№1. $\underset{x \to 1}{f(x)} = e^x - e$ Пусть $t = x-1 \Rightarrow t \to 0$

$f(x) = e(e^t - 1)$

$e^t = 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + o(t) \Rightarrow f(x) = e(t + \frac{t^2}{2!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + o(t)) =$

$= et + \frac{et^2}{2!} + \dots + \frac{et^n}{n!} + o(n) \to$ Ответ: $\cancel{\frac{e(x-1)^n}{n!}}$ $e(x-1)^1$

член min степени

№2 $g(x) = (x-1)^n e^{-x}, n \in \mathbb{N}$. Точки экстремумов!

$g'(x) = ((x-1)^n e^{-x})' = ((x-1)^n)' e^{-x} + (x-1)^n (e^{-x})' =$

$= n(x-1)^{n-1} e^{-x} + (x-1)^n (-1) e^{-x} = n(x-1)^{n-1} e^{-x} -$

$- (x-1)^n e^{-x}$

$g'(x) = 0 \Rightarrow n(x-1)^{n-1} e^{-x} - (x-1)^n e^{-x} = 0 \,|: e^{-x} > 0$

$n(x-1)^{n-1} - (x-1)^n = 0$

$\cancel{x(x-1)^{n-1}-(x-1)} = (x-1)^{n-1}(n - x + 1) = 0.$

Проверка на экстремальность (вокруг точки перехода). $\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = n+1 \end{array}\right.$

1) $n \vdots 2$ $x = 1$ если $x < 1 \Rightarrow$

$\underset{>0}{e^{-x}} \underset{<0}{(x-1)^{n-1}} \underset{>0}{(n+1-x)} < 0$

$x > 1$ $\underset{>0}{e^{-x}} \underset{>0}{(x-1)^{n-1}} \underset{>0 \text{ (пока } x < n+1)}{(n+1-x)} > 0 \Rightarrow x = 1$ – min

$g'(x)$ с – на +.

$x = n+1$ $x < n+1$ $\underset{>0}{e^{-x}} \underset{>0 \text{ (пока } x > 1)}{(x-1)^{n-1}} \underset{>0}{(n+1-x)} > 0$

$g'(x)$ с + на –

$x > n+1$ $\underset{>0}{e^{-x}} \underset{>0}{(x-1)^{n-1}} \underset{<0}{(n+1-x)} < 0$

$a = 1, \frac{1}{2}$.

№2. $n \vdots 2$ $x < 1$: $e^{-x} (x-1)^{n-1} (n+1-x) > 0$ $\Rightarrow x = 1$ - доли не может убыв.

$x > 1$ $e^{-x} (x-1)^{n-1} (n+1-x) > 0$

$x < n+1$ $e^{-x} (x-1)^{n-1} (n+1-x) > 0$ $\Rightarrow x = n+1$ - т. максимума

$x > n+1$ $e^{-x} (x-1)^{n-1} (n+1-x) < 0$

Ответ: $n \vdots 2$ - $x = 1$ и $x = n+1$

$n \not\vdots 2$ - $x = n+1$.

№3. $\int_0^{+\infty} e^{-ax}\sin x\,dx = \lim\limits_{\xi\to+\infty}\int_0^{\xi} e^{-ax}\sin x\,dx$

$\int e^{-ax}\sin x\,dx = \int e^{-ax}\,d(-\cos x) = -\cos x\, e^{-ax} - \int(-\cos x)\,de^{-ax} =$

$= -\cos x\, e^{-ax} - \int(-\cos x)(-a)e^{-ax}dx = -\cos x\, e^{-ax} - a\int \cos x\, e^{-ax}dx =$

$= -\cos x\, e^{-ax} - a\int e^{-ax}d(\sin x) = -\cos x\, e^{-ax} - a(\sin x\, e^{-ax} -$

$- \int \sin x\, de^{-ax}) = -\cos x\, e^{-ax} - a(\sin x\, e^{-ax} - \int \sin x(-a)e^{-ax}dx) =$

