

Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice

Laboratorium 3

Aproksymacja funkcji

25 marca 2021

Literatura

- D. Kincaid, W. Cheney, *Numerical Mathematics and Computing*, 6th edition, rozdział 12 - Metoda najmniejszych kwadratów
- R. Burden, J. Faires, *Numerical Analysis*, 9th edition, rozdział 8.4 - Przybliżenie Padé

Zadanie 1 Metoda najmniejszych kwadratów

1. Napisz funkcję, która dla danego zbioru punktów $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ i funkcji aproksymującej $f(x)$ zwróci wartość błędu $\phi = \sum_{k=0}^m (y_k - f(x_k))^2$
2. Stwórz wykres błędu ϕ w zależności od różnych wartości parametrów $a, b, a \in [0, 1], b \in [-3, 0]$ funkcji liniowej $f(x) = a * x + b$ dla zbioru punktów:

x	4	7	11	13	17
y	2	0	2	6	7

3. Napisz funkcję aproksymującą powyższy zbiór punktów funkcją liniową wykorzystując układ normalny. Stwórz wykres prezentujący zbiór punktów i wyliczoną funkcję aproksymującą. Dla wyliczonej funkcji wylicz wartość błędu średniokwadratowego i porównaj go z wynikami z poprzedniego podpunktu. Omów wyniki.
4. Porównaj wyniki z wykresem wielomianu interpolującego powyższe punkty. Jaka jest przewaga aproksymacji?
5. Dodaj do powyższego zbioru danych wartość odstającą, np. $(2, 15)$. W jaki sposób zmieniła się funkcja aproksymująca i jaki jest potencjalny wpływ wartości odstających na aproksymację liniową?

Zadanie 2 Aproksymacja funkcją nieliniową

Napisz funkcję, która dopasuje do danych z poniższej tabeli funkcję $f(x) = a \ln(x) + b \cos(x) + ce^x$ metodą najmniejszych kwadratów implementując własnoręcznie układ normalny dla tej funkcji. Narysuj wykres wyliczonej funkcji razem z aproksymowanymi punktami. Jakie są ograniczenia na funkcję którą możemy użyć do aproksymacji średniokwadratowej?

x	0.24	0.65	0.95	1.24	1.73	2.01	2.23	2.52	2.77	2.99
y	0.23	-0.26	-1.10	-0.45	0.27	0.10	-0.29	0.24	0.56	1.00

Zadanie 3 Przybliżenie Padé

Zaimplementuj funkcję która dla funkcji $f(x) = e^{-x}$ wylicza przybliżenie Padé dla zadanych parametrów m i n . Zauważ, że pochodne funkcji $f(x)$ są proste do wyliczenia analitycznie. Wypisz wyliczone współczynniki funkcji wymiernej. Zaprezentuj na wykresie funkcję f oraz jej wyliczoną aproksymację.