem on-line, onde o conjunto de dados muda continuamente, logo a rede deve estar em um contínuo processo de adaptação, buscando sempre uma otimização global.

Segundo Souza [8], as técnicas bayesianas são abordagens eficientes em termos de avaliações da função que se pretende analisar, otimizando o conjunto de valores. A otimização é um campo fundamental da matemática, mas para utilizá-la na aprendizagem de máquinas é preciso restringi-la [7]. Souza [8] define esta restrição pela maximização, logo a maximização de uma função de um valor real pode ser dada pela Equação 3.3.2 e a maximização da função transformada  $[-f(x)]$  é dada pela Equação 3.3.3 .

$$X^* = \underset{x}{\operatorname{argmax}} f(x) \quad (3.3.2)$$

ou mínimo

$$X^* = \underset{x}{\operatorname{argmin}} f(x) = \underset{x}{\operatorname{argmax}} (-f(x)) \quad (3.3.3)$$

Assim como apresentado na sucinta explicação sobre a aprendizagem por reforço, a aprendizagem supervisionada bayesiana também é modelada por um algoritmo. Brochu [7] modelou o algoritmo abaixo para encontrar a função  $f$  desconhecida, ou seja, para encontrar o máximo como definido na Equação 3.3.2.

$\mathbf{X}_i$  : ponto da amostra escolhido na interação  $i$ ;

$s$  : função de aquisição;

$f$  : função desconhecida;

**for**  $i = 1, 2, 3 \dots$  **do**

    obtenha  $\mathbf{X}_i = \underset{x}{argmax} s(\mathbf{X})$ ;

    adquira uma amostra de  $f$  na posição  $\mathbf{X}_i$ ;

    atualize o modelo de  $f$  com a nova amostra;

**end**

Em cada interação uma nova posição da amostra é selecionada pelo conhecimento previamente adquirido. Ao maximizar a função de aquisição  $s$ , a melhor posição é selecionada para testar a função desconhecida.

## 3.4 Notations

Let  $S^h \subset H^1(\Omega)$  be finite element space defined by

$$S^h := \{\chi \in C(\bar{\Omega}) : \chi|_{\tau} \text{ is linear } \forall \tau \in \mathcal{T}^h\} \subset H^1(\Omega).$$

Denote by  $\{x_i\}_{i=1}^J$  the set of nodes of  $\mathcal{T}^h$  and let  $\{\eta_i\}_{i=1}^J$  be basis for  $S^h$  defined by  $\eta_i(x_j) = \delta_{ij}$ , for  $i, j = 1, \dots, J$ .

Let  $\pi^h : C(\bar{\Omega}) \mapsto S^h$  be the interpolation operator such that  $\pi^h \chi(x_i) = \chi(x_i)$ , for  $i = 1, \dots, J$  and define a discrete inner product on  $C(\bar{\Omega})$  as follows

$$(\chi_1, \chi_2)^h := \int_{\Omega} \pi^h(\chi_1(x)\chi_2(x))dx \equiv \sum_{i=1}^J m_i \chi_1(x_i)\chi_2(x_i), \quad (3.4.1)$$

where  $m_i = (\eta_i, \eta_i)^h$ . The induced norm  $\|\cdot\|_h := [(\cdot, \cdot)^h]^{\frac{1}{2}}$  on  $S^h$  is equivalent to  $\|\cdot\|_0 := [(\cdot, \cdot)]^{\frac{1}{2}}$ . Note that the integral (3.4.1) can easily be computed by means of vertex quadrature rule, which exact for piecewise linear functions.

## 3.5 Practical Algorithms

### 3.5.1 Iterative Method for Scheme 1

Let us expand  $U_i$  and  $W_i$ ,  $i = 1, 2$ , in terms of the standard nodal basis functions of the finite element space  $S^h$ , that is,

$$U_1^n = \sum_{i=1}^J U_{1,i}^n \eta_i, \quad W_1^n = \sum_{i=1}^J W_{1,i}^n \eta_i, \quad (3.5.1a)$$

$$U_2^n = \sum_{i=1}^J U_{2,i}^n \eta_i, \quad W_2^n = \sum_{i=1}^J W_{2,i}^n \eta_i, \quad (3.5.1b)$$

where  $J$  be the number of node points.