$= -\cos x\, e^{-ax} - a(\sin x\, e^{-ax} + a\int e^{-ax}\sin x\,dx) =$

$= -\cos x\, e^{-ax} - a\sin x\, e^{-ax} + a^2\int e^{-ax}\sin x\,dx$

$\Rightarrow (1-a^2)\int e^{-ax}\sin x\,dx = -\cos x\, e^{-ax} - a\sin x\, e^{-ax}$

$(a^2-1)\int e^{-ax}\sin x\,dx = \cos x\, e^{-ax} + a\sin x\, e^{-ax}$

№4. Кол-во способов выбора 1 чёрную и 1 белую

№3. При $a \neq 1$

$$\int e^{-ax}\sin x\,dx = \frac{1}{a^2-1}(\cos x\, e^{-ax} + a\sin x\, e^{-ax})$$

$$\Rightarrow \lim_{\varepsilon\to+\infty}\int_0^{+\infty} e^{-ax}\sin x\,dx = \lim_{\varepsilon\to+\infty}\left(\frac{1}{a^2-1}(\cos\varepsilon\, e^{-a\varepsilon}+a\sin\varepsilon\, e^{-a\varepsilon}) -\right.$$

$$\left.- \frac{1}{a^2-1}(1\cdot 1 + a\cdot 0)\right) = \lim_{\varepsilon\to+\infty}\left(\frac{1}{a^2-1}(\cos\varepsilon\, e^{-a\varepsilon}+a\sin\varepsilon\, e^{-a\varepsilon})\right) -$$

$$-\frac{1}{a^2-1} = -\frac{1}{a^2-1}$$

$$\lim_{\varepsilon\to+\infty}\frac{1}{a^2-1}(\cos\varepsilon\, e^{-a\varepsilon}+a\sin\varepsilon\, e^{-a\varepsilon})$$

По лемме о 2 милиционерах

$$-e^{-a\varepsilon} \le \cos\varepsilon\, e^{-a\varepsilon} \le e^{-a\varepsilon} \Rightarrow \lim_{\varepsilon\to\infty}\frac{1}{a^2-1}(\cos\varepsilon\, e^{-a\varepsilon}+a\sin\varepsilon\, e^{-a\varepsilon}) = 0.$$

$$-e^{-a\varepsilon}\xrightarrow{\varepsilon\to+\infty}0, \quad e^{-a\varepsilon}\xrightarrow{\varepsilon\to+\infty}0$$

$$-ae^{-a\varepsilon} \le a\sin\varepsilon\, e^{-a\varepsilon} \le ae^{-a\varepsilon}$$

$$-ae^{-a\varepsilon}\xrightarrow{\varepsilon\to+\infty}0, \quad ae^{-a\varepsilon}\xrightarrow{\varepsilon\to+\infty}0$$

При $a=1$ $\int e^{-x}\sin x\,dx = \int e^{-x}d(-\cos x) = e^{-x}(-\cos x) -$

$$-\int(-\cos x)\,de^{-x} = -\cos x\, e^{-x} - \int(-\cos x)e^{-x}(-1)\,dx =$$

$$= -\cos x\, e^{-x} - \int e^{-x}\cos x\,dx = -\cos x\, e^{-x} - \int e^{-x}\,d\sin x =$$

$$= -\cos x\, e^{-x} - \left(\sin x\, e^{-x} - \int \sin x\,de^{-x}\right) = -\cos x\, e^{-x} -$$

$$-\sin x\, e^{-x} + \int \sin x(-1)e^{-x}dx = -\cos x\, e^{-x} - \sin x\, e^{-x} - \int e^{-x}\sin x\,dx$$

$$\Rightarrow \int e^{-x}\sin x\,dx = \frac{1}{2}(-\cos x\, e^{-x} - e^{-x}\sin x) = -\frac{1}{2}e^{-x}(\cos x + \sin x)$$

№4. $\int_0^{+\infty} e^{-x}\sin x\,dx = \lim_{\varepsilon\to+\infty}\int_0^{\varepsilon} e^{-x}\sin x\,dx = \lim_{\varepsilon\to+\infty}\left(-\frac{1}{2}e^{-\varepsilon}(\cos\varepsilon+\sin\varepsilon)+\right.$

