

Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice

Laboratorium 5

Równania nieliniowe

15 kwietnia 2021

Przydatne informacje

- Opis modułu `mpmath` <http://mpmath.org/doc/current/basics.html>

Funkcje do testów

1. $f_1(x) = \cos(x) \cosh(x) - 1$, $[\frac{3}{2}\pi, 2\pi]$
2. $f_2(x) = \frac{1}{x} - \tan(x)$, $[0, \frac{\pi}{2}]$
3. $f_3(x) = 2^{-x} + e^x + 2 \cos(x) - 6$, $[1, 3]$

Zadanie 1 Metoda bisekcji

Napisz funkcję realizującą metodę bisekcji dla danej funkcji f w oparciu o arytmetykę o zmiennej precyzji (`mpmath.mpf`). Funkcja przyjmuje następujące argumenty:

- Minimalną precyzję obliczeń (liczba cyfr znaczących)
- Krańce przedziału
- Błąd bezwzględny obliczeń

Funkcja ma zwracać wyznaczone miejsce zerowe, wyliczoną wartość w miejscu zerowym oraz liczbę iteracji potrzebną do uzyskania określonej dokładności.

- a. Przetestuj działanie metody dla funkcji podanych na początku instrukcji dla dokładności rzędu 10^{-7} , 10^{-15} oraz 10^{-33} .

- b. Narysuj wykres funkcji i dla wybranej dokładności zaznacz kolejne przybliżenia miejsca zerowego. Nasycenie koloru zaznaczonych punktów powinno rosnąć wraz z numerem iteracji¹. Zinterpretuj wyniki.
- c. Narysuj wykres zależności liczby potrzebnych iteracji od bezwzględnej dokładności.
- d. Sprawdź czy spełnia ona równanie $n = \left\lceil \frac{\log \frac{b-a}{\varepsilon}}{\log 2} \right\rceil$ gdzie n to liczba iteracji, ε bezwzględna dokładność, a a, b to granice przedziałów, poprzez porównanie na wykresie.

Zadanie 2 Metoda Newtona

Napisz funkcję realizującą metodę Newtona w oparciu o arytmetykę o zmiennej precyzji (`mpmath.mpf`). Funkcja ma wykorzystywać dwa kryteria stopu:

- maksymalną liczbę iteracji
- moduł różnicy kolejnych przybliżeń mniejszy od danej wartości ε

Oprócz przybliżonej wartości pierwiastka funkcja ma zwrócić liczbę iteracji potrzebną do uzyskania określonej dokładności ε . Przetestuj działanie funkcji analogicznie do punktów a-c z poprzedniego zadania. Czy wykres zbieżności jest inny w przypadku metody bisekcji? Zinterpretuj wyniki.

¹Zaimplementuj zmianę nasycenia poprzez zamianę koloru RGB na HLS i przeskalowanie wartości "saturation". Przydatne mogą być funkcje `colorsys.rgb_to_hls` oraz `colorsys.hls_to_rgb`