### Concluding Remarks

To see a clear interaction between the solutions  $U_1$  and  $U_2$  in terms of their physical meaning, it is worthwhile doing computational experiment in three space dimensions

Given  $N$ , a positive integer, let  $\Delta t = T/N$  denote a fixed time step, and  $t^k = k\Delta t$  where  $k = 0, \dots, N$ . We focus our attention on approximating  $(\mathbf{P})$  by the discrete scheme defined as follows:

$(\mathbf{P}_1^{h,\Delta t})$  Given  $U_1^0, U_2^0$ , find  $\{U_1^n, U_2^n, W_1^n, W_2^n\} \in S^h \times S^h \times S^h \times S^h$ , for  $n = 1, \dots, N$ , such that  $\forall \eta \in S^h$

$$\left(\frac{U_1^n - U_1^{n-1}}{\Delta t}, \eta\right)^h = -(\nabla W_1^n, \nabla \eta), \quad (3.5.2a)$$

$$(W_1^n, \eta)^h = (F_1(U_1^n, U_2^n), \eta)^h + \gamma(\nabla U_1^n, \nabla \eta), \quad (3.5.2b)$$

$$U_1^0 = P^h u_1^0, \quad (3.5.2c)$$

and

$$\left(\frac{U_2^n - U_2^{n-1}}{\Delta t}, \eta\right)^h = -(\nabla W_2^n, \nabla \eta), \quad (3.5.2d)$$

$$(W_2^n, \eta)^h = (F_2(U_1^n, U_2^n), \eta)^h + \gamma(\nabla U_2^n, \nabla \eta), \quad (3.5.2e)$$

$$U_2^0 = P^h u_2^0, \quad (3.5.2f)$$

where

$$F_1(U_1^n, U_2^n) = (U_1^n)^3 - U_1^{n-1} + D(U_1^n + U_1^{n-1} + 2)(U_2^{n-1} + 1)^2, \quad (3.5.2g)$$

$$F_2(U_1^n, U_2^n) = (U_2^n)^3 - U_2^{n-1} + D(U_2^n + U_2^{n-1} + 2)(U_1^n + 1)^2. \quad (3.5.2h)$$



Note that (3.5.2a–c) is independent of  $U_2^n$  and (3.5.2d–f) is dependent on  $U_1^n$ .

## 3.6 Notation

Let  $\Omega$  be a bounded domain in  $\mathbb{R}^d$ ,  $d \leq 3$  with boundary  $\partial\Omega$ . For  $d = 2, 3$  we assume that  $\partial\Omega$  is Lipschitz boundary. Through out this thesis we adopt the standard notation for Sobolev spaces, denoting the norm of  $W^{m,p}(\Omega)$  ( $m \in \mathbb{N}, p \in [1, \infty]$ ) by  $\|\cdot\|_{m,p}$  and semi-norm by  $|\cdot|_{m,p}$ . For  $p = 2$ ,  $W^{m,p}(\Omega)$  will be denoted by  $H^m$  with the associated norm and semi-norm written as  $\|\cdot\|_m$  and  $|\cdot|_m$ , respectively. In addition we denote the  $L^2(\Omega)$  inner product over  $\Omega$  by  $(\cdot, \cdot)$  and define the mean of integral

$$\oint \eta := \frac{1}{|\Omega|}(\eta, 1) \quad \forall \eta \in L^1(\Omega).$$

We also use the following notation, for  $1 \leq q < \infty$ ,

$$\begin{aligned} L^q(0, T; W^{m,p}(\Omega)) &:= \left\{ \eta(x, t) : \eta(\cdot, t) \in W^{m,p}(\Omega), \int_0^T \|\eta(\cdot, t)\|_{m,p}^q dt < \infty \right\}, \\ L^\infty(0, T; W^{m,p}(\Omega)) &:= \left\{ \eta(x, t) : \eta(\cdot, t) \in W^{m,p}(\Omega), \operatorname{ess\,sup}_{t \in (0, T)} \|\eta(\cdot, t)\|_{m,p} < \infty \right\}, \end{aligned}$$

