Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice Laboratorium 7

Iteracyjne metody rozwiązywania układów równań liniowych

29 kwietnia 2021

Zadanie 1 Metody stacjonarne

Zaimplementuj metody Jacobiego, Gaussa-Seidla i SOR. Użyj ich do rozwiązania poniższych układów równań z dokładnością do 4 miejsc znaczących. Zaprezentuj na wykresie zależność błędu od iteracji. Opisz i zinterpretuj wyniki.

a) Układ 1. W metodzie SOR użyj $\omega=1.1$. Dokładne rozwiązanie to $x=(1,-1,1,-1)^T$.

$$\begin{bmatrix} 7 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 8 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 2 & -2 & -1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}$$
 (1)

b) Układ 2. W metodzie SOR uży
j $\omega=1.4.$ Dokładne rozwiązanie to $x=(-1,1,-1,1)^T.$

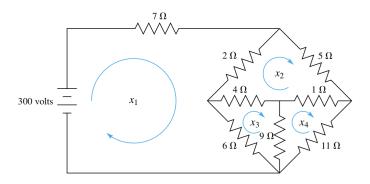
$$\begin{bmatrix} 7 & 3 & -1 & 2 \\ 3 & 8 & 1 & -4 \\ -1 & 1 & 4 & -1 \\ 2 & -4 & -1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$$
 (2)

Zadanie 2 Analiza obwodu elektrycznego

Wykorzystaj dowolną z powyższych metod do wyliczenia natężenia prądu w każdej z części obwodu elektrycznego.

- a) Stwórz funkcję tworzącą graf opisujący obwód elektryczny. Argumentami tej funkcji są:
 - i) Lista krawędzi grafu ważonego gdzie wagi krawędzi określają opór fragmentu obwodu między dwoma węzłami. Wierzchołki grafu identyfikowane są przez liczby naturalne.

- ii) Trójka liczb (s,t,E), przy czym para (s,t) wskazuje między którymi węzłami sieci przyłożono siłę elektromotoryczną E. Opór wewnętrzny SEM można zaniedbać.
- c) Napisz funkcję, która wykorzystując prawa Kirchhoffa znajdzie natężenia prądu w każdej części obwodu i przedstawi je na rysunku w postaci grafu ważonego z etykietami.
- d) Przetestuj działanie metody dla obwodu przedstawionego na Rysunku 1, wiedząc że poprawne rozwiązanie to $x_1=26.5, x_2=9.35, x_3=13.3, x_4=6.13$



Rysunek 1: Obwód elektryczny

- f) Przedstaw (wizualizacja oraz sprawdzenie poprawności wyników) działanie programu dla grafów spójnych mających od 15 do 100 wierzchołków:
 - Spójny graf losowy
 - Graf 3-regularny (kubiczny)
 - Graf złożony z dwóch grafów losowych połączonych mostkiem
 - Graf siatka 2D