$\left.+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}.$

$\underbrace{-2e^{-\varepsilon}}_{\substack{\downarrow \varepsilon\to+\infty\\ 0}} \le e^{-\varepsilon}(\cos\varepsilon+\sin\varepsilon)\le \underbrace{2e^{-\varepsilon}}_{\substack{\downarrow \varepsilon\to+\infty\\ 0}} \Rightarrow \lim_{\varepsilon\to+\infty} e^{-a\varepsilon}(\cos\varepsilon+\sin\varepsilon)=0.$

Ответ: $a\neq1,\ \frac{1}{a^2-1},$

$a=1,\ \frac{1}{2}.$

№2. $n⋮2$ $x\neq1$: $e^{-x}(x-1)^{n-1}(n+1-x)>0$

№4. Кол-во способов выбора 1 чёрную и 1 белую ладью $C_4^1 \cdot C_4^1 = 16$

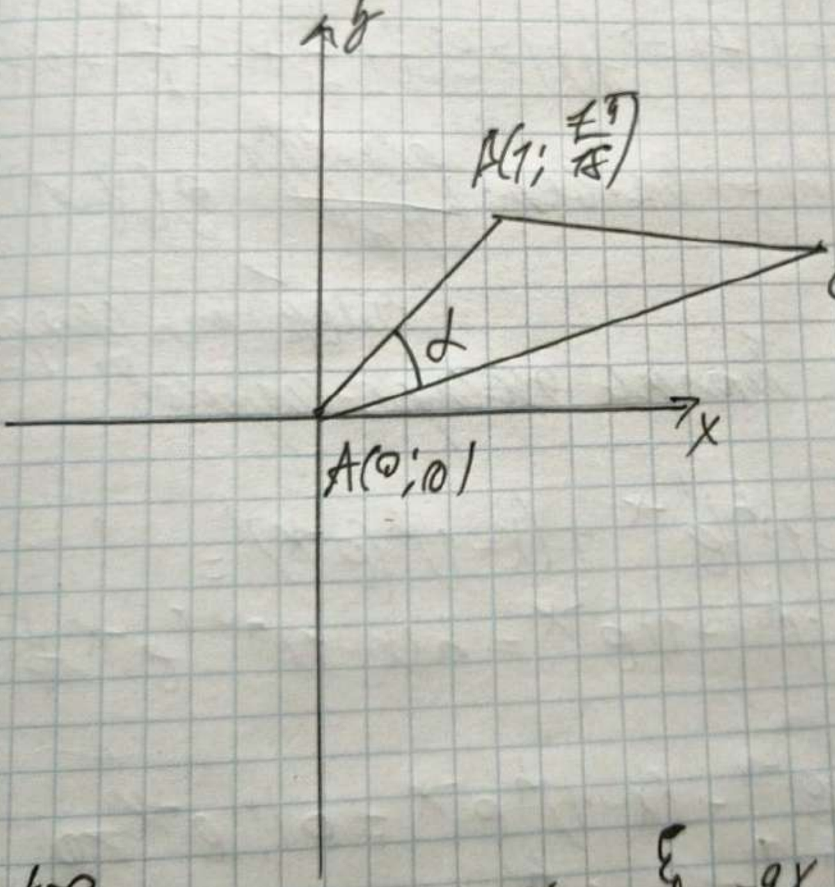
Вероятно в задаче имеется в виду, что слоны и кони одинаковы.

$\frac{6!}{2!\cdot 2!} = 180$ - кол-во перестановок оставшихся фигур. Но во всех этих вариантах дверь между 2 слонов $\Rightarrow \frac{180}{3} = 60$.

$\Rightarrow$ всего: $16 \cdot 60 = 960$ вариантов.

Бороздин Арсений, 4608-нд. Вариант 2.

№5.



$\alpha = \frac{7\pi}{18} - \frac{2\pi}{9} = \frac{7\pi - 4\pi}{18} =$

$= \frac{3\pi}{18} = \frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 \cdot \sin\frac{\pi}{6} =$

$= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 1$

Ответ: 1.

№3. $\int^{+\infty} e^{-ax} \sin x\, dx = \lim \int^{\varepsilon} e^{-ax} \sin x\, dx$