For later purposes, we recall the Hölder inequality for  $u \in L^p$ ,  $v \in L^q$  and  $1 < p < \infty$ ,

$$\int_{\Omega} |uv| dx \leq \left( \int_{\Omega} u^p dx \right)^{\frac{1}{p}} \left( \int_{\Omega} v^q dx \right)^{\frac{1}{q}}, \quad \text{where } \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1, \quad (3.6.2a)$$

and the following well-known Sobolev interpolation results: Let  $p \in [1, \infty]$ ,  $m \geq 1$  and  $v \in W^{m,p}(\Omega)$ . Then there are constants  $C$  and  $\mu = \frac{d}{m} \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{r} \right)$  such that the inequality

$$|v|_{0,r} \leq C |v|_{0,p}^{1-\mu} \|v\|_{m,p}^{\mu}, \quad \text{holds for } r \in \begin{cases} [p, \infty] & \text{if } m - \frac{d}{p} > 0, \\ [p, \infty) & \text{if } m - \frac{d}{p} = 0, \\ [p, -\frac{d}{m-d/p}] & \text{if } m - \frac{d}{p} < 0. \end{cases} \quad (3.6.2b)$$

We also state the following lemma, which will prove useful in our subsequent analysis.

**Lemma 3.6.1** Let  $u, v, \eta \in H^1(\Omega)$ ,  $f = u - v$ ,  $g = u^m v^{n-m}$ ,  $m, n = 0, 1, 2$ , and  $n - m \geq 0$ . Then for  $d = 1, 2, 3$ ,

$$\left| \int_{\Omega} f g \eta dx \right| \leq C |u - v|_0 \|u\|_1^m \|v\|_1^{n-m} \|\eta\|_1. \quad (3.6.2c)$$

**Proof:** Note that using the Cauchy-Schwarz inequality we have

$$|(u)^m v^{n-m}|_{0,p} \leq \begin{cases} |u|_{0,2mp}^m |v|_{0,2(n-m)p}^{(n-m)} & \text{for } n-m \neq 0, \text{ and } m \neq 0, \\ |u|_{0,mp}^m \text{ or } |v|_{0,(n-m)p}^{(n-m)} & \text{for } m=0, \text{ or } n-m=0 \text{ respectively.} \end{cases}$$

Noting the generalise Hölder inequality and the result above we have

$$\begin{aligned} \left| \int_{\Omega} f g \eta dx \right| &\leq |u-v|_0 |u^m v^{n-m}|_{0,3} |\eta|_{0,6}, \\ &\leq |u-v|_0 |\eta|_{0,6} \begin{cases} |u|_{0,6}^2 & \text{for } m=2, \\ |u|_{0,6} |v|_{0,6} & \text{for } m=1, \\ |v|_{0,6}^2 & \text{for } m=0, \end{cases} \\ &\leq C |u-v|_0 \|u\|_1^m \|v\|_1^{n-m} \|\eta\|_1, \end{aligned}$$

where we have noted (3.6.2b) to obtain the last inequality. This ends the proof.  $\square$

### 3.7 The Existence and Uniqueness of the Continuous Problem

Given  $\gamma > 0$  and  $u_i^0 \in H^1(\Omega)$ , for  $i = 1, 2$ , such that  $\|u_1^0\|_1 + \|u_2^0\|_1 \leq C$ . We consider the problem:

(P) Find  $\{u_i, w_i\}$  such that  $u_i \in H^1(0, T; (H^1(\Omega))') \cap L^\infty(0, T; H^1(\Omega))$  for *a.e.*  $t \in (0, T)$ ,  $w_i \in L^2(0, T; H^1(\Omega))$

$$\left\langle \frac{\partial u_1}{\partial t}, \eta \right\rangle = -(\nabla w_1, \nabla \eta), \quad (3.7.1a)$$

$$(w_1, \eta) = (\phi(u_1), \eta) + \gamma(\nabla u_1, \nabla \eta) + 2D(\Psi_1(u_1, u_2), \eta), \quad (3.7.1b)$$

$$u_1(x, 0) = u_1^0(x), \quad (3.7.1c)$$

and

$$\left\langle \frac{\partial u_2}{\partial t}, \eta \right\rangle = -(\nabla w_2, \nabla \eta), \quad (3.7.1d)$$

$$(w_2, \eta) = (\phi(u_2), \eta) + \gamma(\nabla u_2, \nabla \eta) + 2D(\Psi_2(u_1, u_2), \eta), \quad (3.7.1e)$$

$$u_2(x, 0) = u_2^0(x), \quad (3.7.1f)$$

for all  $\eta \in H^1(\Omega)$  for *a.e.*  $t \in (0, T)$ .

