

# Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice

## Laboratorium 11

### Dyskretna Transformacja Fouriera

27 maja 2021

#### Materiały

1. Przyjemny film dobrze wyrabiający intuicję na temat transformaty Fouriera <https://youtu.be/spUNpyF58BY>
2. R. Burden, J. Faires, *Numerical Analysis, 9th edition*, rozdział 8.6 - *Fast Fourier Transforms*
3. T. Cormen, C. Leiserson, R. Rivest, C. Stein, *Wprowadzenie do algorytmów*, 2012, rozdział 30 - Wielomiany i FFT

#### Zadanie 1 FFT

1. Zaimplementuj funkcję realizującą DFT jako iloczyn macierzy Fouriera  $\mathbf{F}_n$  i  $n$ -elementowego wektora wejściowego ( $\mathbf{y} = \mathbf{F}_n \mathbf{x}$ ).

$$n = 2^r \quad (1)$$

$$[\mathbf{F}_n]_{jk} = \xi^{jk} \quad (2)$$

$$\xi = e^{-\frac{2\pi i}{n}} = \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) - i \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) = \bar{\omega} \quad (3)$$

2. Zaimplementuj również IDFT korzystając z tożsamości:

$$\mathbf{F}_n^{-1} \mathbf{y} = \frac{\bar{\mathbf{F}}_n \mathbf{y}}{n} = \frac{\mathbf{F}_n \bar{\mathbf{y}}}{n} \quad (4)$$

Sprawdź poprawność działania funkcji realizującej DFT stosując transformację odwrotną ( $\mathbf{x} = \mathbf{F}_n^{-1} \mathbf{y}$ ) oraz porównując uzyskane wyniki z wyjściem funkcji bibliotecznej.

3. Zaimplementuj rekurencyjny algorytm Cooleya-Turkeya realizujący szybką transformację Fouriera (FFT). Porównaj szybkość jego działania z implementacją biblioteczną oraz implementacją z mnożeniem wektora przez macierz  $\mathbf{F}_n$  dla danych o różnym rozmiarze.

## Zadanie 2 DFT w 1D

- Wygeneruj dwa sygnały czasowo-amplitudowe:
  - a) Sygnał będący sumą pięciu sygnałów sinusoidalnych o różnych częstotliwościach
  - b) Sygnał złożony z pięciu sygnałów o tych samych częstotliwościach co w punkcie a), ale ułożonych przedziałami, tzn. w każdym z pięciu przedziałów o tej samej szerokości występuje sygnał o jednej częstotliwości
- Dokonaj transformacji sygnałów a) i b) do domeny częstotliwościowej, porównaj otrzymane wyniki. Przedstaw na osobnych wykresach część rzeczywistą i część urojoną wyniku transformacji.