Let  $\Omega$  be bounded domain in  $\mathbb{R}^d (d \leq 3)$  with Lipschitz boundary  $\partial\Omega$ . We consider a coupled pair of Cahn-Hilliard Equations modelling a phase separation on a thin film of binary liquid mixture coating substrate, which is wet by one component denoted by A and the other by B:

Find  $\{u_1(x, t), u_2(x, t)\} \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  such that

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \Delta w_1 \quad \text{in } \Omega, t > 0, \quad (3.7.2a)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = \Delta w_2 \quad \text{in } \Omega, t > 0, \quad (3.7.2b)$$

where

$$w_1 = \frac{\delta F(u_1, u_2)}{\delta u_1}, \quad (3.7.2c)$$

$$w_2 = \frac{\delta F(u_1, u_2)}{\delta u_2}, \quad (3.7.2d)$$

$$\begin{aligned} F(u_1, u_2) = & b_1 u_1^4 - a_1 u_1^2 + c_1 |\nabla u_1|^2 \\ & + b_2 u_2^4 - a_2 u_2^2 + c_2 |\nabla u_2|^2 \\ & + D \left( u_1 + \sqrt{\frac{a_1}{2b_1}} \right)^2 \left( u_2 + \sqrt{\frac{a_2}{2b_2}} \right)^2. \end{aligned} \quad (3.7.2e)$$

Here  $\delta F(u_1, u_2)/\delta u_i$ , for  $i = 1, 2$ , indicates the functional derivative. The variable  $u_1$  denotes a local concentration of A or B and  $u_2$  indicates the presence of a liquid or a vapour phase.  $c_i$  denote the surface tension of  $u_i$ . The coefficient  $a_i$  is proportional to  $T_{c_i} - T$ , where  $T_{c_1}$  corresponds to the critical temperature of the A-B phase separation, and  $T_{c_2}$  represents the critical temperature of the liquid-vapour phase separation.

If  $a_1 > 0$ ,  $a_2 > 0$ , there are two equilibrium phases for each field corresponding to  $u_1 = \pm \sqrt{\frac{a_1}{2b_1}}$  and  $u_2 = \pm \sqrt{\frac{a_2}{2b_2}}$ , denote as  $u_1^+$ ,  $u_1^-$ ,  $u_2^+$ , and  $u_2^-$ . The coupling  $D$  energetically inhibits the existence of the phase denoted by the  $(u_1^+, u_2^+)$ . Thus we have three-phase system: liquid A correspond to  $(u_1^-, u_2^-)$  regions, liquid B to  $(u_1^+, u_2^-)$  regions and the vapour phase to  $(u_1^-, u_2^+)$  regions.

If  $D = 0$ , the problem reduces to two decoupled Cahn-Hilliard equations, which has been discussed at length in the mathematical literature. And for this type of problem, we do not have liquid-vapour interfaces.

In Chapter 5 two practical algorithms (implicit and explicit methods) for solving the finite element at each time step are suggested. We discuss the convergence theory for the implicit scheme, which is used to solve the system arising from Scheme 1. We also discuss in this chapter some computational results for one and two space dimensions. We only use the implicit scheme for all simulations. Before showing some computational results, we discuss linear stability solutions in one space dimension.

# Capítulo 4

## Metodologia do projeto

No intuito de obter o cumprimento dos objetivos específicos deste projeto, foi adotado a metodologia composta inicialmente na busca do embasamento sobre o assunto de inspeção robótica autônoma, em seguida a fase do desenvolvimento propriamente dito juntamente com suas simulações e testes. Consequentemente a terceira fase é a obtenção da tese final deste projeto. Resumidamente a metodologia dividi-se em cinco partes distintas:

- Fundamentação teórica
- Modelagem
- Desenvolvimento computacional
- Simulação
- Tese final

Nos tópicos seguintes são apresentados de forma detalhada cada uma das etapas sequencialmente, cada etapa visa obter ao final de sua completude a tese de doutorado.

### 4.1 Fundamentação teórica

Nesta parte inicial do projeto objetiva-se alcançar conhecimento necessário para o embasamento da pesquisa. O projeto será desenvolvido no framework ROS com

aplicações em Python, porém haverá necessidade de compreender a relação destas ferramentas com a capacidade da aprendizagem de máquina no uso das técnicas apresentadas neste projeto: redes bayesiana e Q-learning. Apesar destas técnicas terem sido apontadas nesta proposta de projeto; será oportuno a busca por um conhecimento mais abrangente. Além da busca pela fundamentação da navegação autônoma, faz-se necessário a total compreensão do sistema mecatrônico a ser utilizado para a implementação da navegação, este conhecimento levará a construção do modelo mecânico do sistema robótico a ser utilizado para a demonstração da navegação através da simulação. Resumidamente a fundamentação teórica será subdivida em cinco partes:

- framework robótico e ferramentas computacionais
- técnicas de aprendizagem de máquinas
- navegação autônoma
- sistema mecatrônico utilizado
- simulação do ambiente e do robô

A finalização desta etapa será concluída com a apresentação de um painel sobre navegação autônoma durante a semana nacional de ciência e tecnologia de 2016.

## 4.2 Modelagem

Com os conhecimentos adquiridos e revistos, pode-se buscar o desenvolvimento propriamente dito do projeto. Iniciando pelo desenvolvimento da modelagem do ambiente ao qual o robô estará inserido. Consequentemente, o próximo passo será o de compreender o sistema mecânico a ser utilizado; a referência será o robô apresentado no VIII Congresso de Inovação Tecnológico em Energia Elétrica (ref). Após isso, será modelado o sistema mecânico para o uso da aplicação do controle de navegação. Finalmente com os sistemas de navegação modelados, serão implementados no modelo mecânico concebido anteriormente, culminando no tão esperado modelo do robô

autônoma para inspeção em linhas de transmissão de alta tensão a ser apresentado em um congresso do assunto.

### **4.3 Desenvolvimento computacional**

De posse do framework ROS e dos modelos estabelecidos na etapa anterior, será desenvolvido o sistema autônomo (algoritmo de controle) propriamente dito com a inclusão da aprendizagem de máquina, fazendo uso das técnicas de redes bayesianas e da Q-learning. Assim como na etapa de Modelagem, será produzido um paper porém a ser publicado em um jornal acadêmico do assunto.

### **4.4 Simulação**

A modelagem e o desenvolvimento de algoritmos têm seu papel importante na elaboração de toda a simulação do projeto, sem estes dois parâmetros seria impossível criar um comportamento adequado para o sistema de navegação em desenvolvimento por este projeto. A simulação será implementada numa ferramenta comumente utilizada no desenvolvimento de robôs, este aplicativo é capaz de gerar simulações em 3D do ambiente e de todos os comportamentos desenvolvidos no framework ROS, o mesmo é reconhecido com GAZEBO. Completada esta etapa, chega-se a um ponto importante deste projeto, pois é na completude desta etapa que chega-se ao final da proposta de projeto aqui apresentada, faltando assim somente a elaboração da tese que durante esta etapa já estava sendo elaborada.

### **4.5 Desenvolvimento da tese**

Um dos pontos importantes desta etapa é a realização do doutorado sanduíche, paralelamente as atividades de simulação devem ser desenvolvidas. Nesta etapa a elaboração da tese final será o tema central.

### 4.5.1 Cronograma das atividades

O cronograma de atividades para o desenvolvimento do projeto de doutorado segue as etapas apresentadas nos tópicos anteriormente descritos. A figura 4.1 apresenta o cronograma desenvolvido, mostrando ao final de cada etapa um marco para a finalização da mesma, desta forma pode-se estabelecer de forma clara o encerramento de cada uma delas.

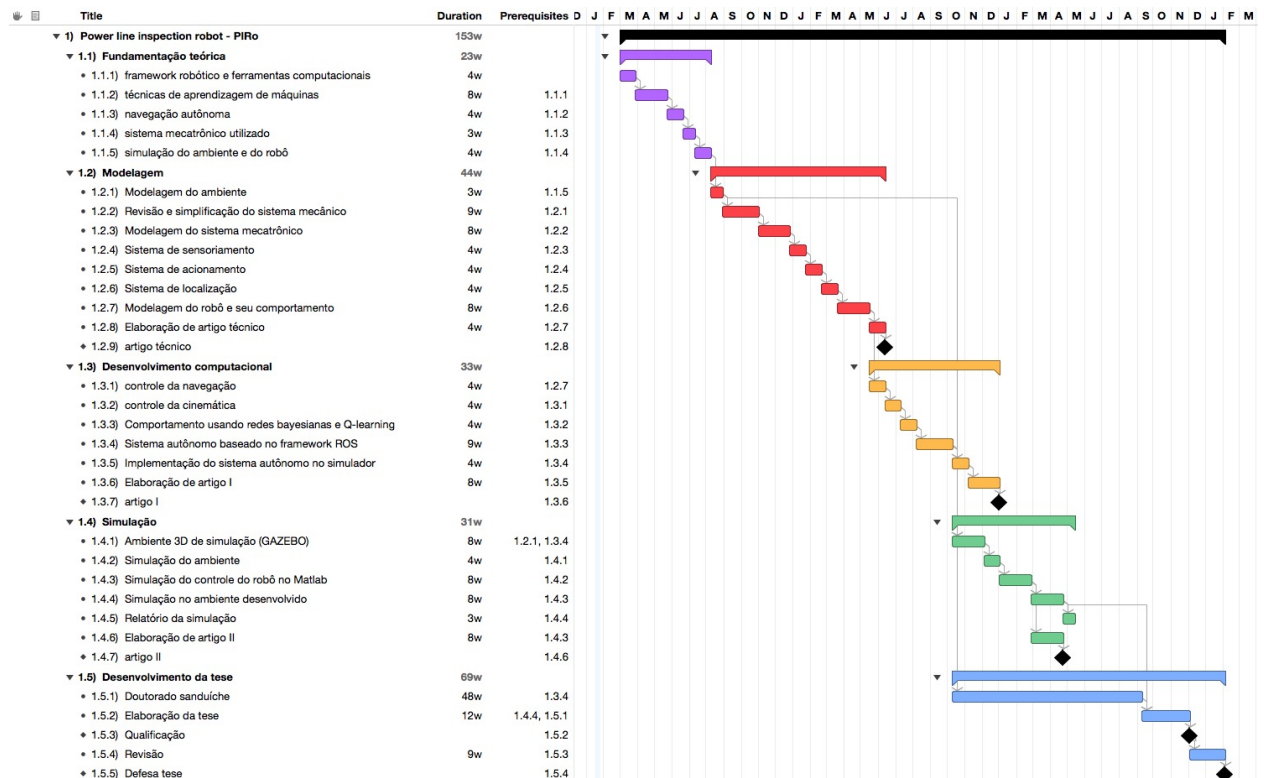


Figura 4.1: Cronograma de atividades para o doutorado.

Para maiores detalhes é apresentado também a Tabela 4.1 com as sub-tarefas necessárias para a realização do projeto.

Diante do exposto acima, o projeto terá as cinco partes desenvolvidas ao longo de 3 anos de desenvolvimento, com a fase de Desenvolvimento da tese e da Simulação iniciando-se paralelamente. Sugere-se o desenvolvimento de um período de um ano em uma instituição de renome para a realização de um Doutorado Sanduíche. A Universidade de Bremen localizada em Bremen na Alemanha desempenha uma boa referência no quesito robótico; como resultado de sua ação, no campus da universidade várias empresas do setor estão instaladas no intuito de desenvolver tecnologia



Tabela 4.1: Principais atividades do projeto de tese.

| Etapa                         | Duração    | Atividades  |
|-------------------------------|------------|---|
| Fundamentação teórica         | 23 semanas | framework robótico e ferramentas computacionais; técnicas de aprendizagem de máquinas; navegação autônoma; sistema mecatrônico utilizado; simulação do ambiente e do robô   |
| Modelagem                     | 44 semanas | modelagem do ambiente; revisão e simplificação do sistema mecânico; modelagem do sistema mecatrônico; sistema de sensoriamento, sistema de acionamento, sistema de localização, modelagem do robô e seu comportamento; elaboração de artigo técnico |
| Desenvolvimento computacional | 33 semanas | controle da navegação; controle da cinemática; comportamento usando redes bayesianas e Q-learning; sistema autônomo baseado no ROS; implementação do sistema autônomo no simulador; elaboração de artigo I  |
| Simulação                     | 31 semanas | ambiente 3D de simulação; simulação do ambiente; simulação do controle do robô; simulação no ambiente desenvolvido; relatório da simulação; elaboração de artigo II   |
| Desenvolvimento da tese       | 69 semanas | doutorado sanduíche; elaboração da tese; revisão  |

de ponta para a indústria emergente da robótica.

# Capítulo 5

## Resultados esperados

Espera-se que ao final deste projeto de tese, seja gerado um vasto conhecimento sobre as disciplinas aqui versadas podendo alcançar patamares elevados no assunto sobre robótica para inspeção em linhas de transmissão de alta tensão, no entanto resultados tangíveis e sistemáticos são esperados. A intenção deste tópico é relacionar estes resultados através da lista abaixo:

- Publicações relevantes ao assunto da navegação autônoma e aprendizagem de máquinas;
- Algoritmo de controle para detecção de falhas nas linhas de transmissão de alta tensão;
- Algoritmo de controle para transposição de objetos e tento partido nas linhas de transmissão de alta tensão;
- Modelagem de controle para navegação autônoma em linhas de transmissão de alta tensão;
- Sistema de navegação autônoma;
- Simulação do processo de detecção e transposição;
- Tese aprovada e publicada.

# Referências Bibliográficas

- [1] J. W. Barrett and J. F. Blowey (1995), *An error bound for the finite element approximation of the Cahn-Hilliard equation with logarithmic free energy*, Numerische Mathematics, **72**, pp 1–20.
- [2] J. W. Barrett and J. F. Blowey (1997), *Finite element approximation of a model for phase separation of a multi-component alloy with non-smooth free energy*, Numerische Mathematics, **77**, pp 1–34.
- [3] J. W. Barrett and J. F. Blowey (1999a), *An improve error bound for finite element approximation of a model for phase separation of a multi-component alloy*, IMA J. Numer. Anal. **19**, pp 147-168.
- [4] P. G. Ciarlet (1978), **The Finite Element Method for Elliptic Problems**, North-Holland.
- [5] J. L. Lions (1969), **Quelques Móthodes de Résolution des Problèmes aux Limites**, Dunod.
- [6] Pagnano, A.; Höpf, M.; Teti, R. **A roadmap for automated power line inspection. Maintenance and repair.** *8<sup>th</sup>Conference on Intelligent Computation in Manufacturing Engineering*, p.234–239, 2013.
- [7] Brochu, E.; Cora, V. M.; De Freitas, N. **A tutorial on bayesian optimization of expensive cost function, with application to active user modeling and hierarchical reinforcement learning.** University British Columbia, Tech. Rep., 2010.

- [8] Souza, Jefferson R. **Navegação autônoma para robôs móveis usando aprendizado supervisionado**. Tese de doutorado. Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC-USP, 2014.
- [9] Marsland, S. **Machine Learning: An algorithm perspective**. Chapman & Hall/CRC, 2009.
- [10] Asmuth, John T. **Model-based Bayesian Reinforcement Learning with Generalized Priors**. Tese de doutorado. State University of New Jersey, 2013.
- [11] Benicasa, Alcides X. **Navegação autônoma de robôs baseada em técnicas de mapeamento e aprendizagem de máquina**. Revista Brasileira de Computação Aplicada (ISSN 2176-6649), v.4, n.1, p.102-111, março, 2012.
- [12] Brandao, M. P., Kienitz, K. H. K., Rangel B. K. **Sistema de Inspecao de Linhas de Transmissao de Energia Eletrica Utilizando Veiculos Aereos Nao-Tripulados**. 3rd CTA-DRL Workshop on Data Analysis Flight Control, September 14 - 15, 2009.
- [13] ONS (2006), **“Dados Relevantes 2006: Operacao do Sistema Interligado Nacional”**, ONS - Operador Nacional do Sistema Eletrico.
- [14] Mourão, Miguel A. M., Lima II, Eduardo J., Bracarense, Alexandre Q., Gontijo, Roberto A., Bomfim, Marcelo H. S., Reis, Marco A., Nascimento, Samy M., Almeida, Cleber V. R., Alcantara, Pedro X., Lepikson, Herman A. **Robô de Inspeção de Linha - D311**. VII Congresso de Inovação Tecnológica em Energia Elétrica, August 17 - 19, 2015.